Einführung in die Kosmologie

Martin Michael Müller

10. Dezember 2019

E-Mail-Adresse:

Martin-Michael.Mueller@univ-lorraine.fr

mueller5@univ-lorraine.fr

Termine:

- Dienstags 10:15 Uhr - 11:45 Uhr Vorlesung
- Dienstags 13:00 Uhr - 15:00 Uhr 30 min Vorlesung + Rest Übung

„Engagement in den Übungen ist notwendig um die Klausur schreiben zu dürfen“

Es gibt eine Klausur

Inhaltsverzeichnis

1 Übersicht **2**

2 Astronomische Grundlagen **4**

2.1 Das elektrische Strahlungsfeld 6
2.2 Strahlungstransport 7
2.3 Schwarzkörperstrahlung 8
2.4 Das Magnitudensystem 10
2.5 Farben & absolute Helligkeit 11
2.6 Eigenschaften von Sternen 13
2.7 Sternentwicklung 15
2.8 Enternungsbestimmungen 17
2.8.1 Trigonometrische Parallaxe 17
2.8.2 Eigenbewegungen 18
2.8.3 Sternstromparallaxe 18
2.8.4 Photometrische Entfernung 20
2.8.5 Visuelle Doppelsterne 22
2.8.6 Entfernung pulsierender Sterne 22

3 Unsere Galaxis **25**

3.1 Struktur der Galaxis 25
3.2 Kinematik der Galaxis 27
3.3 Die Rotationskurve der Galaxis 30
3.4 Ist das Universum unendlich, euklidisch und statisch? 34

Literatur

1. P. Schneider, “Extragalaktische Astronomie & Kosmologie“, Springer (2008)

2. T.-P. Cheng, “Relativity, Gravitation and Cosmology“, Oxford Univ. Press (2008)

1 Übersicht

Kosmologie=gr. $\kappa o\sigma\mu o\lambda o\gamma i\alpha$=Lehre von der Welt als Ganzes

→ Ursprung, Entwicklung, Struktur des Universums (=der wahrnehmbaren Welt)

→ Grenzbereich der Physik/Astronomie + Einfüsse von Religion und Philosophie

→ Beispiele historischer Ideen zur Schöpfung:

(a) Sumerer ∼ 1800 v. Chr. “Atraharis-Epos“
(b) griechischie Tradition: Hesiod - “Werke und Tage“ ∼ 700 v. Chr., “Gaia“
(c) nord-germanische Mythen: Edda
(d) altes Testament - Genesis 1, 1-9

Bei aller Verschiedenheit, zwei Gemeinsamkeiten:

1. Die Welt entsteht aus dem Chaos/Nichts/Ungeformten
2. Es gibt einen definierten Anfang

→ Frage: Wie alt ist die Welt?

laut griechischer Mythologie: Prometheus ∼ 1600 v. Chr.

traditionelle christliche Antwort:
Erschaffung der Welt am Sonntag den 23. Oktober 4004 v. Chr. um 9:00 Uhr morgens (Chronologie des irischen Bischofs Ussher (1581-1656))
$\Rightarrow \simeq$ 6000 Jahre!?

- Schwierigkeiten: viele geologische + paläontologische + achräologische Befunde weisen klar auf ein höheres Alter hin!
  - ∗ älteste bekannte Schrift ∼ 3000 v. Chr. = 5000 BP (=“before present“)
  - ∗ Beginn des Ackerbaus ∼ 7000 BP
  - ∗ Ende der letzten Kaltzeit 10000 BP
  - ∗ erster moderner Homo sapiens 160000 BP
  - ∗ erste Hominimen ∼ 7-9 Mil Jahre
  - ∗ Erdalter ∼ 4.5 Mrd Jahre

* ∗ älteste Sterne $\sim$ 12-13 Mrd Jahre
* ∗ heutige Schätzung für Weltalter $\sim$ 13.7 Mrd Jahre

$\rightarrow$ große Bedeutung der radiometrische Altersbestimmung!

$\Rightarrow$ Notwendigkeit einer auf verifizierbaren physikalischen Argumenten aufgebauten Kosmologie!

$\rightarrow$ Einige historische Daten:

2. Jhd. n. Chr. ptolemäisches geozentrisches Weltbild (C. Ptolemäus $\sim$ 100-180)

1543 Kopernikus “De revolutionibus orbitum celestinum“

1609/10 Erdfindung des Teleskops (Galilei) $\rightarrow$ Michstraße besteht aus Einzelsternen

1785 Herschel: erstes Bild vom Aufbau der Milchstraße (in Wahrheit zwei der Spiralarme)

1837 Bessel (Struve): erste direkte Entfernungsbestimmung eines Sterns

1916 ART

1923 erste exagalaktische Entferungen

1927 erste Urknalltheorie (Lemaître)

1929 Hubble: Rotverschiebung der Galaxie

1932/33 erste Hinweise auf dunkle Materie (Oort/Zwicky) $\rightarrow$ lange Zeit ignoriert

1948 Urknall + Elemententstehung (Alpher, Gamov, Herman) $\rightarrow$ Vorhersage der Kosmischen Hintergrundstrahlung

1964 Penzias & Wilson: Entdeckung der Kosmischen Hintergrundstrahlung im Mikrowellenbereich (schwarze Strahlung, $T \sim 3\,\mathrm{K}$)

1981 Inflationsscenario (Guth)

1986 blasenartige Anordnung von Galaxienhaufen (inhomogen!)

1989-93 : genaue Vermessung des Mikrowellenhintergrundes

1998 Hinweise auf beschleunigte Expansion $\rightarrow$ “Dunkle Energie“

2001-10 : Satelliten COBE + WMAP

$\rightarrow$ Energieinhalt des Universums:
4.6 % baryonische Materie

23 % dunkle Materie
72 % dunkle Energie

⇒ Wir kennen nur wenige Prozente des Energieinhaltes des Universums

2 Astronomische Grundlagen

Ziel: Einführung in einige simple Fakten und Grundlagen der Astronomie und Astrophysik

→ Eigenschaften der Sterne werden typischerweise mithilfe der Werte für die Sonne ausgedrückt:

⇒ Luminosität: $L_* \sim 10^{-4} - 10^4 \mathrm{L}_\odot$

⇒ Massen: $M_* \sim 0.05 - 100 \mathrm{M}_\odot$

⇒ Temperaturen $T_* \sim 10^3 - 5 \cdot 10^4 \mathrm{K}$

⇒ sehr heiße Gaskugeln

→ Sonne:

- Radius: $R_\odot = 6.96 \times 10^8\,\mathrm{m} = 6.96 \times 10^{10}\,\mathrm{cm}$
  nahezu Kugelförmig (Abplattung $\sim 5 \times 10^{-5}$
- Energiefluss: $L_{\odot\ tot} \simeq 3.9 \times 10^{26}\,\mathrm{J\,s^{-1}} = 3.9 \times 10^{33}\,\mathrm{erg/s}$
  im sitbaren Spektrum: $L_{\odot\ vis} \sim 0.5 L_{\odot\ tot}$
  der Rest wird hauptsächlich im IR und NV abgestrahlt
- Masse $\mathrm{M}_\odot \sim 1.99 \times 10^{30}\,\mathrm{kg} = 1.99 \times 10^{33}\,\mathrm{g}$
- sichtbare Teile der Sonne:
  (a) Photosphäre: unterste Schicht der Sonnenatmosphäre emittiert das sichtbare Licht der Sonne
  (b) Chromosphäre: Gasschicht zwischen Photosphäre und Korona, Dicke $\sim 10 \times 10^3 - 13 \times 10^3\,\mathrm{km}$
  während einer totalen Sonnenfinsternis sichtbar
  (c) Korona: erstreckt sich über mehrere $R_\odot$, $T \sim 1.5 \times 10^6\,\mathrm{K}$
  (d) Sonnenflecken: auf der Photosphäre (kühler, recht statisch)

  - → Rotationsperiode der Sonne wurde so nachgemessen: ca. 25.5 d
  - → Sonnenfleckenzyklus $\sim\ 2 \cdot 11\,\mathrm{a}$
    (zw. 0.0 % und 0.4 % der gesamten Oberfläche)

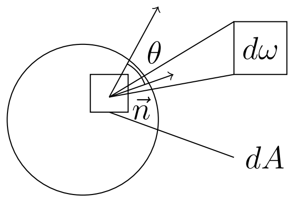
- → Sterne finden sich oft im Paar, Sternhaufen und (auf noch größerer Skala) in Galaxien

- → Galaxien enthalten zusätzlich Gas und (Sternen)staub

2.1 Das elektrische Strahlungsfeld

→ experimentelle Beobachtungen: Licht/elektro magnetische Strahlung ausgesandt von Sternen

→ während 1000-en von Jahren die einzige Infomationsquelle



$d\omega$: Infinitesimales Raumwinkelelement

$dA\cos(\theta) \hat{=}$ in Richtung der einfallenden Strahlung projezierte Fläche

