



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
Τομέας Σημάτων, Ελέγχου και Ρομποτικής

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΡΟΜΠΟΤΙΚΗΣ
Άσκηση 2: Έλεγχος Pendubot

Ομάδα Α3:

Αβραμίδης Κλεάνθης	03115117
Βασιλείου Βασιλική	03115033
Κρατημένος Άγγελος	03115025
Μπαρμπέρης Αλέξανδρος	03115003
Παναγιωταράς Ηλίας	03115746

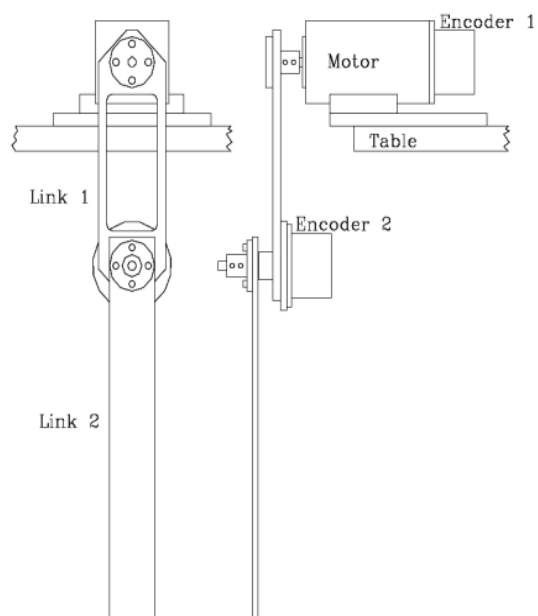
Ημερομηνία Διεξαγωγής: 27/11/2018
Ημερομηνία Παράδοσης: 11/12/2018

Πρώτος Μέρος: Εισαγωγή

Σκοπός της παρούσας εργαστηριακής άσκησης είναι η κατανόηση των βασικών τεχνικών γραμμικού και μη γραμμικού ελέγχου ρομποτικών μηχανισμών. Αρχικά γίνεται ρύθμιση ενός PD ελεγκτή για τον έλεγχο θέσης του ρομποτικού μηχανισμού της διάταξης, που περιλαμβάνει μόνο γραμμικούς όρους. Μέσω των πειραματικών μετρήσεων κατανοούμε την επίδραση των χαρακτηριστικών του ρομποτικού μηχανισμού στην επίδοση του γραμμικού τοπικού ελεγκτή. Κύριος παράγοντας αλλοίωσης της ακρίβειας του ελέγχου είναι η επίδραση της βαρύτητας. Εφαρμόσαμε συνεπώς την τεχνική της αντιστάθμισης βαρύτητας, προσθέτοντας έναν μη γραμμικό όρο στην εξίσωση ελεγκτή και επαναλαμβάνοντας τις πειραματικές μετρήσεις. Τέλος, πειραματιστήκαμε με τη λειτουργία ενός πλήρους μη γραμμικού ελεγκτή για την εξισορρόπηση του ανάστροφου εκκρεμούς στην ενδιάμεση θέση ασταθούς ισορροπίας.

Δεύτερο Μέρος: Περιγραφή της πειραματικής διάταξης:

Ο ρομποτικός μηχανισμός που χρησιμοποιήθηκε στην εργαστηριακή άσκηση είναι τύπου «ανάστροφο εκκρεμές» (Pendubot, Mechatronics Systems Inc.). Όπως φαίνεται και στην εικόνα, ο μηχανισμός διαθέτει δύο βαθμούς ελευθερίας, αλλά μόνο έναν κινητήρα συνεχούς – 90V (DC motor), ο οποίος οδηγεί την 1^η άρθρωση (joint-1). Η δεύτερη άρθρωση δεν οδηγείται και κινείται μέσω των επιταχύνσεων του πρώτου συνδέσμου λόγω της σύζευξης των δύο αρθρώσεων. Και οι δύο αρθρώσεις διαθέτουν encoders για να είναι η εφικτή η μέτρηση της στροφής (q_1 και q_2) στο τοπικό σύστημα της κάθε άρθρωσης.



