

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Ηλεκτοολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

Τομέας Τεχνολογίας Πληφοφοφικής και Υπολογιστών

Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα

Διδάσκοντες: Δημήτρης Φωτάκης, Δώρα Σούλιου

2η Σειρά Προγραμματιστικών Ασκήσεων - Ημ/νία Παράδοσης 2/12/2018

Άσκηση 1: Κύριος Creosote

Ο κύριος Creosote είναι πολύ τακτικός πελάτης στο εστιατόριό σας. Του αρέσει τόσο πολύ η μαγειρική σας, που έχει παραγγείλει ένα δείπνο με N εδέσματα, τα οποία έχετε αριθμήσει από 1 ως N. Απομένει να χωρίσετε τα εδέσματα σε πιάτα. Μετά από τα τόσα χρόνια μαγειρικής, ξέρετε ότι αν αλλάξει η σειρά των εδεσμάτων, θα αλλοιωθούν οι γευστικοί συνδυασμοί, που με τόση προσπάθεια έχετε βελτιστοποιήσει και τόσο αρέσουν στον κύριο Creosote. Έτσι, έχετε αποφασίσει κάθε πιάτο να αποτελείται από μια σειρά διαδοχικών εδεσμάτων της μορφής $(i,i+1,\ldots,i+k)$.

Κάθε έδεσμα i έχει ένα δεδομένο συντελεστή γευστικής απόλαυσης x_i . Κάθε πιάτο διαδοχικών εδεσμάτων $(i,i+1,\ldots,i+k)$ έχει ένα συντελεστή γευστικής απόλαυσης ax^2+bx+c , όπου $x=x_i+x_{i+1}+\cdots+x_{i+k}$ είναι ο συνολικός συντελεστής γευστικής απόλαυσης των εδεσμάτων του πιάτου, και a<0, b και c είναι οι μυστικές γευστικές παράμετροι που έχετε υπολογίσει μετά από χρόνια έρευνας και πειραματισμών.

Θέλετε να χωρίσετε τα εδέσματα σε πιάτα ώστε να μεγιστοποιήσετε το άθροισμα των συντελεστών γευστικής απόλαυσης των πιάτων που θα προκύψουν. Επειδή αυτή τη φορά τα εδέσματα που παρήγγειλε ο κύριος Creosote είναι αρκετά, αποφασίσατε να γράψετε έναν αποδοτικό αλγόριθμο που για να χωρίσετε τα εδέσματα σε πιάτα.

Δεδομένα Εισόδου: Αρχικά, το πρόγραμμα θα διαβάζει από το standard input έναν θετικό ακέραιο N, τον συνολικό αριθμό των εδεσμάτων. Στην επόμενη γραμμή, θα υπάρχουν 3 ακέραιοι αριθμοί (χωρισμένοι με κενό), που αντιστοιχούν στις μυστικές γευστικές παραμέτρους a, b και c. Στην τρίτη γραμμή, θα υπάρχουν N φυσικοί αριθμοί (χωρισμένοι με κενό) που αντιστοιχούν στους γευστικούς συντελεστές των εδεσμάτων.

Δεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμά σας πρέπει να τυπώνει στο standard output (στην πρώτη γραμμή) τον μέγιστο συνολικό συντελεστή γευστικής απόλαυσης που μπορεί να προκύψει από τον χωρισμό των N εδεσμάτων σε πιάτα. Σημειώνεται ότι για μεγάλες τιμές του N, ο συνολικός συντελεστής γευστικής απόλαυσης (καθώς και κάποια από τα ενδιάμεσα αποτελέσματα που χρειάζονται για τον υπολογισμό του) μπορεί να υπερβαίνουν το 2^{32} .

Περιορισμοί: Παράδειγμα Εισόδου: Παράδειγμα Εξόδου:

 $3 \le N \le 10^4$ $0 \le x_i \le 100$ $-5 \le a \le -1$ $|b|, |c| \le 10^9$

4 -1 10 -20 2 2 3 4 9

Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1 sec.