→ spezifische Intensität I_ν (=spektrale Strahlungsdichte):

$$dE = I_\nu dA\cos(\theta) dt d\omega d\nu$$

$\nu =$ Frequenz der Strahlung

$E =$ emittierte Energie

I_ν entspricht der Flächenhelligkeit einer (kosmischen) Quelle

$$[I_\nu] = \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2\text{Hz ster s}} \quad (1\text{erg} = 10^{-7}\text{ J})$$

→ spezifischer Nettofluss:

$$F_\nu = \int_\Omega d\omega I_\nu \cos(\theta) \quad , [F_\nu] = \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2\text{Hzs}}$$

der durch das Flächenelement strömt. Typischerweise (kosmologische Quellen) $\Omega << 1 \;\Rightarrow \cos(\theta) \approx 1$ (in diesem Zusammenhang wird F_ν mit S_ν bezeichnet)

→ mittlere spezifische Intensität

$$J_\nu = \frac{1}{4\pi}\int d\omega I_\nu \quad , \text{Mittelwert von } I_\nu \text{über alle Winkel}$$

bei isotropem Strahlungsfeld: $J_\nu = I_\nu$

→ spezifische Energiedichte:

$$u_\nu = \frac{4\pi}{c} J_\nu \qquad [u_\nu] = \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3\text{Hz}}$$

Energie des Strahlungsfeldes pro Volumenelement und Frequenzintervall

$\rightarrow$ Gesamtenergiedichte der Strahlung: $u = \int\limits_0^\infty d\nu u_\nu$

2.2 Strahlungstransport

I_ν = const. entlang der Ausbreitungsrichtung eines Lichtstrahls (falls keine Emissions- oder Absorptionsprozesse stattfinden)
s = Länge entlang des Strahls
$\Rightarrow \frac{dI_\nu}{ds} = \sigma \;\Rightarrow$ Flächenhelligkeit einer Quelle ist unabhängig von ihrer Entfernung.
Aber: Der beobachtbare Fluss einer Quelle hängt von ihrer Entfernung D ab, weil der von der Quelle eingenommene Raumwinkel abnimmt: $F_\nu \propto \frac{1}{D^2}$

$\rightarrow$ inklusive Emission & Absorption (bzw. Streuung von Licht)

$$\frac{dI_\nu}{ds} = - \underset{\substack{\text{Absorption} \\ \kappa_\nu\text{:Absorptionskoeffizient} \\ [\kappa_\nu]=\frac{1}{\text{cm}}}}{\underset{\uparrow}{\kappa_\nu}} \cdot I_\nu + \underset{\substack{\text{Emission} \\ \text{Emissionskoeffizient} \\ [j_\nu]=\frac{\text{erg}}{\text{cm}^3\text{sHz ster}}}}{\underset{\uparrow}{j_\nu}} \qquad (*) \quad \text{(Strahlungstransportgleichung)}$$

Absorption/Emission=echte Absorption/Emission + Streuung

$\rightarrow$ optische Tiefe $\tau_\nu(s) := \int\limits_{s_0}^{s} ds\kappa_\nu(s')$

$$\Rightarrow d\tau_\nu = \kappa_\nu \cdot ds, s_0: \text{ Referenzpunkt auf dem Lichtstrahl}$$

$$(*) \Rightarrow \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = -I_\nu + \mathcal{S}_\nu \qquad (**)$$

wobei: $\mathcal{S}_\nu = \frac{j_\nu}{\kappa_\nu}$ Quellfunktion

$\rightarrow$ formale Lösung von $(**)$:

$$I_\nu(\tau_\nu) = \underset{\substack{\text{Abfall der Intensität} \\ \text{aufgrund von Absorption}}}{I_\nu(0)e^{-\tau_\nu}} + \underset{\substack{\text{Energiegewinn durch} \\ \text{Emission (inklusive} \\ \text{darauffolgender Absorption}}}{\int\limits_0^{\tau_\nu} d\tau'_\nu e^{\tau'_\nu - \tau_\nu} \mathcal{S}_\nu(\tau'_\nu)}$$

formale Lösung, weil Zustand der Materie (von der κ_ν und j_ν abhängen) vom Strahungsfeld selbst abhängt.

2.3 Schwarzkörperstrahlung

→ Für Materie im thermischen Gleichgewicht:

$$\mathcal{S}_\nu = B_\nu(T)$$
$$\Leftrightarrow j_\nu = B_\nu(T) \cdot \kappa_\nu$$

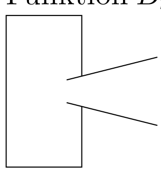
<u>Kirchhoffsches Gesetz</u>

hängt nur von der Temperatur ab (und nicht von I_ν!) und der Zusammensetzung der Materie

$$\Rightarrow I_\nu(\tau) = I_\nu(0) e^{-\tau_\nu} + B_\nu(T) \cdot \int_0^{\tau_\nu} d\tau'_\nu e^{(\tau'_\nu - \tau_\nu)}$$
$$= I_\nu(0) e^{-\tau_\nu} + B_\nu(T) \cdot (1 - e^{-\tau_\nu})$$

Für größere τ_ν gilt: $I_\nu \approx B_\nu(T)$

Die Strahlung der Materie im thermischen Gleichgewicht wird durch die Funktion $B_\nu(T)$ beschrieben, wenn die optische Tiefe genügend groß ist.



T

Hohlraumstrahlung ($\tau_\nu = \infty$, da Wände undurchsichtig)

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_b T}} - 1}$$

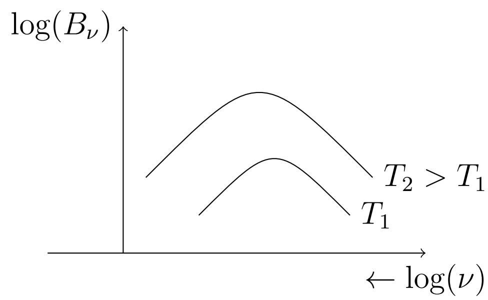
mit:

$h = 6.626 \times 10^{-27}\,\mathrm{erg} \cdot \mathrm{s}$ Plank'sches Wirkungsquantum

$k_B = 1.38 \times 10^{-16}\,\frac{\mathrm{erg}}{\mathrm{K}}$ Boltzmann-Konstante

Schwarzkörperstrahlung:

$$(**) \Rightarrow \text{falls } \tau_\nu \to \infty \text{ gilt } I_\nu = \mathcal{S}_\nu \begin{cases} I_\nu = B_\nu(T) \\ \text{thermische Strahlung: } \mathcal{S}_\nu = B_\nu(T) \end{cases}$$



$\rightarrow$ Maximum von B_ν bei $\frac{h\nu_{max}}{k_B T} = 2.82$ (Wien'sches Verschiebungsgesetz)
$\underline{\text{NB}}$: $\nu_{max} \approx T \;\Rightarrow$ Messung der Temperatur

$\rightarrow$ Wg. $B_\lambda(T)d\lambda = B_\nu(T)d\nu$ mit $\lambda = \frac{c}{\nu}$

$$\Rightarrow B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{k_B \lambda T}} - 1}$$

Rayleigh-Jeans-Näherung (ergibt sich bereits aus klassischer Elektrodynamik):

$$B_\nu(T) \underset{\frac{h\nu}{k_B T}<<1}{\approx} \frac{2}{c^5}\nu^2 k_B T$$

Wien-Näherung:

$$B_\nu(T) \underset{\frac{h\nu}{k_B T}>>1}{\approx} \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{k_B T}}$$

$\rightarrow$ Energiedichte:

$$u = \frac{4\pi}{c}\int_0^\infty d\nu B_\nu(T) = \underbrace{\frac{8\pi^5 k_B^4}{15c^3h^3}}_{\approx 7.56 \times 10^{-15}\,\frac{\mathrm{erg}}{\mathrm{cm^3K^4}}} \cdot T^4$$

$\Rightarrow$ Fluss, der von der Oberfläche eines schwarzen Körpers ausgeht:

$$F = \int_0^\infty d_\nu F_\nu = \Pi \int_0^\infty d\nu B_\nu(T)$$
$$= \sigma \cdot T^4 \text{ mit } \sigma = cnst$$
$$\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2h^3} = cnst \qquad \text{(Stefan-Boltzmann-Konstante)}$$

2.4 Das Magnitudensystem

→ die scheinbare Helligkeit, die das Auge wahrnimmt, verhält sich in etwa logarithmisch mit dem Strahlungsstrom (vgl. Gehörsinn, Einheit Dezibel)

⇒ seit der Antike Einteilung von Sternen in Größenklassen (qualitativ)

⇒ Einführung eines quantitativen (relativen) Maysystems

Definition Für zwei Quellen, die die Flüsse S_1 und S_2 haben, verhalten sich die scheinbaren Magnituden/scheinbaren Helligkeiten der beiden Quellen m_1 und m_2 wie:

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log \left(\frac{S_1}{S_2} \right)$$
$$\Leftrightarrow \frac{S_1}{S_2} = 10^{-0.4(m_1 - m_2)}$$

→ NB:

$$\underset{\substack{\text{z.B.}m_1=1\\ m_2=0}}{\delta m = 1} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} \approx 0.4 \Leftrightarrow \frac{S_2}{S_1} = 2.5 \Rightarrow S_2 > S_1$$

→ je größer die scheinbare Helligkeit, desto schwächer (!) die Quelle.
traditionelle Referenz: Wega $m = 0$ *mag*
heute "Polsequenz" ⇒ $m^{\text{Wega}} = 0.03$ *mag*

→ Beispiele:

Sonne: -26.73 mag

Vollmond: -12.73 mag

Sirius: -1.46 mag

Polarstern: 1.97 mag

Uranus: 5.5 mag

Pluto: 13.9 mag

2.5 Farben & absolute Helligkeit

→ Sterne haben verschiedene Farben (besser mit (z. B.) Feldstecher zu beobachten)

→ man misst die scheinbaren Magnituden für verschiedene wohldefinierte Frequenzen (mit Hilfe von Filtersystemen, die zur Beobachtung genutzt werden) und schreibt:

ultraviolett	$U = m_U$
blau	$B = m_B$
sichtbar	$V = m_V$
rot	$R = m_R$
infrarot	$I = m_I$
	etc.