Οι παραπάνω ιδιαιτερότητες του συστήματος το κατατάσσουν στην κατηγορία των Υποδηγούμενων (underactuated) συστημάτων. Τα συστήματα αυτά διαθέτουν περισσότερους βαθμούς ελευθερίας από αυτούς που μπορούμε να ελέγξουμε. Εν προκειμένω έχουμε δύο βαθμούς ελευθερίας αλλά μπορούμε να ελέγξουμε μόνο την πρώτη άρθρωση.

Ο σχεδιασμός του ρομποτικού μηχανισμού επιτρέπει και στους δύο συνδέσμους δυνατότητα περιστροφής 360°. Για τον προγραμματισμό του απαιτείται ένα προγραμματιστικό περιβάλλον C/C++, όπου με τη χρήση των κατάλληλων συναρτήσεων γίνεται:

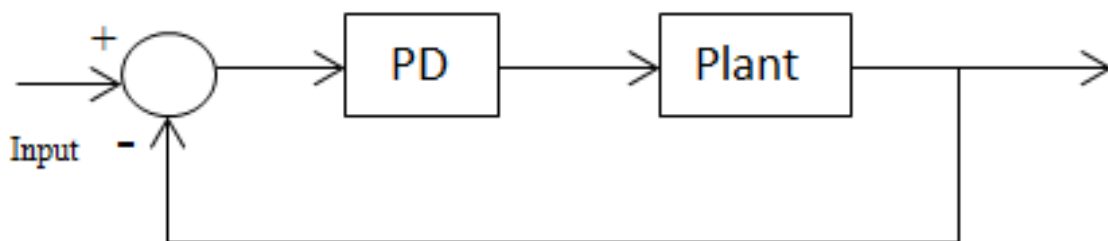
- i) Εγγραφή στην κάρτα ελέγχου (D/A, CIO-DAC-02 της Computer Boards Inc.) των εντολών προς την 1^η άρθρωση.

- ii) Ανάγνωση από κάρτα διεπαφής με τους οπτικούς κωδικοποιητές (encoder interface card της Dynamics Research Corporation) της τρέχουσας θέσης κάθε άρθρωσης.

Τρίτο Μέρος: Λήψη Πειραματικών Μετρήσεων

3.1. Πειραματική Ρύθμιση Ελεγκτή PD μεμονωμένης Ρομποτικής Άρθρωσης

(α) Το σύστημα είναι αρχικοποιημένο σε ένα σημείο ευσταθούς ισορροπίας όπου οι γωνία στροφής της πρώτης άρθρωσης είναι -90° και της δεύτερης 0° ως προς τα τοπικά συστήματα. Χρησιμοποιούμε βηματική είσοδο καθώς θέλουμε η πρώτη άρθρωση να στραφεί κατά 30° και να φτάσει στις -60° και στη συνέχεια θέλουμε να παραμείνουμε σε αυτό το σημείο. Ο PD ελεγκτής που χρησιμοποιούμε έχει την εξής μορφή:



$$u = K_p \cdot (x_d - x_r) + K_d \cdot (\dot{x}_d - \dot{x}_r)$$

όπου x_d η επιθυμητή (desired) θέση, x_r η πραγματική (real) θέση, \dot{x}_d η παράγωγος της επιθυμητής θέσης, \dot{x}_r η παράγωγος της πραγματικής θέσης και K_p το αναλογικό κέρδος και K_d το διαφορικό κέρδος. Η διαφορά $x_d - x_r$ ονομάζεται σφάλμα θέσης ενώ η διαφορά $\dot{x}_d - \dot{x}_r$ ονομάζεται σφάλμα ταχύτητας. Στο συγκεκριμένο πείραμα, οι ονομασίες είναι αντίστοιχα σφάλμα γωνίας και σφάλμα γωνιακής ταχύτητας αφού έχουμε περιστροφή και όχι μεταφορική κίνηση.

