Datenbereinigung von Zeitreihen

Von der Anomalienerkennung zur Anomalienreparatur

Jose Rodriguez Parra Flores
Klaus-Johan Ziegert

17. September 2019

Gliederung

Überblick

Motivation: Problem

Messgeräte liefern unzuverlässige Daten

- GPS Tracker sind nahe von Gebäuden unzuverlässig
- Sensoren sind empfindlich gegenüber äußere Einflüsse
  - Z.B. starker Fall der Temperaturen bei einem Windzug

Abbildung: GPS-Tracking auf dem Campus der Tsinghua Universität [1]

Motivation: Anwendungen der Anomalienerkennung

Umgang von unzuverlässigen Daten mit Anomalienerkennung

1. Unzuverlässige Datenpunkte entfernen
   - Ausreißer werden entfernt ☺
   - Entfernen aufeinanderfolgende Fehler machen Ergebnis unbrauchbar **oder** werden als solche ggf. nicht entfernt ☹
2. Unzuverlässige Datenpunkte reparieren
   - Einzelne Ausreißer werden leicht korrigiert 😐
   - Aufeinanderfolgende Fehler werden zu stark verändert (In der Praxis liegen die Messungen nahe bei den korrekten Werten) 😐

Motivation: Problemerweiterung

Hinzunahme von korrekt markierten Werten

1. Markierung durch den Benutzer
   - Z.B. markiert der Benutzer in beliebigen Zeitabständen seinen aktuellen Standort
2. Präzise Messgeräte liefern in längeren Zeitabstände korrekte Werte

Überblick

Zielsetzung

Ziel der Arbeit

1. Berücksichtigung der markierten Werte in der Anomalienerkennung
   - Aufeinanderfolgende Fehler sollen besser abgeschätzt werden
2. Anomalienreparatur mit den Minimum-Change-Prinzip vereinbaren
   - Keine drastische Veränderungen der Messwerte
3. Neue Anomalienreparatur hinsichtlich Berechnungslaufzeit, Ergebnisgenauigkeit usw. optimieren
4. Neue Anomalienreparatur mit unterschiedlichen Einstellungen mit weitere Verfahren empirisch vergleichen