Es existieren mehrer Filtersysteme ⇒ verschiedene gebräuchliche Magnitudendefinitionen & Referenzpunkte

→ Absolute Helligkeit:

- Sei L_ν die spezifische Leuchtkraft einer (isotrop emittierenden) Quelle=$\frac{\text{abgestrahlte Energie}}{dt \cdot d\nu}$
  ⇒ Fluss $S_\nu = \frac{L_\nu}{4\pi D^2}$, D: Abstand zwischen Quelle und Beobachter
  Definition:
  Die absolute Magnitude $\mathcal{M}$ (absolute Helligkeit) ist gleich der

scheinbaren Magnitude der Quelle, wenn diese sich im Abstand von 10 pc vom Beobachter befindet. ($1\,\text{pc} = 1\text{parsec} \approx 3.089 \times 10^{18}\,\text{cm}$)

$$
\begin{aligned}
L_\nu = 4\pi D^2 S_\nu &= 4\pi (10\,\text{pc})^2 S_\nu^{\text{abs}} \\
\Leftrightarrow -2.5 \log\left(D^2 \frac{S_\nu}{S_\nu^0}\right) &= -2.5 \log\left[(10\,\text{pc})^2 \cdot \frac{S_\nu^{\text{abs}}}{S_\nu^0}\right] \\
\Leftrightarrow -2.5 \log\left(\frac{S_\nu}{S_\nu^0}\right) - (-2.5) \log\left(\frac{S_\nu^{\text{abs}}}{S_\nu^0}\right) &= -5 + 5 \log\left(\frac{D}{1\,\text{pc}}\right) \\
\Leftrightarrow m - \mathcal{M} &= 5 \log\left(\frac{D}{1\,\text{pc}}\right) - 5 =: \underset{\text{Entfernungsmodul}}{\underset{\uparrow}{\mu}}
\end{aligned}
$$

z.B.:

$D = 10\,\text{pc} \Leftrightarrow \mu = 0$

$D = 1\,\text{kpc} \Leftrightarrow \mu = 10$

$D = 1\,\text{Mpc} \Leftrightarrow \mu = 25$

$\rightarrow$ Die Gesamtleuchtkraft einer Queller:

$$
L = \int_0^\infty d\nu L_\nu
$$

Gesamtfluss:

$$
S = \int_0^\infty d\nu S_\nu
$$

$\Rightarrow$ scheinbare bolometrische Helligkeit:

$$
m_{bol} = -2.5 \log(S) + \underset{\text{def. über Vergleichsstärke}}{cnst}
$$

absolute bolometrische Helligkeit:

$$
\mathcal{M}_{bol} = -2.5 \log(L) + \underset{\text{def. über Vergleichsstärke}}{cnst}
$$

z.B. mit Hilfe der Sonne:

$$
m_{\odot,bol} = -26.83 \quad \& \quad \mu = -31.47 \; (D = 1\text{AU} \approx 1.5 \times 10^{13}\,\text{cm})
$$

$$
\Rightarrow \mathcal{M}_{\odot,bol} - \mu = 4.74\,\text{mag}
$$

2.6 Eigenschaften von Sternen

$\rightarrow$ Sterne: Gaskugeln im hydrostatischen zwischen Gravitation und Druck

$\Rightarrow$ äußeres Erscheinungsbild ist charakterisiert durch

Radius R
Temperatur T
Masse M

$\rightarrow$ Falls das Sternspektrum der Sterne durch die Planck-Funktion gegeben wäre, so wäre: $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$ (L: Leuchtkraft des Sterns)

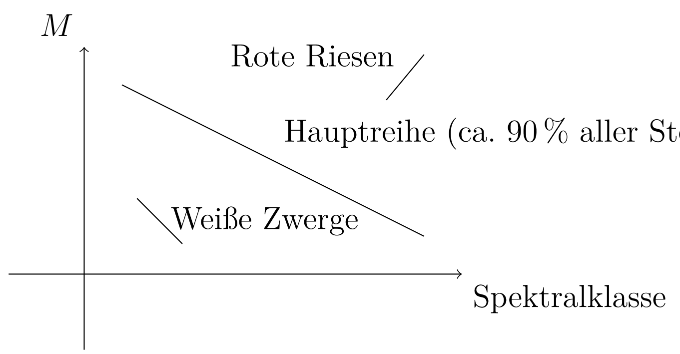
$\Rightarrow$ Definition der Effektivtemperatur T_{eff} eines Sterns:

$$\sigma T_{eff}^4 := \frac{L}{4\pi R^2} \qquad (*)$$

$\frac{L}{L_\odot} \propto 10^{-4} - 10^5$ (Unterschied kommt entweder durch Variation von R oder T

<u>Idee</u>: Klassifizierung der Sterne mit Hilfe ihrer absoluten Helligkeit und ihres Spektraltyps

$\Rightarrow$ Hertzsprung-Russel-Diagramm (HRD)



Spektralklassen: $\underset{30\,000\,\mathrm{K}-50\,000\,\mathrm{K}}{O}$, $\underset{10\,000\,\mathrm{K}-28\,000\,\mathrm{K}}{B}$, $\underset{7500\,\mathrm{K}-9750\,\mathrm{K}}{A}$, $\underset{6000\,\mathrm{K}-7350\,\mathrm{K}}{F}$, $\underset{5000\,\mathrm{K}-5900\,\mathrm{K}}{G}$, $\underset{3500\,\mathrm{K}-4890\,\mathrm{K}}{K}$, $\underset{2000\,\mathrm{K}-3350\,\mathrm{K}}{M}$

Sonne: G2

Sirius: A

Betelgeuze: M

→ **Die Eigenschaften von Sternen auf der Hauptreihe werden im wesentlichen nur von einem Parameter bestimmt: der Masse M dieser Sterne!**

→ Riesen: Sterne der gleichen Spektralklasse wie Hauptreiensterne, aber mit viel größerer Leuchtkraft $L \Rightarrow R$ viel größer (vgl. $(*)$)

→ Dieser Größeneffekt ist spektroskopisch zu erkennen: Schwerebeschleunigung eines Stern auf seiner Oberfläche: $g = \frac{\gamma M}{R^2}$ hat Einfluss auf die Breite von Spektrallinien des Sternes

$\Rightarrow$ Zusammenhang zwischen Linienbreite und R

$\Rightarrow$ L mit Hilfe von $(*)$

→ Basierend auf der Schärfe von Spektrallinien teilt man die Sterne in die Leuchtkraftklassen ein:

I: Überriesen

II: Helle Riesen

III: Riesen

IV: Unterriesen

V: Zwerge

VI: Unterzwerge

→ Kennt man die Entfernung D (und L) kann man mit Hilfe der Liniebreite g ermitteln

$\Rightarrow$ Masse M

→ empirischer Zusammenhang zwischen L und M für Hauptreihensterne:

$$\frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{\frac{7}{2}} \qquad (**)$$

2.7 Sternentwicklung

→ Energiequelle: thermonukleare Reaktionen

→ einfachster Prozess:

$$4^1\mathrm{H} \to {}^4\mathrm{He} + 26.73\,\mathrm{MeV}$$

→ zwei Haupt-Raktionsketten:

(i) pp-Kette ($T < 15 \times 10^6\,\mathrm{K}$)

$$\begin{aligned} {}^1\mathrm{H} + {}^1\mathrm{H} &\to {}^2\mathrm{H} + e^+ + \nu_e + 0.42\,\mathrm{MeV} \\ {}^2\mathrm{H} + {}^1\mathrm{H} &\to {}^3\mathrm{He} + \gamma + 5.49\,\mathrm{MeV} \\ {}^3\mathrm{He} + {}^3\mathrm{He} &\to {}^4\mathrm{He} + 2{}^1\mathrm{H} + 12.85\,\mathrm{MeV} \end{aligned}$$