Ο D όρος του ελεγκτή επηρεάζει όπως φαίνεται μόνο την μεταβατική κατάσταση, καθώς στη μόνιμη κατάσταση οι ταχύτητες (επιθυμητή και πραγματική) είναι αναγκαστικά μηδενικές. Αύξηση του K_d οδηγεί σε μείωση της ταχύτητας. Υπάρχει επίσης ένα trade-off μεταξύ του χρόνου ανύψωσης (t_r - sec) και της υπερύψωσης (PO - rad): Όσο ταχύτερα προσεγγίζουμε την επιθυμητή θέση, τόσο περισσότερο θα αποκλίνουμε σε υπερύψωση, μέχρις ότου ο ελεγκτής καταφέρει να επαναφέρει το σύστημα προς την επιθυμητή θέση (αυξημένη ταλαντωτική συμπεριφορά). Από την άλλη, ο P όρος του ελεγκτή επηρεάζει την τελική θέση, συνεπώς χρησιμοποιείται για την ρύθμιση του σφάλματος στη μόνιμη κατάσταση.

Χρησιμοποιούμε στη συνέχεια πειραματικές μετρήσεις προκειμένου να καταδείξουμε τα χαρακτηριστικά του παραπάνω ελεγκτή. Προτού παρουσιάσουμε τον πίνακα με τις μετρήσεις δίνουμε έναν επιγραμματικό ορισμό των μεγεθών που εξετάζονται:

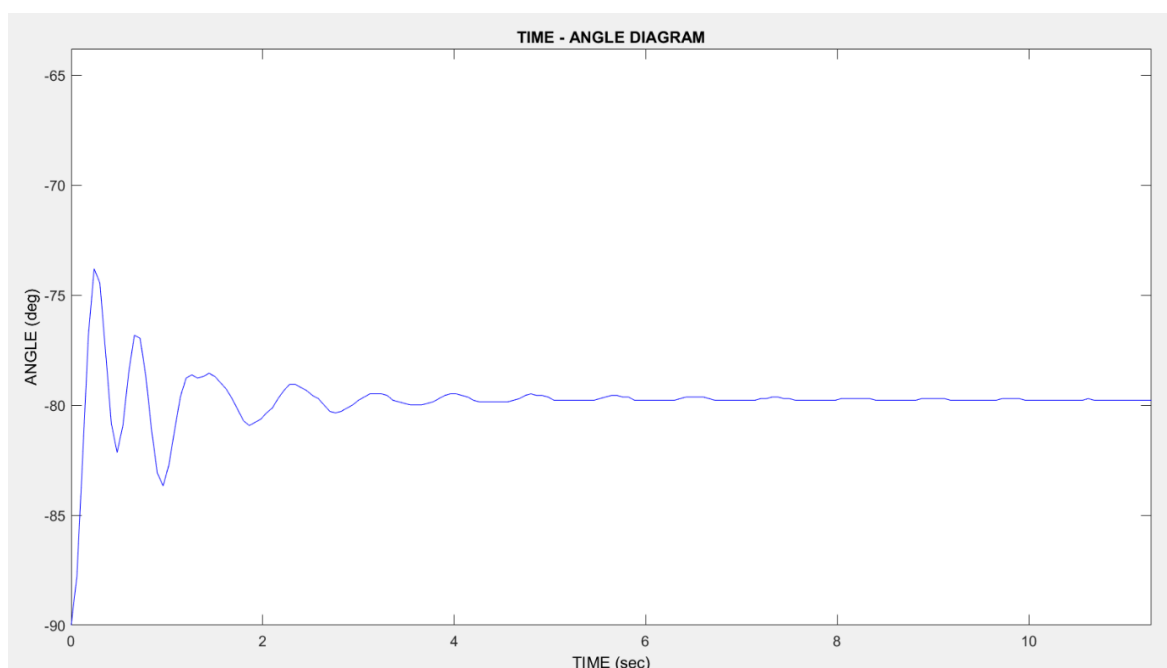
- ✓ Σφάλμα μόνιμης κατάστασης e_{ss} : Δίνεται από τη σχέση $e_{ss} = x_d - x_r$ και ορίζεται ως η απόκλιση της επιθυμητής θέσης από τη θέση του συστήματος σε δεδομένη στιγμή.
- ✓ Χρόνος ανύψωσης t_r : Ορίζεται ως ο χρόνος μετάβασης από το 10% στο 90% της επιθυμητής ανύψωσης.
- ✓ Υπερύψωση PO: Η μέγιστη θετική απόκλιση από τη θέση του συστήματος στην μόνιμη κατάσταση.