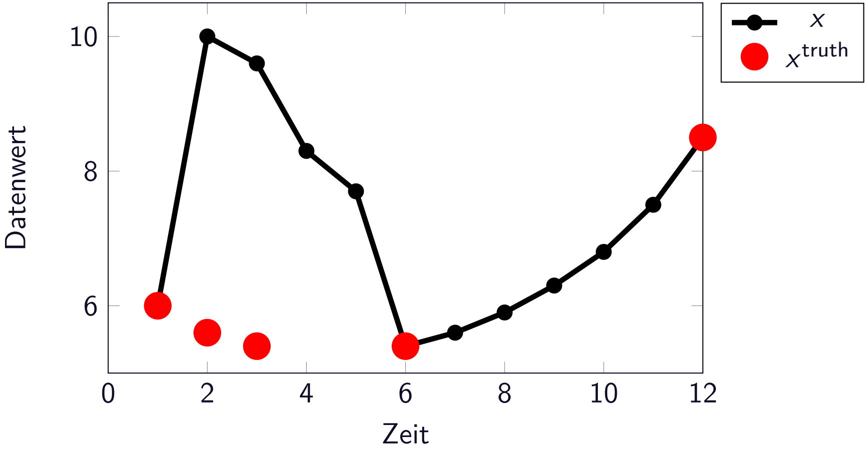
Überblick

Problemstellung

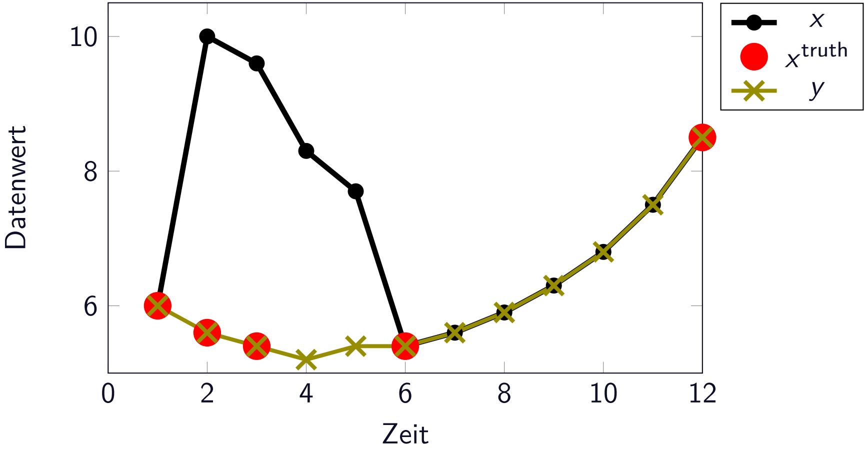
Zeitreihenreparatur

- Gegeben:
  - Unzuverlässige Messung $x = x[1], \ldots, x[n]$
  - Unvollständige, aber dafür ausschließlich korrekte Messung x^{truth}
- Nur in der Evaluierung: vollständige, korrekte Messung $x^{\text{truth*}}$
- Gesucht:
  - Reparatur y mit minimalen RMS-Fehler $\Delta(x^{\text{truth*}}, y)$
  - $\Delta(x^{\text{truth*}}, y) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(x_i^{\text{truth*}} - y_i\right)^2}$

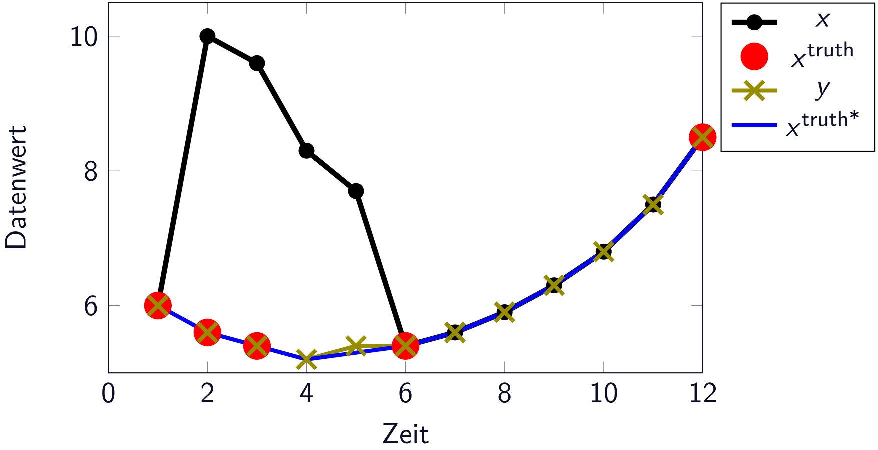
Problemstellung: Beispiel Eingabe



Problemstellung: Beispiel Eingabe & Reperatur



Problemstellung: Beispiel Eingabe & Reparatur



Problemstellung: Beispiel Zahlen & Bewertung

Zeitreihen vom Beispiel

- $x = \{6, 10, 9.6, 8.3, 7.7, 5.4, 5.6, 5.9, 6.3, 6.8, 7.5, 8.5\}$
- $x^{\text{truth}} = \{6, 5.6, 5.4, \underline{\hspace{2em}}, \underline{\hspace{2em}}, 5.4, \underline{\hspace{2em}}, \underline{\hspace{2em}}, \underline{\hspace{2em}}, \underline{\hspace{2em}}, \underline{\hspace{2em}}, 8.5\}$
- $y = \{6, 5.6, 5.4, \underline{5.2, 5.4}, 5.4, \underline{5.6, 5.9, 6.3, 6.8, 7.5,} 8.5\}$
- $x^{\text{truth}*} = \{6, 5.6, 5.4, \underline{5.2, 5.3}, 5.4, \underline{5.6, 5.9, 6.3, 6.8, 7.5}, 8.5\}$

Bewertung des Beispiels

$$\Delta(x^{\text{truth}*}, y) =$$

$$\sqrt{\frac{1}{12}\left((6-6)^2 + \cdots + (5.3-5.4)^2 + \cdots + (8.5-8.5)^2\right)} \approx 0.03$$