Όριο μνήμης: 64 ΜΒ.

Bonus: Για μάποια αρχεία εισόδου

θα είναι $10^4 \le N \le 10^6$.

Aσะทุση 2: Social Credits

Τα τελευταία χρόνια χυχλοφορεί έντονα η φήμη ότι η χυβέρνηση της Κίνας ετοιμάζει ένα σύστημα αξιολόγησης των κατοίχων της, το οποίο προορίζεται να τεθεί σε εφαρμογή μέσα στην επόμενη δεκαετία (δείτε π.χ., εδώ). Σύμφωνα με αυτό το σύστημα, κάθε κάτοιχος της χώρας θα έχει ένα social credit. Ανάλογα με την τιμή του social credit, θα παρέχονται στους κατοίχους κάποια προνόμια ή θα επιβάλλονται ορισμένες χυρώσεις. Το social credit ενός ατόμου υπολογίζεται ανάλογα με την συμπεριφορά του ίδιου, αλλά και ανάλογα με το social credit των ατόμων με τα οποία συναναστρέφεται.

Ενδιαφέρεστε να επεκτείνετε τις εμπορικές σας δραστηριότητες στην Κίνα, και θέλετε να είστε προετοιμασμένος(η) για το νέο σύστημα αξιολόγησης. Έχετε δημιουργήσει ήδη έναν μακρύ κατάλογο με N άτομα που μπορείτε να συναντήσετε. Οι μεγάλες αποστάσεις υπαγορεύουν μια πολύ συγκεκριμένη σειρά με την οποία μπορούν να γίνουν αυτές οι συναντήσεις. Έτσι έχετε οργανώσει τον κατάλογό σας με βάση αυτή τη σειρά. Μετά από προσεκτική έρευνα, έχετε υπολογίσει το social credit s_i κάθε ατόμου i στον κατάλογό σας. Στην προσπάθεια να μεγιστοποιήσετε το δικό σας social credit, καταλήγετε ότι η καλύτερη στρατηγική είναι να συναντιέστε με κάποιο άτομο που έχει αυστηρά μεγαλύτερο social credit από το προηγούμενο άτομο που συναντήσατε. Μπορείτε να κάνετε μια εξαίρεση χωρίς να βλάψετε το social credit σας, αλλά όχι περισσότερες.

Ποιν επισκεφθείτε την Κίνα, θέλετε να φτιάξετε ένα αποδοτικό ποόγοαμμα που θα υπολογίζει το μέγιστο πλήθος ατόμων που μπορείτε να συναντήσετε με βάση τη συγκεκριμένη στρατηγική.

Δεδομένα Εισόδου: Αρχικά, το πρόγραμμα θα διαβάζει από το standard input έναν θετικό ακέραιο N, τον συνολικό αριθμό των ατόμων με τα οποία μπορείτε να συναντηθείτε. Στην επόμενη γραμμή, θα υπάρχουν N φυσικοί αριθμοί (χωρισμένοι με κενό), που αντιστοιχούν στο social credit των ατόμων με τα οποία μπορείτε να συναντηθείτε. Τα social credits θα δίνονται σύμφωνα με τη σειρά που μπορούν να γίνουν οι συναντήσεις.

Δεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμά σας πρέπει να τυπώνει στο standard output (στην πρώτη γραμμή) τον μέγιστο αριθμό ατόμων που μπορείτε να συναντηθείτε, ώστε κάθε άτομο που θα συναντήσετε, με μία πιθανή εξαίρεση, να έχει social credit αυστηρά μεγαλύτερο από το άτομο που συναντήσατε προηγουμένως.

Περιορισμοί:

Παράδειγμα Εισόδου:

Παράδειγμα Εξόδου:

7

 $\begin{aligned} &1 \leq N \leq 5 \cdot 10^5 \\ &0 \leq s_i \leq 10^7 \end{aligned}$

Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1 sec.

Όριο μνήμης: 64 ΜΒ.

9 3 9 4 5 8 6 1 3 7