Οι μετρήσεις που λάβαμε:

A/A	K_p	K_d/K_v	$e_{ss}(^{\circ})$	$t_r(\text{sec})$	PO(rad)
1	1	0	19.128	0.18	0.108
2	1	0.15	19.344	0.24	0.0188
3	1	0.23	19.416	0.48	0.0076
4	5	0.25	7.968	0.12	0.1131
5	5	0.4	8.04	0.18	0.0264
6	5	0.48	8.04	0.42	0.0138
7	10	0.55	4.584	0.12	0.0402
8	10	0.65	4.656	0.12	0.0126
9	10	0.7	4.656	0.36	0.0126
10	20	0.8	2.424	0.12	0.044
11	20	0.95	2.28	0.36	0.0038
12	20	1.3	2.28	0.42	0.0038
13	20	0.95	-0.312	0.36	0.0176

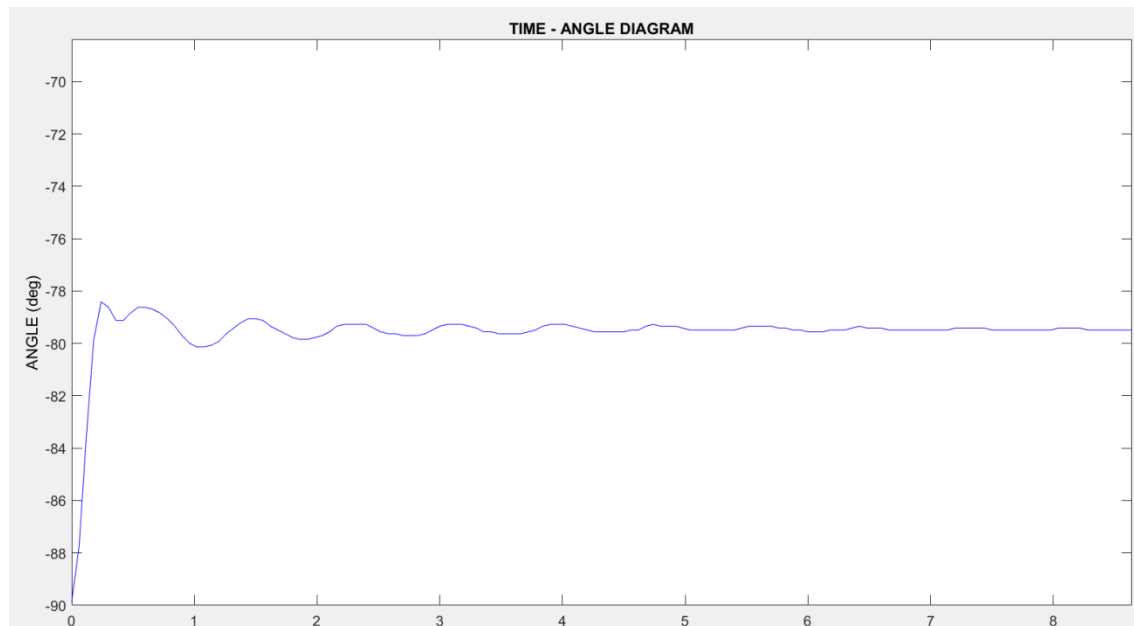
Σημείωση: Με ροζ είναι οι μετρήσεις που φτάνουν σε κρίσιμη απόσβεση και με πράσινο η μέτρηση στην οποία έχει εφαρμοστεί η αντιστάθμιση βαρύτητας