Energieerzeugungsrate $\propto T^4$

(ii) CNO-Zyklus (Bethe-Weizsäcker):

$$\begin{aligned} &{}^{12}\mathrm{C} + {}^1\mathrm{H} \to {}^{13}\mathrm{N} + \gamma \to {}^{13}\mathrm{C} + e^+\nu + \gamma \\ &{}^{13}\mathrm{C} + {}^1\mathrm{H} \to {}^{14}\mathrm{N} + \gamma + 7.55\,\mathrm{MeV} \\ &{}^{14}\mathrm{N} + {}^1\mathrm{H} \to {}^{15}\mathrm{O} + p \to {}^{15}\mathrm{N} + e^+ + \nu + \gamma + 10.05\,\mathrm{MeV} \\ &{}^{15}\mathrm{N} + {}^1\mathrm{H} \to {}^{12}\mathrm{C} + {}^4\mathrm{He} \end{aligned}$$

Energieerzeugungsrate $\propto T^{20}$

→ erzeugte Energie während des zentralen Wasserstoffbrennens:

$$\underbrace{E_{MS}}_{\text{„main sequence"}} = 0.1Mc^2 \cdot \underbrace{0.007}_{\substack{\text{Effizienz der} \\ \text{Energieerzeugung}}}$$

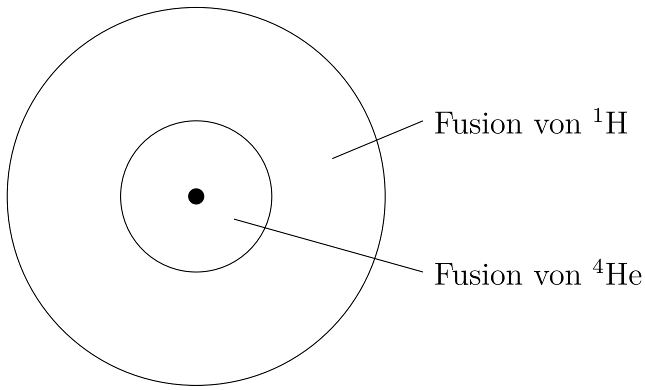
⇒ Lebensdauer t_{MS} eines Sterns der Hauptreihe: $E_{MS} = L \cdot t_{MS} \Leftrightarrow$
$t_{MS} = \frac{E_{MS}}{L} = 8 \times 10^9 \cdot \frac{\frac{M}{M_\odot}}{\frac{L}{L_\odot}}\mathrm{a} \overset{(**)}{=} 8 \times 10^9 \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-\frac{5}{2}} \mathrm{a}$
Stern mit $M \approx 100 M_\odot : t_\odot \propto \underbrace{1 - 3\,\mathrm{Ma}}_{\substack{\text{kurz auf} \\ \text{astronomischer Zeitskala}}}$

→ **Sternentwicklung nach der Hauptreihe** in Abhängigkeit von M:

(i) $M < 0.7 M_\odot$: Entwicklung unbekannt, da $t_{ns} >$ Alter des Universums (befinden sich noch auf der Hauptreihe)

(ii) $M < 2.5 M_\odot$: Helumbrennen im Kern ($3\,^4\mathrm{He} \xrightarrow[\text{triple-}\alpha]{} {}^{12}\mathrm{C}$) setzt ein und verläuft explosiv („Helium-Flash“)

$\Rightarrow$ stabile GG-Konfiguration mit erhöhtem Radius $R \Rightarrow$ Roter Riese oder Überriese



Brennen in Form von Pulsen $\rightarrow$ Abstoßung der Hülle des Sternes $\Rightarrow$ Weißer Zwert ($M \sim 0.6 M_\odot$ und $R \sim 5000\,\mathrm{km}$)

(iii) $2.5 M_\odot < M < 8 M_\odot$:

- Zentrale Helium-Brennzone + Fusion von ^{1}H in Schale
- Massenverlust durch Sternwind

  $\Rightarrow$ Weißer Zwerg (falls $M_{final} < 1.4 M_\odot$)

(iv) $M > 8 M_\odot$:

- CNO-Zyklus und weitere Fusionen bis zur Erzeugung von Fe im Kern
- Eisenkern kollabiert, falls $M_{final} > 1.4 M_\odot$

  $\Rightarrow$ Supernova + Neutronenstern oder schwarzes Loch

Nun bekannte wichtige Formeln:

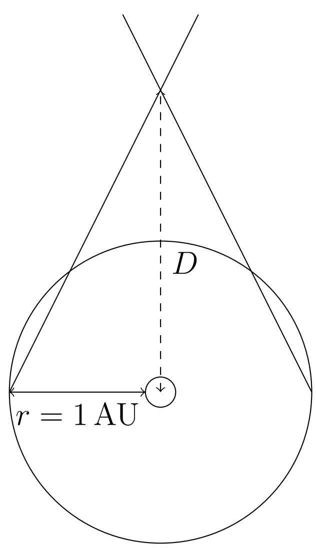
$$\underbrace{\underbrace{\sigma T_{\text{eff}}^4 = \frac{L}{4\pi R^2} \qquad \underbrace{S = \frac{L}{4\pi D^2}}_{\Rightarrow L}}_{\Rightarrow R} \qquad g = \frac{GM}{R^2}}_{\rightarrow M}$$

$$\frac{L}{L_\odot} \approx \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{\frac{7}{2}}$$

2.8 Enternungsbestimmungen

2.8.1 Trigonometrische Parallaxe

$\rightarrow$ rein geometrische Methode



$1\,\text{AU} = 1.496 \times 10^{13}\,\text{cm}$
(astronomische Einheit)
große Halbachse der Erde
$\frac{r}{D} = \tan(\varphi) \approx \varphi$

$\rightarrow$ <u>Def</u>: 1 pc ist der Abstand D, der bei einem Winkelunterschied von 1 Bogensekunde vorliegt.

$\rightarrow$ Es gilt: $D = \left(\frac{\varphi}{1“}\right)^{-1}$ pc

$\Rightarrow$ Bessel 1837: Abstand zu „G1Cygni“

$\Rightarrow$ Erdbewegung der Teleskope: $\Delta p \sim 0.01\,$“ $\rightarrow D \leq 30\,\mathrm{pc}$
Satellit HIPPARCOS: $\Delta p \sim 0.001\,$“ $\rightarrow D \leq 300\,\mathrm{pc}$
aktuell: GAIA: $\Delta p \sim 2 \times 10^{-4}\,$“

2.8.2 Eigenbewegungen

$\rightarrow$ Sterne bewegen sich relativ zur Sonne!

· radiale Komponente der Geschwindigkeit (mit Hilfe von Spektrallinien bestimmbar):

$$v_r = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \cdot c = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} \cdot c$$

λ: gemessene Wellenlänge $\neq \lambda_0$ aufgrund der Dopplerverschiebung
λ_0: Ruhewellenlänge des atomaren Übergangs (messbar im Labor)

Koncetion:

$v_r > \sigma$ Bewegung von uns weg (Rotverschiebung)

$v_r < \sigma$ Bewegung zu uns hin

$\rightarrow$ tangentiale Komponente:
messbar über die Eigenbewegung μ des Sterns auf der Himmelssphäre (in “ a^{-1})

$$v_t = D \cdot \mu \Leftrightarrow \frac{v_t}{\mathrm{km\,s^{-1}}} = 4.74 \left(\frac{D}{1\,\mathrm{pc}}\right) \cdot \left(\frac{\mu}{1\,\text{“}\,\mathrm{a}^{-1}}\right) = \left(\frac{\mathrm{pc}}{\text{“}}\right)$$

HIPPARCOS: μ für ca 10^5 Sterne

$\Rightarrow$ v_t sowie D bekannt

$\Rightarrow$ Datenbank mit Sterngeschwindigkeiten

$\Rightarrow$ Struktur der Galaxis

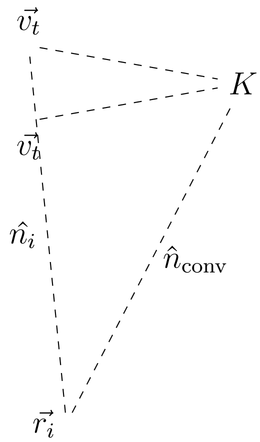
2.8.3 Sternstromparallaxe

$\rightarrow$ Sterne eines offenen Sternhaufens haben alle eine sehr ähnliche Raumgeschwindigkeit $\vec{v}$

→ Die Position des i-ten Sterns wird beschrieben durch:

$$\vec{r_i}(t) = \vec{r_i}(0) + \vec{v} \cdot t$$

⇒ Richtungsvektor: $\vec{n_i}(t) = \frac{\vec{r_i}(t)}{|\vec{r_i}(t)|} \underset{t\to\infty}{\longrightarrow} \underset{=}{\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}} \hat{n}_{\text{conv}}$



Ψ ist die Sternstromparallaxe, gegeb durch den Winkel zwischen $\hat{n}$ und $\hat{n}_{\text{conv}}$

→ Es gilt: $\cos(\Psi) = \hat{n} \cdot \hat{n}_{\text{conv}} = \hat{n} \cdot \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$