Überblick

Reparatur durch Anomalienerkennung

Anomalien

- Wikipedia: Abweichung von der Regel
- Werte x_i mit Abweichung τ (Bsp. $\tau = 2\sigma$):
  $|x_i - x_i^{\text{truth}}| > \tau$

Reparatur durch Anomalienerkennung

Autoregressive Modell $AR(p)$

- Prädiktion aus den vorangegangen p Werte:

$$x'_t = \sum_{i=1}^{p} \phi_i x_{t-i} + \epsilon_t$$

- Reparatur:

$$y_t = \begin{cases} x'_t & \text{falls } \textit{kein Label und } |x'_t - x_t| > \tau \\ x_t & \text{sonst} \end{cases}$$

Reparatur durch Anomalienerkennung

Autoregressives exogenes Modell $ARX(p)$

- Exogenes Variabel y

$$y'_t = x_t + \sum_{i=1}^{p} \phi_i (y_{t-i} - x_{t-i}) + \epsilon_t$$

- y'_t Mögliche Reparatur:

$$y_t = \begin{cases} y'_t & \text{falls } \textit{kein Label und } |y'_t - x_t| > \tau \\ y_t & \text{sonst} \end{cases}$$

$ARX(1)$ Reparatur Beispiel

$ARX(1)$ Reparatur Beispiel

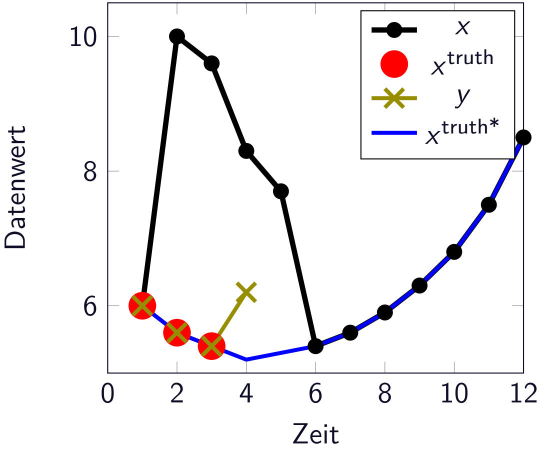
$p = 1$, $\phi = 0.5$ und $\tau = 0.1$

$y'_4 = 8.3 + 0.5 \cdot (5.4 - 9.6)$

$y'_4 = 6.2$

$|6.2 - 8.3| = 2.1 > 0.1$

$y_4 = y'_4 = 6.2$



Parameter Abschätzung

AR(1)

$$X_t = \phi X_{t-1} + \epsilon_t$$

Parameter Abschätzung

AR(1)

$$X_t = \phi X_{t-1} + \epsilon_t$$

Kleinste Quadrate Schätzung

$$\frac{\partial}{\partial \phi} \sum_{k=2}^{n} (X_k - \phi X_{k-1})^2 = 2 \sum_{k=2}^{n} (X_k - \phi X_{k-1})(-X_{k-1}) \tag{1}$$

Parameter Abschätzung

Kleinste Quadrate Schätzung

$$2\sum_{k=2}^{n}(X_k - \phi X_{k-1})(-X_{k-1}) = 0$$

$$\sum_{k=2}^{n}(-X_k X_{k-1} + \phi X_{k-1}^2) = 0$$

$$-\sum_{k=2}^{n} X_k X_{k-1} + \sum_{k=2}^{n} \phi X_{k-1}^2) = 0$$

$$+\sum_{k=2}^{n} \phi X_{k-1}^2 = \sum_{k=2}^{n} X_k X_{k-1}$$

$$\hat{\phi} = \frac{\sum_{k=2}^{n} X_k X_{k-1}}{\sum_{k=2}^{n} X_{k-1}^2}$$

Parameter Abschätzung $p = 1$

Beispiel

$$x = \{6, 10, 9.6, 8.3, 7.7, 5.4, 5.6, 5.9, 6.3, 6.8, 7.5, 8.5\}$$
$$y = \{6, 5.6, 5.4, 8.3, 7.7, 5.4, 5.6, 5.9, 6.3, 6.8, 7.5, 8.5\}$$
$$y - x = \{0, -4.4, -4.2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$$
$$\phi = \frac{(-4.2) \cdot (-4.4)}{(-4.2)^2 + (-4.4)^2} = 0.5$$