Πρώτο Διάγραμμα: $K_p = 1$ και $K_d = 0$

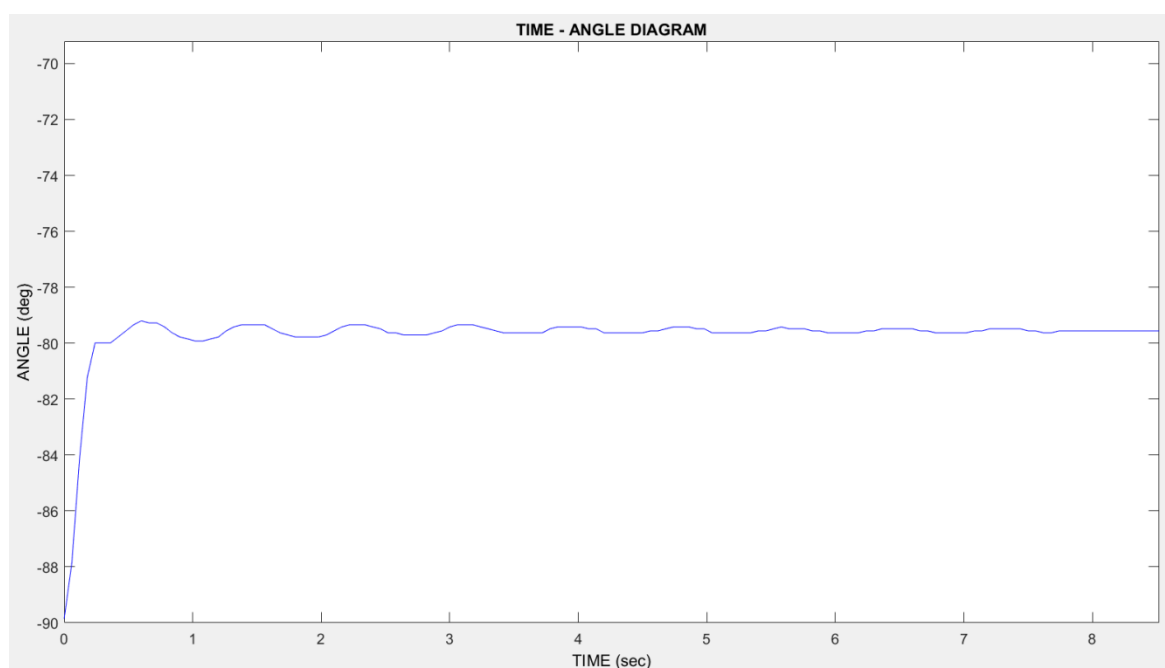


Στο παραπάνω διάγραμμα το K_d είναι μηδενικό άρα ουσιαστικά χρησιμοποιούμε αναλογικό ελεγκτή και δεν υπάρχει έλεγχος στην ταχύτητα του συστήματος. Παρατηρούνται ταλαντώσεις γύρω από την θέση μόνιμης κατάστασης, καθώς στην απόκριση περιλαμβάνονται πολλές αρμονικές λόγω του ελεύθερου συνδέσμου ο οποίος επηρεάζει το σύστημα μέσω της αδράνειας του. Το σφάλμα στην μόνιμη κατάσταση είναι μεγάλο (περίπου 20 μοίρες). Επίσης μεγάλο είναι και το ΡΟ το οποίο οφείλεται κυρίως στην απουσία ελέγχου ταχύτητας.