⇒ $v_r = v\cos(\Psi),\ v_t = \sin(\Psi)$

⇒ $v_t = v_r \cdot \tan(\Psi)$

→ Weiterhin gilt: $v_t = D \cdot \mu$

⇒ $D = \frac{v_r \tan(\Psi)}{\mu}$ ⇒ Messung von v_r und Ψ und μ zwischen Beobachter und Sternhaufen

→ <u>Beispiele</u>:

Hyaden: $D \approx 45\,\text{pc}$

Ursa-Major $D \approx 24\,\text{pc}$

Plejaden $D \approx 130\,\text{pc}$

→ historisch bedeutsam, da Methode für Enternungen $> 30\,\text{pc}$ (unterste Sprosse der Enternunsgleiter)

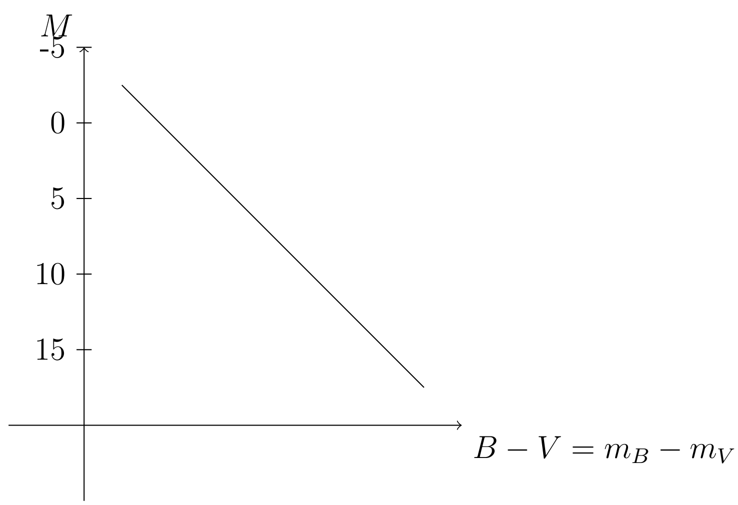
2.8.4 Photometrische Entfernung

→ Idee: Sterne auf der Hauptreihe habe für eine gegebene Farbe die gleiche Leuchtkraft

→ Für einen Sternhaufen (allen Sterne haben ≈ gleiche Entfernung D von uns) kann man ein Farben-Helligkeitsdiagramm mit Hauptreihe erhalten, bei dem die scheinbare Helligkeit aufgetragen ist

→ In einem zweiten Schritt erhält man das Entfernungsmodul $(m - M)$, indem man die Haupreihe mit einer geeichten Hauptreihe (Sternhaufen in der Nähe, z. B. Hyaden) in Übereinstimmung bringt

$$m - M = 5 \log \left(\frac{D}{\mathrm{pc}} \right) - 5$$



→ Probleme:

- Stern wandert auf Hauptreihe während er altert
- HR-Sterne sind Zwerge der Klasse V (schwache Leuchtkraft)
- Extinktion
  Extinktion: Die Beziehung zwischen absoluter und scheinbarer Helligkeit wird durch die Absorption und Streuung des Sternenlichtes geändert.

→ Strahlungstransportgleichung (→ 2.2) ohne Emission:

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\kappa_\nu I_\nu$$

$$\Rightarrow I_\nu(s) = I_\nu(0) \cdot e^{-\tau_\nu(s)} \text{ mit } \tau_\nu(s) = \int\limits_0^s ds' \kappa_\nu(s') \text{ optische Tiefe}$$

→ $s_\nu = s_\nu(0) e^{-\tau_\nu(s)}$

→ Extinktionskoeffizient:

$$A_\nu := m - m_0 = -2.5 \log\left(\frac{S_\nu}{S_\nu(0)}\right) = 2.5 \log(e) \tau_\nu = 1.086 \tau_\nu$$

mit: m Magnitude mit Absorption und m_0 Magnitude ohne Absorption

⇒ Quelle erscheint schwächer und ihre Farbe ändert sich, da Extinktion von ν abhängt (via κ_ν) → Sterne erscheinen röter als sie sind

→ Beschreibung mit Hilfe des Farbexzesses (für Filter X und Y)

$E(X-Y) := A_X - A_Y = (X - X_0) - (Y - Y_0) = (X-Y) - (X-Y)_0$

→ Verhältnis $\frac{A_X}{A_Y} = \frac{\tau_{\nu,X}}{\tau_{\nu,Y}}$ hängt nur von optischen Eigenschaften des Staubes ab.

⇒ $E(X-Y) = A_X - A_Y = A_Y\left(\frac{A_X}{A_Y} - 1\right) = A_Y \cdot \frac{1}{R_Y}$
üblicherweise: $X = B$ und $Y = V$

⇒ $A_V = R_V E(B-V)$
z.B. Staub der Milchstraße (empirisch):

$$A_V = (3.1 \pm 0.1) E(B-V)$$

In der Sonnenumgebung (nnerhalb der Scheibe)

$$A_V \sim 1\,\mathrm{mag} \frac{D}{1\,\mathrm{kpc}}$$

⇒ nicht vernachlässigbar bei der photometrischen Entfernungsbestimmung von Sternhaufen

$\Rightarrow$ Prozedur in 2 Schritten:

(i) Erstelle Zweifarben-Diagramm des Sternhaufens

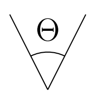
$\rightarrow$ Verschiebung der HR des Sternhaufens entlang des Verfärbungsvektors bis zur Übereinstimmung der geeichten HR (ohne Absorption)

$\Rightarrow$ $E(B-V) \Rightarrow A_V = 3.1E(B-V)$

(ii) Bestimmung des Entfernungsmoduls durch vertikale Verschiebung der Hauptreihe um Farben-Helligkeits-Diagramm bis zur Übereinstimmung mit einer geeichten HR.

$$m - M = 5\log\left(\frac{D}{1\,\mathrm{pc}}\right) - 5 + \underset{(m-m_0)}{\underset{\uparrow}{A_V}}$$

2.8.5 Visuelle Doppelsterne



mit Massen m_1 und m_2
Keplersches Gesetz: $P^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G(m_1+m_2)}$

$\rightarrow$ Messung von Periode P und Winkeldurchmesser der Bahn 2Θ & Bestimmung von m_1 und m_2 mit Hilfe ihrer spektralen Eigenschaften $\Rightarrow a \Rightarrow$ Abstand $D = \frac{a}{\Theta}$

2.8.6 Entfernung pulsierender Sterne

$\rightarrow$ Verschiedene Arten pulsierender Sterne zeigen periodische Helligkeitsänderungen, wobei ihre Periode mit der Masse (und daher der Leuchtkraft) der Sterne korrelliert ist.

$\rightarrow$ Man findet (s. Übung)

$$P \sim \bar{\rho}^{-\frac{1}{2}}$$

wobei $\bar{\rho} \sim \frac{M}{R^3}$ mittlere Dichte des Sterns

$\rightarrow$ weiterhin gilt: $L \sim M^3$ und $L \sim R^3 \cdot T_{eff}$

$\Rightarrow P \sim \frac{R^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{M}} \sim L^{\frac{7}{12}}$, falls $T_{eff} = const$

$\Rightarrow$ drei Sorten pulsierender Sterne:

(*i*) δ-Cephei (klass. Cepheiden): junge Sterne

$$\mathcal{M}_\nu = -3\log\left(\frac{P}{1\,\mathrm{d}}\right) - 0.8 \text{ (aus Experimenten)}$$

Zur Minimierung der Extinktion und Streuung Beobachtung der $P - L$-Relation in Nah-IR besonders nützlich.

(*ii*) W Virginis Sterne (Population II, Cepheiden):
massearme, $\underbrace{\text{metallarme}}_{\text{schwerer als Helium}}$ Sterne

(*iii*) RR Lyrae-Sterne (ebenfalls Population II)
Metallarm
sehr langsame Perioden $\mathcal{M}_\nu \in [0.5; 1.0]$ mit $\mathcal{M}_F = (-2.0 \pm 0.3)\log\left(\frac{P}{1\,\mathrm{d}}\right) + 0.06 \cdot \left[\frac{\mathrm{Fe}}{\mathrm{H}}\right] - 0.7$

I.a. für ein Element X: $\left[\frac{\mathrm{X}}{\mathrm{H}}\right] = \log\left(\frac{n(\mathrm{X})}{n(\mathrm{H})}\right)_* - \log\left(\frac{n(\mathrm{X})}{n(\mathrm{H})}\right)_\odot$ wobei $n(\mathrm{X})=$ Anzahl der Spezies X
z.B. $\left[\frac{\mathrm{Fe}}{\mathrm{H}}\right] = -1 \Rightarrow$ Eisen im Stern hat ein zehntel der solaren Häufigkeit
Metallizität Z: Massenzahl aller Elemente schwerer als Helium
z.B.: $Z_\odot = 0.02 \Rightarrow 98\,\%$ der Sonnenbasse besteht aus H und He

Endergebnis: typische astronomische Distanzen:

Sonne $1\,\mathrm{AU} \approx 150 \times 10^6\,\mathrm{km}$ ($8\,\mathrm{min}\ 15\,\mathrm{s}$ für ein Photon)