Überblick

Glättungsverfahren

Gleitender Mittelwert

- Reparatur alle Werte durch y_j

$$y_j = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} x_{j-i} \quad j \in \{k, .., n\}$$

Glättungsverfahren

Gleitender Mittelwert

- Reparatur alle Werte durch y_j

$$y_j = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} x_{j-i} \quad j \in \{k, .., n\}$$

Exponentiell Gewichteten Gleitender Mittelwert (EWMA)

- $$v_j = \sum_{i=0}^{n} (\beta - 1)\beta^i x_{j-i} \quad j \in \{k, .., n\}$$
- Effizient durch Dynamischesprogrammierung:

$$v_j = \beta v_{j-1} + (1-\beta)x_j \quad mit \;\; V_0 = 0$$

Bedingung basiert Verfahren

SCREEN

- Die Reparatur erfolgt nur über zwei aufeinander folgende Werte
- Bedingung wie schnell ein Wert sich ändern kann
- gut für spikes aber nicht für Fehlern über längeren Zeitraum
-

Überblick

IMR Intuition

Intuitiver Ansatz von IMR

- ARX nutzt markierte Werte effizient, **aber** verändert die Werte zu drastisch.
- IMR Ansatz:
  1. Wende ARX an
  2. Wähle **einen** Reparaturwert mit minimalen Abstand zur Messung
  3. Wiederhole Prozedur bis aktuelle Reparatur sich nicht signifkant ändert
- Motivation: Reparierte Werte verbessern zukünftige Reparaturen

IMR = ARX + Minimum-Change-Prinzip

Eingabe: Messung x, markierte Werte x^{truth}, Ordnung p, Schwellenwert τ und max-num-iterations
Ausgabe: Reparatur y
$y^{(0)} \leftarrow \text{Initialize}(x, x^{\text{truth}})$
for $k \leftarrow 0$ **to** max-num-iterations **do**
    $\phi^{(k)} \leftarrow \text{Estimate}(x, y^{(k)})$
    $\hat{y} \leftarrow \text{Candidate}(x, y^{(k)}, \phi^{(k)})$
    $y^{(k+1)} \leftarrow \text{Evaluate}(x, y^{(k)}, \hat{y})$
    if $\text{Converge}(y^{(k)}, y^{(k+1)})$ **then**
        break
    end if
end for
return $y^{(k)}$

IMR: Initialisierung

Eingabe: Messung x, markierte Werte x^{truth}, Ordnung p, Schwellenwert τ und max-num-iterations

Ausgabe: Reparatur y

$y^{(0)} \leftarrow \text{Initialize}(x, x^{\text{truth}})$

for $k \leftarrow 0$ **to** max-num-iterations **do**

  $\phi^{(k)} \leftarrow \text{Estimate}(x, y^{(k)})$

  $\hat{y} \leftarrow \text{Candidate}(x, y^{(k)}, \phi^{(k)})$

  $y^{(k+1)} \leftarrow \text{Evaluate}(x, y^{(k)}, \hat{y})$

  if $\text{Converge}(y^{(k)}, y^{(k+1)})$ **then**

    break

  end if

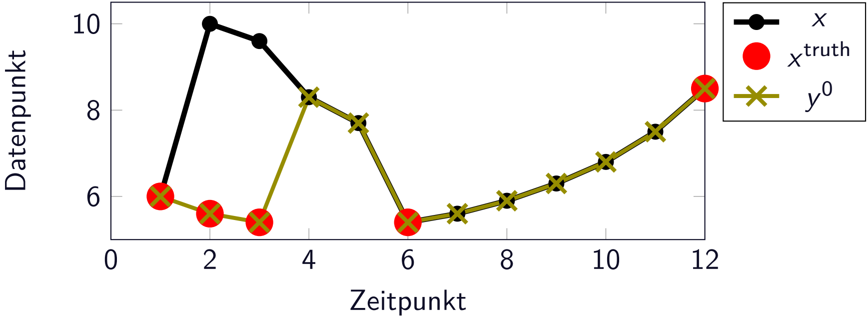
end for

return $y^{(k)}$

IMR: Initialisierung

Initiale Reparatur

Initiale Reparatur $y^{(0)}$ ist Messung x und übernimmt die markierten Werte aus x^{truth}