Δεύτερο Διάγραμμα: $K_p = 1$ και $K_d = 0.15$

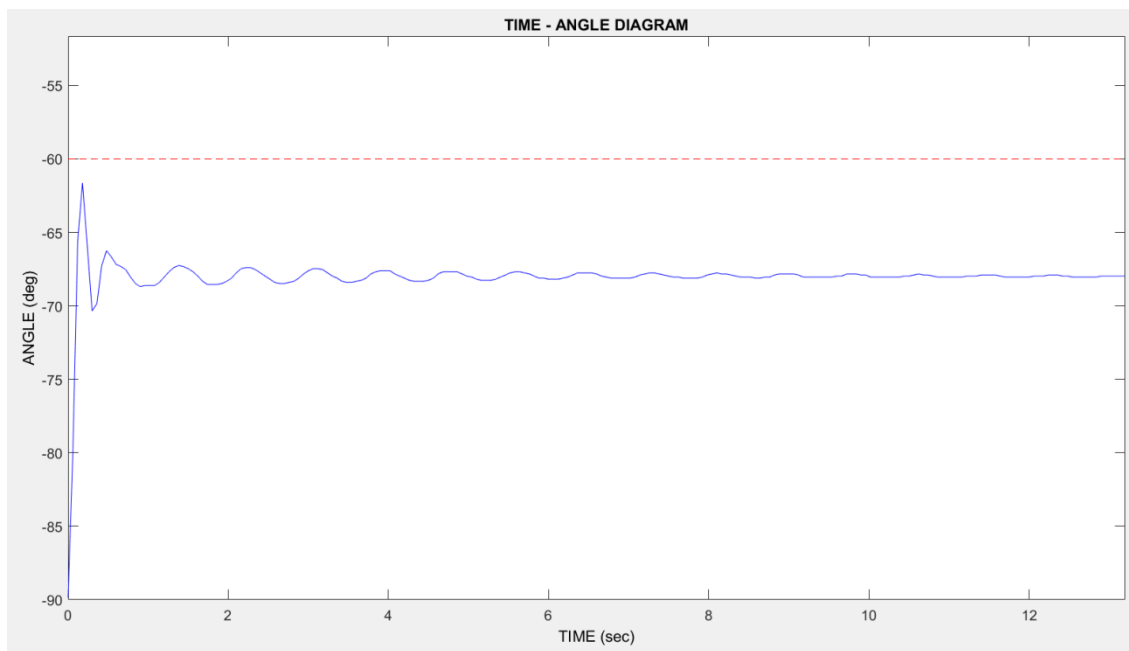


Τρίτο Διάγραμμα: $K_p = 1$ και $K_d = 0.23$

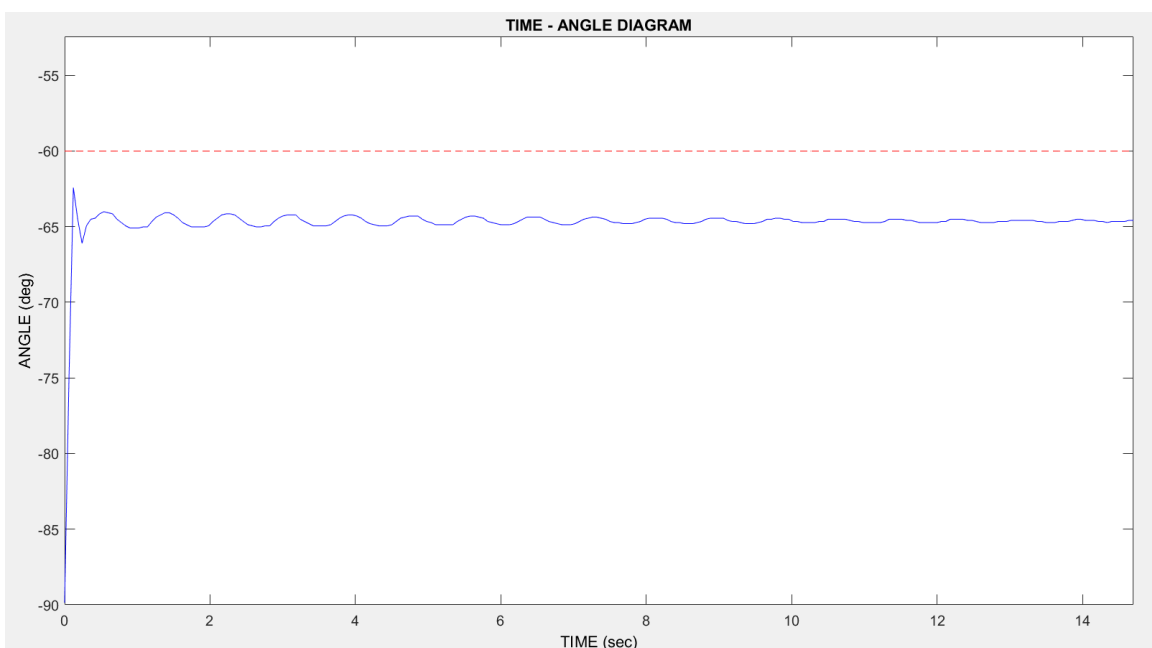


Στα μέχρι στιγμής διαγράμματα το K_p παραμένει σταθερό και ελέγχουμε την επίδραση του D ελέγχου. Παρατηρούμε πως με την αύξηση του K_d πετυχαίνουμε μείωση της υπερύψωσης ενώ ως αντιστάθμισμα αυξάνεται ο χρόνος ανύψωσης. Σημειώνεται πως ο λόγος K_p προς K_d δεν διατηρείται