αCentauri $1.3\,\mathrm{pc}$

Dicke der Galaxie $0.3\,\mathrm{kpc}$

Abstand zum galaktischen Zentrum $8\,\mathrm{kpc}$

Radius der Galaxis $12.5\,\mathrm{kpc}$

nächste Galaxie $55\,\mathrm{kpc}$

Andromeda M31 $770\,\mathrm{kpc}$

Größe eines Galaxiehaufens $1 - 5\,\mathrm{Mpc}$

Zentrum des nächsten Superhaufens (Virgo) 20 Mpc

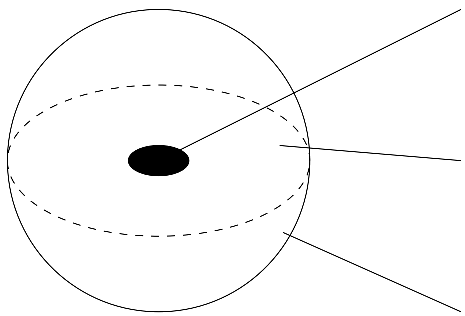
Größe eines Superhaufens 260 Mpc

sichtbares Universum 4000 Mpc

3 Unsere Galaxis

(=Milchstraße=$\lambda\alpha\lambda\alpha\xi$i$\zeta$)

3.1 Struktur der Galaxis



→ stellare Populationen:
Population I (Pop I): Sterne mit Metallizität $Z \sim 0.02 \sim Z_\odot$ v.a. in der dünnen Scheibe
Population II (Pop II): metallarm $Z \sim 0.001$ v.a. in der dicken Scheibe, aber auch im Halo und im Bulge

→ Metallizität und Alter:

- extrem alte Sterne: $\left[\frac{\mathrm{Fe}}{\mathrm{H}}\right] = -4.5$
- dicke Scheibe: $\left[\frac{\mathrm{Fe}}{\mathrm{H}}\right] = -6.5$
- dünne Scheibe: $\left[\frac{\mathrm{Fe}}{\mathrm{H}}\right] = -0.5$
- sehr junge Sterne: $\left[\frac{\mathrm{Fe}}{\mathrm{H}}\right] = 1$

→ Hauptursache für die Metallanreicherung im interstellaren Medium: Supernovae!
Supernova (SN): Sternenexplosion mit hoher Leuchtkraft $L \sim 10^9 \cdot L_\odot$ (vergleichbar mit L_B einer ganzen Galaxie)

→ historische Klassifizierung anhand der spektralen Eigenschaften:

SN I keine Balmerlinien des Wasserstoffs

SNIa starkes SiII Emission, $\lambda = 615\,\text{nm}$

SNIb,Ic keine SiII Emission

SN II mit Balmerlinien

$\rightarrow$ heute bekannt:

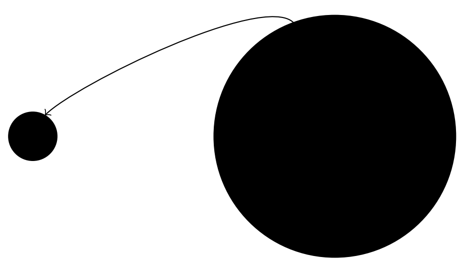
(*i*) SNII,SNIb,c: Sternenexplosion mit $M_* \gtrapprox 8M_\odot$ abgestrahlte Energie $\sim 3 \times 10^{53}\,\text{erg}$ (Neutrinos!)
1. (?) Nachweis von 10 Neutrinos der SN1987A

$\rightarrow$ Wechselwirkung zw. Neutrinus und Sternmaterie (hohe Dichte!)

$\Rightarrow$ Explosion der Sternhülle mit $E_{\text{kin}} \sim 10^{51}\text{erg} = 1\,\text{foe} = 1\,\text{Bethe}$

$\Rightarrow$ 10^{49} erg umgesetzt in Photonen (nur Bruchteil der Gesamtenergie!)

(*ii*) SNIa: Explosion eines weißen Zerges eines Doppelsternsystems



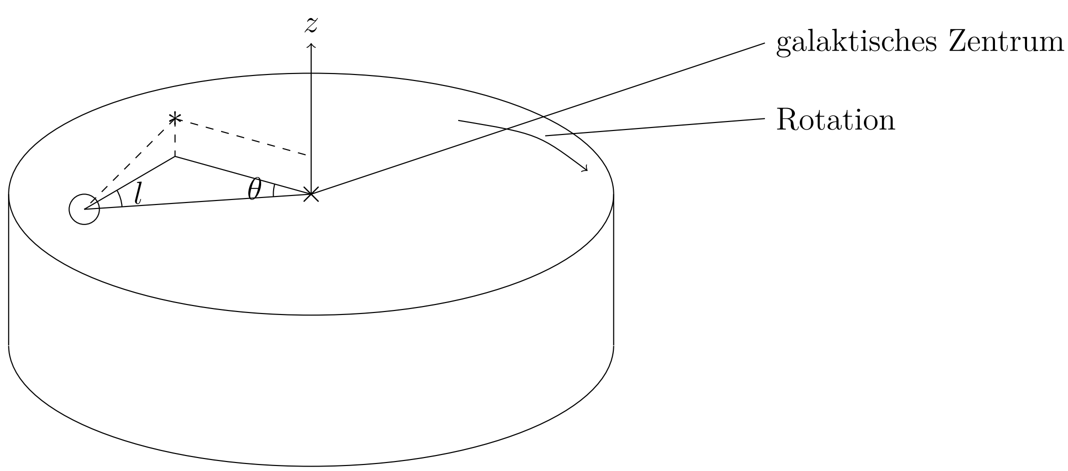
Massentransfer (Akkrektion) von seinem Begleiter, bis die Chandrasekhar-Masse $M_{Ch} \approx 1.44\,\text{M}_\odot$ überschritten wird $\Rightarrow$ SNIa

$\rightarrow$ homogene Anfangsbedingungen für SNIa mit etwa gleicher Leuchtkraft

$\Rightarrow$ **Standardkerzen, die weithin sichtbar sind**

	neutrales Gas	dünne Scheibe	dicke Scheibe	Bulge	stellarer Halo	DM Halo
$\frac{M}{10^{10}\ \mathrm{M}_\odot}$	0.5	6	$0.2-0.4$	1	0.15	-
$\frac{L_B}{10^{10}\ \mathrm{L}_\odot}$	-	1.8	0.02	0.3	0.1	0
$\frac{\frac{M}{L_B}}{\frac{M_\odot}{L_\odot}}$	-	3	10	3	~ 1	-
Durchmesser (kpc)	50	50	50	2	100	> 200
Form	$e^{-\frac{z}{h_z}}$	$e^{-\frac{z}{h_z}}$	$e^{-\frac{z}{h_z}}$	Balken?	$r^{-3.5}$	$\frac{1}{w^2+r^2}$
Skalenhöhe h_z (kpc)	0.13	0.325	1.5	0.4	3	2.8
Geschwindigkeitsdispersion km/s	7	20	40	120	100	-
$\left[\frac{\mathrm{Fe}}{\mathrm{H}}\right]$	> 0.1	$-0.5 - (+0.3)$	$(-1.6)-(-0.4)$	$-1 - (-1)$	$-4.5 - (-0.5)$	-

3.2 Kinematik der Galaxis



→ sphärische Galaktische Koordinaten (l, b) mit der Sonne als Zentrom: l = galaktische Länge, b = galaktische Breite $b = 90° \hat{=}$ galaktischer Nordpol (NGP)

→ zylindrische Galaktische Koordinaten (R, θ, z) mit Geschwindkigkeitskomponenten (U, V, W)

→ Körper mit der Bahnkurve $(R(t), \theta(t), z(t))$ hat die Geschwindigkeitskomponenten:

$$U = \frac{dR}{dt}; \quad V = R \cdot \frac{d\theta}{dt}; \quad W = \frac{dz}{dt}$$

→ fiktives Ruhesystem: Local Standard of Rest (LSR) mit $U_{\text{LSR}} = 0$, $V_{\text{LSR}} = 0$, $W_{\text{LSR}} = 0$
wobei $v_0 = V(R_0)$ Kreisbahngeschwindigkeit am Ort der Sonne entspricht

→ Pekuliargeschwindigkeit (=Geschwindigkeit relativ zum LSR):

$$\vec{v} = (u, v, w) = (U - U_{\text{LSR}}, V - V_{\text{LSR}}, W - W_{\text{LSR}}) = (U, V - V_0, W)$$

$\vec{v}_\odot$: Sonnenbewegung relativ zum LSR

$$\Rightarrow \ \vec{v} = \vec{v}_\odot + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Geschwindigkeit eines Sterns relativ zur Sonne}}}{\Delta\vec{v}}$$