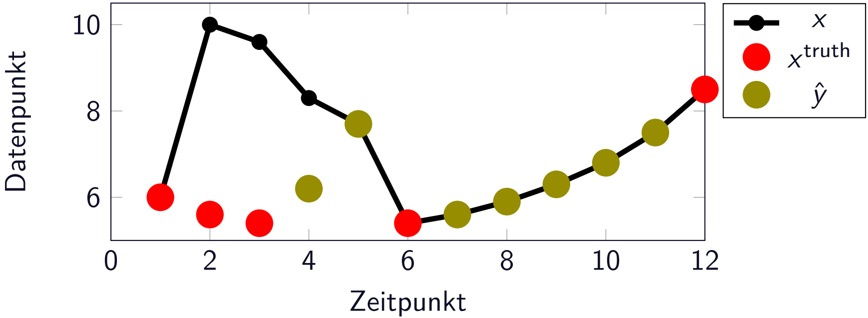
IMR: ARX auf aktuelle Reparatur anwenden

Eingabe: Messung x, markierte Werte x^{truth}, Ordnung p, Schwellenwert τ und max-num-iterations
Ausgabe: Reparatur y
$y^{(0)} \leftarrow \text{Initialize}(x, x^{\text{truth}})$
for $k \leftarrow 0$ **to** max-num-iterations **do**
    $\phi^{(k)} \leftarrow \text{Estimate}(x, y^{(k)})$
    $\hat{y} \leftarrow \text{Candidate}(x, y^{(k)}, \phi^{(k)})$
    $y^{(k+1)} \leftarrow \text{Evaluate}(x, y^{(k)}, \hat{y})$
    if $\text{Converge}(y^{(k)}, y^{(k+1)})$ **then**
        break
    end if
end for
return $y^{(k)}$

IMR: ARX auf aktuelle Reparatur anwenden

Kandidaten

- Parameterschätzung ϕ: aktuelle Reparatur $y^{(k)}$ wird als x^{truth} interpretiert.
- Kandidaten $\hat{y}$ sind neue Reparaturwerte



IMR: Minimum-Change

Eingabe: Messung x, markierte Werte x^{truth}, Ordnung p, Schwellenwert τ und max-num-iterations

Ausgabe: Reparatur y

$y^{(0)} \leftarrow \text{Initialize}(x, x^{\text{truth}})$

for $k \leftarrow 0$ **to** max-num-iterations **do**

  $\phi^{(k)} \leftarrow \text{Estimate}(x, y^{(k)})$

  $\hat{y} \leftarrow \text{Candidate}(x, y^{(k)}, \phi^{(k)})$

  $y^{(k+1)} \leftarrow \text{Evaluate}(x, y^{(k)}, \hat{y})$

  if $\text{Converge}(y^{(k)}, y^{(k+1)})$ **then**

    break

  end if

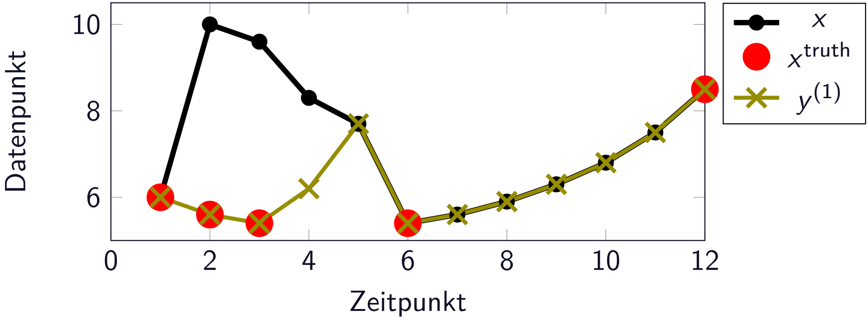
end for

return $y^{(k)}$

IMR: Minimum-Change

Minimum-Change

- Zu geringe Änderungen werden herausgefiltert $|y_i^{(k)} - \hat{y}_i| > \tau$
- Geringste Änderung zu Messung x wird als Kandidat ausgewählt