σταθερός. Στο τελευταίο διάγραμμα παρατηρείται το φαινόμενο της κρίσιμης απόσβεσης, όπου πρακτικά δεν έχουμε υπερύψωση. Η ταλαντωτική συμπεριφορά που παρατηρείται οφείλεται αποκλειστικά στις αρμονικές του δεύτερου συνδέσμου. Πλέον δεν έχει νόημα να αυξήσουμε επιπλέον το K_d χωρίς την περαιτέρω αύξηση του K_p .

Τέταρτο Διάγραμμα: $K_p = 5$ και $K_d = 0.25$



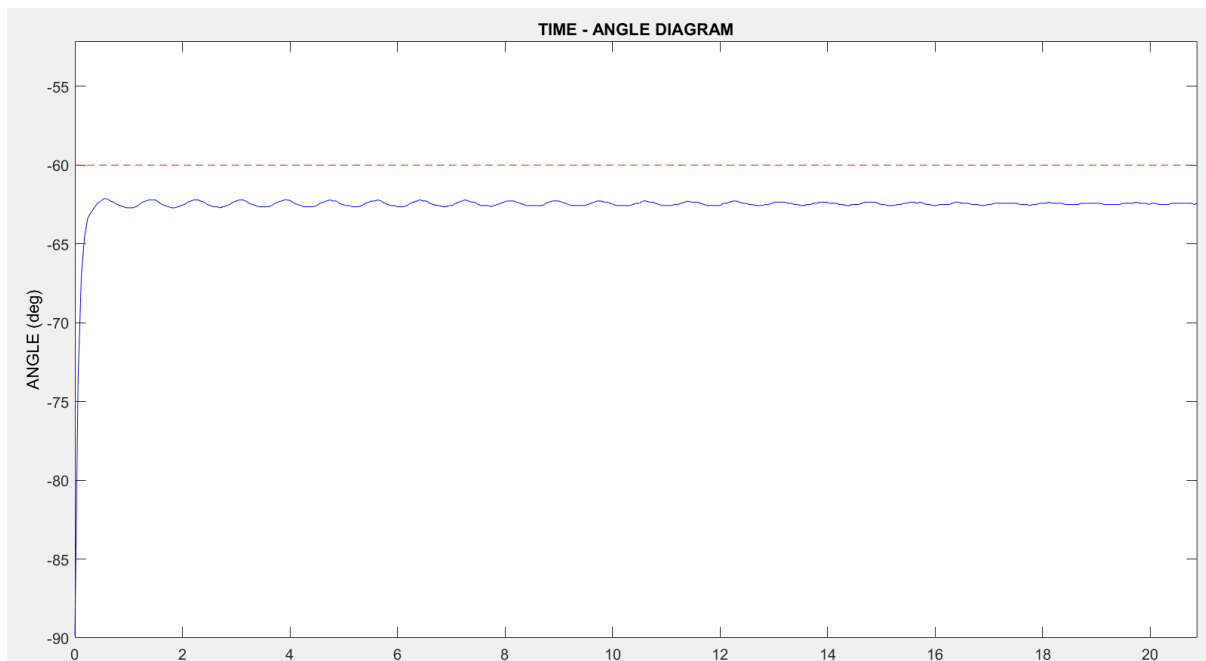
Πέμπτο Διάγραμμα: $K_p = 10$ και $K_d = 0.55$