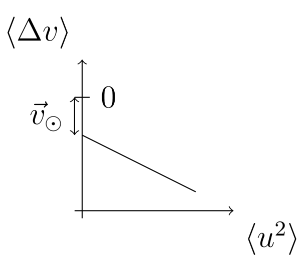
→ Mittelwert der Pekuliargeschwindigkeitskomponenten:

$$\langle u \rangle = 0, \langle w \rangle = 0, \langle v \rangle \neq 0$$

$\langle v \rangle = -C \cdot \langle u^2 \rangle$

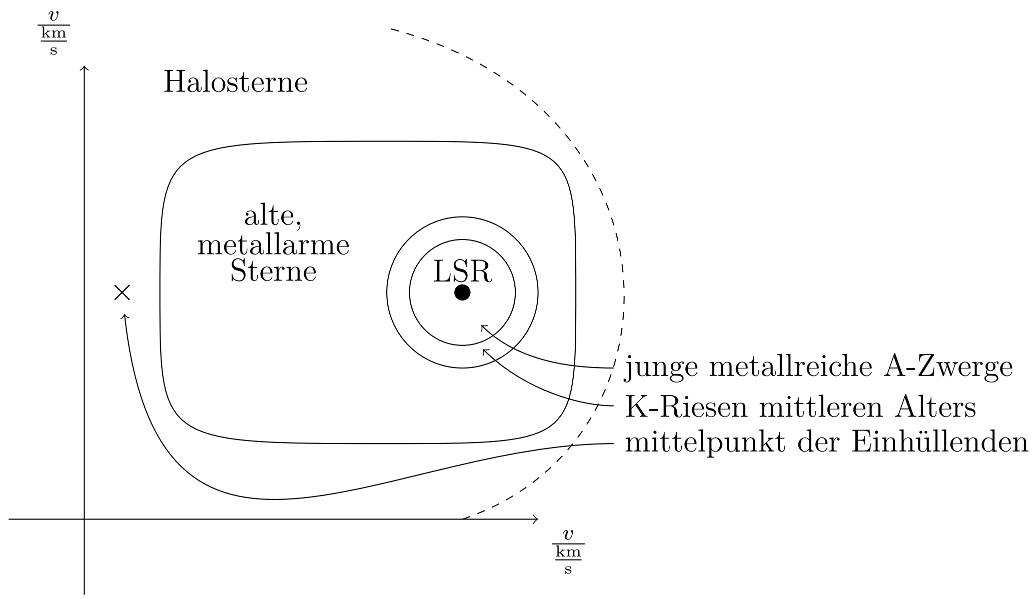
$$\Rightarrow \vec{v}_\odot = (-\langle \Delta u \rangle, (-C \cdot \langle u^2 \rangle - \langle \Delta v \rangle), -\langle \Delta w \rangle)$$

→ Wie kann C gefunden werden? ⇒ Messen von $\langle \Delta v \rangle$ und $\langle u^2 \rangle$ von verschiedenen Sternpopulationen



$$\vec{v}_\odot = (-10, 7, 5) \text{km}\,\text{s}^{-1}$$

→ Asymmetrischer Drift:



- (u, v)-Verteilung junger Sterne eng um $u = v = 0$, die für ältere Sterne breiter wird (Dispersion wg. Gravitationswechselwirkungen)
- $v \approx -220\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$ Mittelpunkt der kreisförmigen Einhüllenden der Halopopulation (mit der älteren Sterne)
- Annahme: Halo rotiert nicht (oder nur langsam) $\Rightarrow V_0 = V(R_0) = 220\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$

→ GG-Bedingung für eine Kreisbahn: Zentrifugalkraft=Gravitationskraft

$$\Leftrightarrow \frac{mV^2}{R} = G\frac{mM}{R^2} \text{ mit } M = M(R) = \text{ Masse im Inneren der Kugelschale}$$

$$\Rightarrow M(R_0) = \frac{V_0^2 R_0}{G} = 8.8 \times 10^{10}\,\mathrm{M}_\odot$$

$\Rightarrow$ Umlaufzeit des LSR um die Galaxis:

$$P = \frac{2\pi R_0}{V} = 230 \times 10^6\,\mathrm{a}$$

1. Scheibe: $n(R,z) = n_0 \cdot \left(e^{-\frac{|z|}{h_{\text{thin}}}} + 0.02 \cdot e^{-\frac{|z|}{h_{\text{thick}}}}\right) \cdot e^{-\frac{R}{h_R}}$
   $h_R = 3.5\,\text{kps}$
   $h_{\text{thin}} = 325\,\text{ps},\ h_{\text{thick}} = 1.5\,\text{kps}$

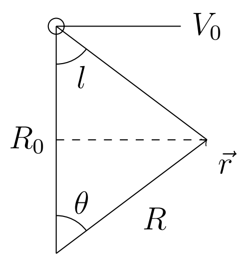
2. Bulge:
   Skalenhöhe ($\propto e^{-\frac{|z|}{h_z}}$): $h_z = 0.4\,\text{kps}$
   $I(R) = I_e \cdot e^{-7.669 \cdot \left(\left(\frac{R}{R_e}\right)^{\frac{1}{4}} - 1\right)}$ de Vancouleurs-Profil
   R_e: Effektivradius, innerhalb dessen die Hälfte der Leuchtkraft emittiert wird.

3. Stellarer Halo:
   $n(r) \propto r^{-3.5}$ Dichteverteilung
   mit de Vancouleurs-Profil: $r_e \approx 3\,\text{kps}$

4. DM Halo:
   quasi-isothermal: $n(r) \propto \frac{1}{a^2+r^2}, a = 12\,\text{kps} \begin{pmatrix} a & \text{definiert} \\ n & \text{bei } r = 0 \end{pmatrix}$
   Navarro-Frenk-White Modell: $n_{NFM} \propto \frac{1}{\frac{r}{r_s}\left(1+\frac{r}{r_s}\right)^2}$ $r_s \approx 12\,\text{kps}$

3.3 Die Rotationskurve der Galaxis

→ Motivitation: Bestimmung der Rotationsgeschwindigkeit $V = V(R)$ as Funktion des Abstands R von galaktischem Zentrum (GC)



→ (kreisförmige) Bewegung in der galaktischen Ebene: $\vec{r} = R \begin{pmatrix} \sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{pmatrix}, \vec{V} = \dot{\vec{r}} = V(R) \cdot \begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ -\sin(\theta) \end{pmatrix}$

$\rightarrow$ Mit Hilfe der Abbildung: $\vec{r} = \begin{pmatrix} D \cdot \sin(l) \\ R_0 - D \cdot \cos(l) \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \sin(\theta) = \tfrac{D}{R}\sin(l)$$
$$\cos(\theta) = \tfrac{R_0}{R} - \tfrac{D}{R}\cos(l)$$
$$\text{mit } \vec{V}_\odot \approx \vec{V}_{\text{LSR}} = \begin{pmatrix} V_0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\Delta\vec{V} = \vec{V} - \vec{V}_\odot = \begin{pmatrix} V\frac{R_0}{R} - V\frac{D}{R}\cos(l) - V_0 \\ -V\frac{D}{R}\sin(l) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_0 - (\Omega - \Omega_0) - \Omega \cdot D \cdot \cos(l) \\ -\Omega D \sin(l) \end{pmatrix}$$
mit $\Omega(R) = \frac{V(R)}{R}$ der Winkelgeschwinditkeit $\Omega_0 = \frac{V_0}{R_0}$

$\rightarrow$ Komponenten der Relativbewegung zwischen Sonne und Objekten ergibt sich durch Projektion von $\vec{V}$:

$$v_r = \Delta\vec{V} \cdot \begin{pmatrix} \sin(l) \\ -\cos(l) \end{pmatrix} = (\Omega - \Omega_0) \cdot R_0 \cdot \sin(l) \quad \text{Radialgeschwindigkeit}$$

$$v_t = \Delta\vec{V} \cdot \begin{pmatrix} \cos(l) \\ \sin(l) \end{pmatrix} = (\Omega - \Omega_0) \cdot R_0 \cdot \cos(l) - \Omega \cdot D \quad \text{Tangentialgeschwindigkeit}$$

Messung von l und v_r (Dopplereffekt, siehe 2.8.2) möglich über Eigenbewegung $\mu = \frac{v_t}{D}$ (siehe 2.8.2) erhält man Ω und D

$\rightarrow$ $R = \sqrt{R_0^2 + D^2 - 2R_0 D\cos(l)}$

$\rightarrow$ Problem: Nicht möglich bei großen D wegen Extinktion in der galaktischen Scheibe ($A_v \sim 28\,\text{mag}$)

$\rightarrow$ Für kleine $D << R_0$, lineare Näherung:

$$(\Omega - \Omega_0) \approx \left(\frac{d\Omega}{dR}\right)|_{R_0} \cdot (R - R_0) + \cdots$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow v_r &= (R - R_0)\frac{d\Omega}{dR}|_{R_0} \cdot R_0 \sin(l) \\
&= (R - R_0)\frac{d}{dR}\left(\frac{V}{R}\right)|_{R_0} \cdot \sin(l) \\
&\approx \left(\left(\frac{dV}{dR}\right)_{R_0} - \frac{V_0}{R_0}\right) \cdot \sin(l)(R - R_0) \\
\text{und } v_t &= \left(\left(\frac{dV}{dR}\right)|_{R_0} - \frac{V_0}{R_0}\right) \cdot (R - R_0)\cos(l) - \Omega_0 \cdot D
\end{aligned}$$