IMR: Terminierung

Eingabe: Messung x, markierte Werte x^{truth}, Ordnung p, Schwellenwert τ und max-num-iterations

Ausgabe: Reparatur y

$y^{(0)} \leftarrow \text{Initialize}(x, x^{\text{truth}})$

for $k \leftarrow 0$ **to** max-num-iterations **do**

  $\phi^{(k)} \leftarrow \text{Estimate}(x, y^{(k)})$

  $\hat{y} \leftarrow \text{Candidate}(x, y^{(k)}, \phi^{(k)})$

  $y^{(k+1)} \leftarrow \text{Evaluate}(x, y^{(k)}, \hat{y})$

  if $\text{Converge}(y^{(k)}, y^{(k+1)})$ **then**

    break

  end if

end for

return $y^{(k)}$

IMR: Terminierung

Terminierung

- Zwei Möglichkeiten der Terminierung:
  - Maximale Anzahl der Iterationen wird erreicht
  - Konvergenz: Neue Reparatur $y^{(k+1)}$ ist gleich aktuelle Reparatur $y^{(k)}$
- Allgemeine Konvergenzfrage ist noch offen

Überblick

Motivation von Matrix-Pruning IMR

Laufzeit- & Platzproblem

- Parameterschätzung beansprucht viel Zeit und Platz
- Matrizen V und Z bestehen aus $y_i^{(k)} - x_i$:
  - wenige markierte Werte vorhanden
  - markierte Werte häufig identisch zur Messung
  - Reparaturwerte ändern sich nicht signifkant
  - $\rightarrow$ dünnbesetzte Matrizen
- Matrix-Pruning: Löschen von Zeilen mit 0en

Matrix Pruning IMR Beispiel

Beispiel

Zeilen mit 0en in Z und entsprechende Zeile in V sind entfernbar:

$$Z = \begin{pmatrix} 0 \\ -4.4 \\ -4.2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} V = \begin{pmatrix} -4.4 \\ -4.2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow Z_{mp} = \begin{pmatrix} -4.4 \\ -4.2 \end{pmatrix} V_{mp} = \begin{pmatrix} -4.2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Überblick

Inkrementelle Berechnung (IMR-IC)

Intuition

- IMR Algorithmus berechnet ϕ^k in jede Iteration k

$$\phi^k \leftarrow Estimate(x, y^k)$$

- Minimum-Change-Prinzip, ein Wert r wird geändert

$$y_r^k \neq y_r^{k-1}$$

- Fast alle Werte in Z^k, Z^{k-1} und V^k, V^{k-1} bleiben unverändert

Inkrementelle Berechnung (IMR-IC)

Rekursive Formel

Sei $\phi^{(k)} = (A^{(k)})^{-1} B^{(k)}$ mit $A^{(k)} = (Z^{(k)})' Z^{(k)}$ und $B^{(k)} = (Z^{(k)})' V^{(k)}$

Fall: $1 \leq i \leq p$

$$a_{ii}^{(k)} = a_{ii}^{(k-1)} + \begin{cases} 0 & \textit{falls } r < p+1-i \vee r > n-i \\ z_r^{(k)} z_r^{(k)} - z_r^{(k-1)} z_r^{(k-1)} & \textit{falls } p+1-i \leq r \leq n-i \end{cases}$$

Inkrementelle Berechnung (IMR-IC)

Fall: $1 \leq i \leq p$, $1 \leq j \leq p$, $i < j$

$$a_{ij}^{(k)} = a_{ji}^{(k)} = a_{ij}^{(k-1)} + (z_r^{(k)} - z_r^{(k-1)}) \times$$

$$\begin{cases} 0 & \textit{falls}\ r < p + 1 - j \vee r > n - i \\ z_{r+j-i}^{(k-1)} & \textit{falls}\ p + 1 - j \leq r < p + 1 - i \\ z_{r-j+i}^{(k-1)} & \textit{falls}\ n - j < r \leq n - i \\ (z_{r+j-i}^{(k-1)} + z_{r-j+i}^{(k-1)}) & \textit{falls}\ p + 1 - i \leq r \leq n - i \end{cases}$$

Inkrementelle Berechnung (IMR-IC)

Fall: $1 \leq i \leq p$

$$b_i^{(k)} = b_i^{(k-1)} + (z_r^{(k)} - z_r^{(k-1)}) \times$$

$$\begin{cases} 0 & \textit{falls } r < p+1-i \vee r > n-i \\ z_{r+i}^{(k-1)} & \textit{falls } p+1-i \leq r < p+1 \\ z_{r-i}^{(k-1)} & \textit{falls } r > n-i \\ (z_{r+i}^{(k-1)} + z_{r-i}^{(k-1)}) & \textit{falls } p+1 \leq r \leq n-i \end{cases}$$

Rekursive Algorithmus

Eingabe: Messung x, Reparatur/Label y
Ausgabe: $\phi^{(k)}$
if $k = 0$ **then**
    Init $A^{(0)}$,$B^{(0)}$ mit $Z^{(0)}$, $V^{(0)}$
else
    r Index $y_r^{(k)} \neq y_r^{(k-1)}$
    Erstelle $A^{(k)}$, $B^{(k)}$ mit hilfe von $A^{(k-1)}$ und $B^{(k-1)}$ nach rekursive Formeln
end if
$\phi^{(k)} \leftarrow (A^{(k)})^{-1} B^{(k)}$
return $\phi^{(k)}$

Überblick

Versuchsbeschreibung

Versuchsaufabau

- Versuchsperson bewegt sich mit dem Handy auf den Hauptcampus
- Strecke ist festgelegt ($x^{\text{truth}}, x^{\text{truth}*}$)
- 186 von 742 GPS-Daten wurden als fehlerhaft festgestellt

Überblick

Ordnung

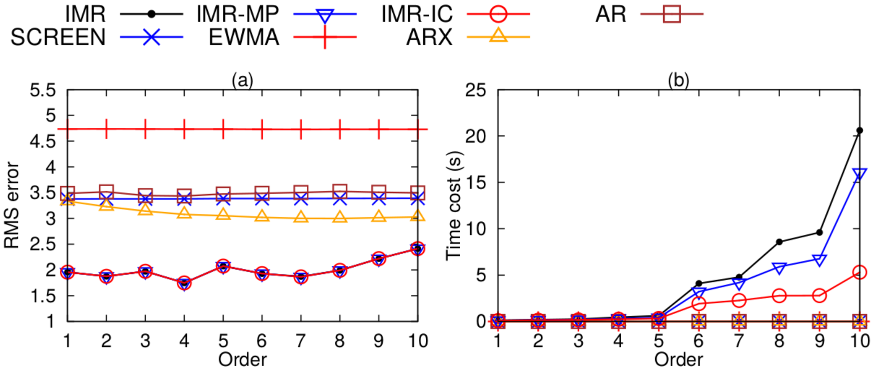


Abbildung: Unterschiedliche Ordnung p über GPS-Daten mit $\tau = 0.2$, Datengröße 750 und Markierungsrate 0.2

Überblick

Schwellenwert

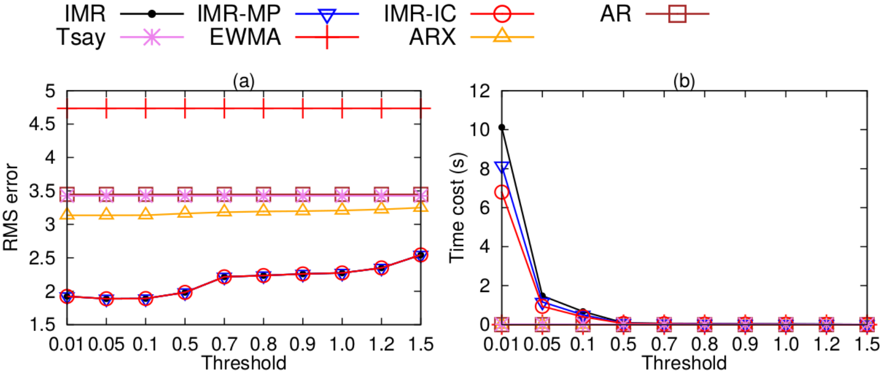


Abbildung: Unterschiedliche Schwellenwerte τ über GPS-Daten mit $p = 3$, Datengröße 750 und Markierungsrate 0.2