Für $(R - R_0) << R_0 \;\Rightarrow\; R_0 - R \approx D\cos(l)$

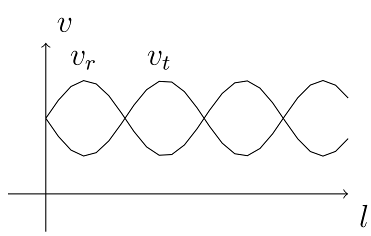
$$\Rightarrow v_r = AD\sin(l),\; v_r = AD\cos(2l) + B \cdot D$$

mit den Oortschen Koordinaten:

$$A := -\frac{1}{2}\left[\left(\frac{dV}{dR}\right)_{R_0} - \frac{V_0}{R_0}\right]$$

$$B := -\frac{1}{2}\left[\left(\frac{dV}{dR}\right)_{R_0} + \frac{V_0}{R_0}\right]$$

$$\Rightarrow \Omega_0 = \frac{V_0}{R_0} = A - B, \quad \left(\frac{dV}{dR}\right)_{R_0} = -(A+B)$$

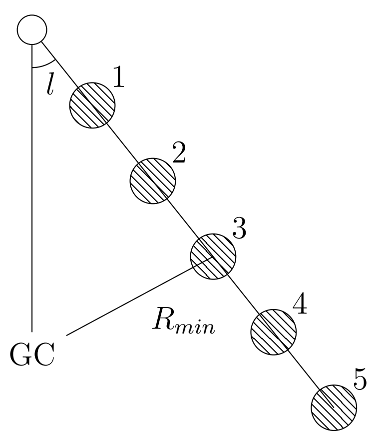


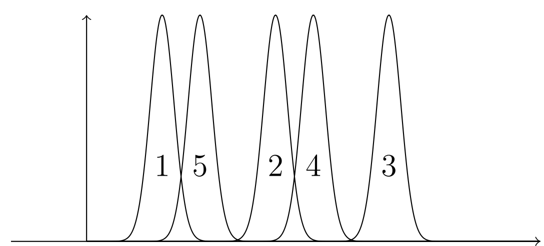
Messung ergibt:

$$A = (14.8 \pm 0.8)\frac{\text{km}}{\text{s}}\frac{1}{\text{kps}}$$

$$B = (-12.4 \pm 0.6)\frac{\text{km}}{\text{s}}\frac{1}{\text{kps}}$$

$\rightarrow$ Bestimmung von $V(R)$ für $R < R_0$:





- $\Rightarrow$ Messung von v_r mit Hilfe der 21 cm Emissionslinie von neutralem Wasserstoff (galaktische Scheibe transparent für Radiowellen) mit Hilfe des Doppler-Effekts

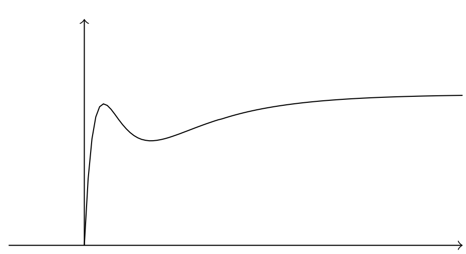
$\rightarrow$ Unter der Annahme, dass sich das Gas der Galaxis auf Kreisbahnen um das GC bewegt, ist zu erwarten, dass für die Wolke im Tangentialpunkt (Wolke 3 im Bild) die gesamte Geschwindigkeit auf v_r projeziert wird und sie daher die größte Radialgeschwinditkeit aufweist:

$$D = R_0 \cos(l), R_{\text{min}} = R_0 \sin(l) \text{ und}$$
$$V_{r,max} = (\Omega(R_{min} - \Omega_0)R_0 \sin(l) = V(R_{min}) - V_0$$
$$\Rightarrow V(R) = \frac{R}{R_0} + V_0 + V_{r,max}|_{\sin(l)=\frac{R}{R_0}}$$

$A \neq 0 \Rightarrow$ Galaxis rotiert nicht starr.

$\rightarrow$ Bestimmung von $V(R)$ für $R > R_0$: v_r Messung an Objekten deren Entfernung D_{max} bestimmen kann, z.B. Cepheiden

<u>Resultat:</u>



$\rightarrow$ Die Rotationskurve fällt nach außen hin ab, trotz einer Stern- und Gasdichte, die exponentiell abfällt:

$$n(R,z) \approx n_0 e^{-\frac{|z|}{h_z}} e^{-\frac{R}{h_z}} \text{ mit } h_z \approx 0.3\,\text{kps}, \;\; h_R \approx 3.5\,\text{kps}$$

$\rightarrow$ wenn es nur sichtbare Materie gäbe, würde Ian + Kepler gelten: $V(R) \sim R^{-\frac{1}{2}}$

$\rightarrow$ aber man erhält $V(R) \sim cnst. \;\Rightarrow M(R) \sim R$
$\Rightarrow$ „dunkle Materie“ (?)

3.4 Ist das Universum unendlich, euklidisch und statisch?

$\rightarrow$ Naive Annahme eines

- räumliche unendlichen
- euklidischen
- statischen

Universums ist im Widerspruch zu (I) und (VIII)

Zu (I) Olders-Paradoxon:

Der Nachthimmel in solch einem Universum wäre (ungemütlich) hell!

- Betrachte dazu:

  n_*: mittlere Anzahldichte der Sterne

  R_*: mittlerer Radius eines Sterns

- Eien Kugelschale mit Radius r und Dicke dr um die $\odot$ enthält $4\pi r^2 n_* dr$ Sterne, jeder mit Raumwinkel $\frac{\pi R_*^2}{r^2}$ $\Rightarrow$ gesamter von $*$ eingenommener Raumwinkel:
  $d\omega = 4\pi r^2 dr n_* \frac{\pi R_*^2}{r^2} = 4\pi^2 n_* R_*^2$ dr unabhängig von r $\Rightarrow$ im gesamten Universums $\omega = \int\limits_0^\infty dr \frac{d\omega}{dr} = 4\pi^2 n_* R_*^2 \int\limits_0^\infty dr = \infty$!

- Offensichtlich haben wir den Effekt von sich überlappenden Sternscheiben an der Sphäre nicht berücksichtigt

  $\Rightarrow$ Jedoch zeigt diese Betrachtung, dass der Himmel von Sternscheiben vollständig gefüllt wäre

  $\Rightarrow$ Der Himmel wäre so hell wie die Oberfläche eines typischen Sterns (z.B. die Sonne)

zu (VIII)

- Sei $n(> L)$ die räumliche Anzahldichte von Radioquellen mit Leuchtkräften $> L$.

- eine Kugelschale mit Radius r und Dicke dr um die $\odot$ enthält wiederum $4\pi r^2 dr n(> L)$ Quellen
- $L = 4\pi r^2 \cdot S$, mit S: beobachteter Fluss

$$\Rightarrow dN(> S) = 4\pi r^2 dr n(> (4\pi r^2 S))$$

$$\Rightarrow N(> S) = \int_0^\infty dr 4\pi r^2 n(> (4\pi r^2 S)) \underset{r=\sqrt{\frac{L}{4\pi S}}}{\overset{\uparrow}{=}} \int_0^\infty \frac{dL}{2\sqrt{4\pi LS}} \frac{L}{4\pi S} n(> L)$$

$$= \frac{1}{16\pi^{\frac{3}{2}}} S^{-\frac{3}{2}} \int_0^\infty DL\sqrt{L} n(> L) \propto S^{-\frac{3}{2}}$$

$\Rightarrow$ Wenigstens eine der drei Ausganshypothesen ist falsch. Rotverschiebung der Galaxien/Hubble-Gesetz $\Rightarrow$ nicht-statisches Universum

zu (V) $\Rightarrow$ Alter des Universums $> 12 \times 10^9$ a zu (II) und (IV) $\Rightarrow$ Das Universum scheint auf ausreichend großen Skalen isotrop zu sein.

$\rightarrow$ Falls unser Standort im Kosmos nicht ausgezeichnet ist

$\Rightarrow$ Das Universum ist auch homogen.

Kosmologisches Prinzip: Das Universum ist homogen und Isotrop

$\rightarrow$ Homogenität ist nicht direkt beobachtbar und auf kleinen Skalen hinfällig (bis zu $\sim 100\,\mathrm{h}^{-1}$Mps), allerdings bisher keine Hinweise auf Strukturen $>> 100\,\mathrm{h}^{-1}$Mps

$\rightarrow$ Dies ist klein im Vergleich zum Hubble-Radius (= charakteristische Größe des beobachtbaren Universums)

$$R_H = \frac{c}{H_0} = 3000\,\mathrm{h}^{-1}\mathrm{Mps}$$

$\Rightarrow$ $\underset{\text{1. Annäherung (später zu präzisieren)}}{\overset{}{\text{Homogenität}\atop\uparrow}}$ und Isotropie auf Skalen von $(100-3000)\,\mathrm{h}^{-1}$Mps