Überblick

Maximale Anzahl von Iterationen

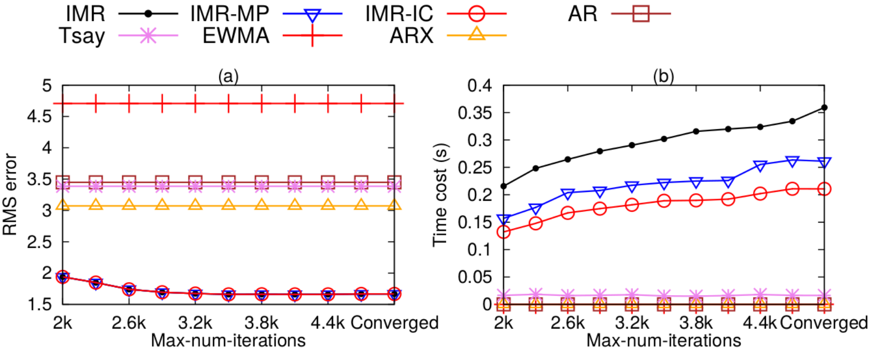


Abbildung: Unterschiedliche maximale Anzahl von Iterationen über GPS-Daten mit $\tau = 0,2$, $p = 3$ und Datengröße 750

Überblick

Markierungsrate

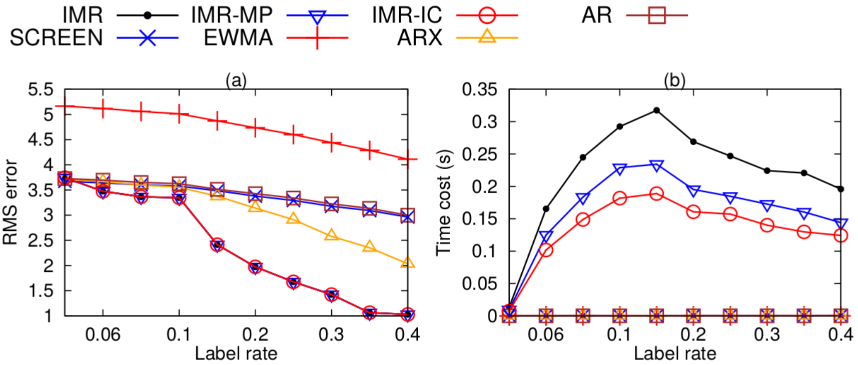


Abbildung: Unterschiedliche Markierungsraten über GPS-Daten mit $\tau = 0,2$, $p = 3$ und Datengröße 750

Überblick

Zusammenfassung und Ausblick

Zusammenfassung

- Inkrementelle Reparatur der Daten durch Anomalienerkennungsverfahren
- Minimum-Change-Prinzip und temporäre Eigenschaften
- Bessere Laufzeit durch Matrix-Pruning
- IC Parameter Schätzung in $O(1)$
- Höhere Genauigkeit der Reparatur als State-of-the-art Verfahren

Zusammenfassung und Ausblick

Zusammenfassung

- Inkrementelle Reparatur der Daten durch Anomalienerkennungsverfahren
- Minimum-Change-Prinzip und temporäre Eigenschaften
- Bessere Laufzeit durch Matrix-Pruning
- IC Parameter Schätzung in $O(1)$
- Höhere Genauigkeit der Reparatur als State-of-the-art Verfahren

Ausblick

- Andere Modelle anstatt ARX

Vielen Dank
für die Aufmerksamkeit

Überblick

Literatur I

Shaoxu song - tsinghua university.

Aoqian Zhang, Shaoxu Song, Jianmin Wang, and Philip S Yu.
Time series data cleaning: From anomaly detection to anomaly repairing.
Proceedings of the VLDB Endowment, 10(10):1046–1057, 2017.