Στο τέταρτο διάγραμμα παρατηρούμε παρόμοια με το πρώτο, υψηλή ταλαντωτική συμπεριφορά και πολύ μεγάλο overshoot. Το σφάλμα μόνιμης κατάστασης μειώθηκε μιας και αυξήσαμε σημαντικά το K_p .

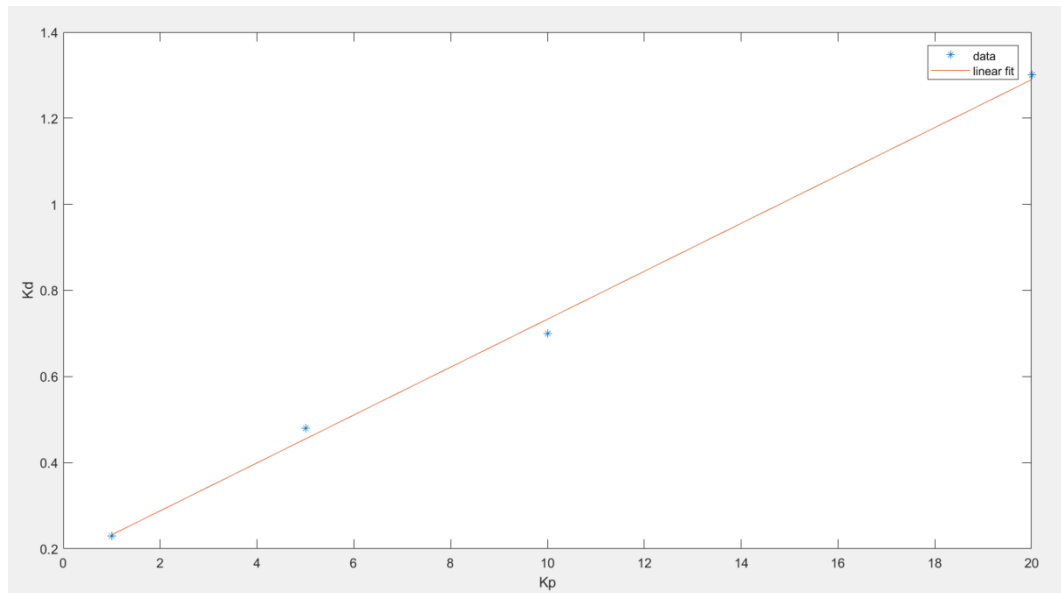
Στο πέμπτο διάγραμμα ο λόγος των K_p και K_d παραμένει σταθερός. Έτσι το t_r παραμένει κι αυτό σταθερό μιας και επηρεάζεται από τον λόγο των δύο τελευταίων. Το μόνιμο σφάλμα μειώθηκε περαιτέρω (αύξηση K_p) καθώς και το overshoot (αύξηση K_d).

Έκτο διάγραμμα: $K_p = 20$ και $K_d = 1.3$

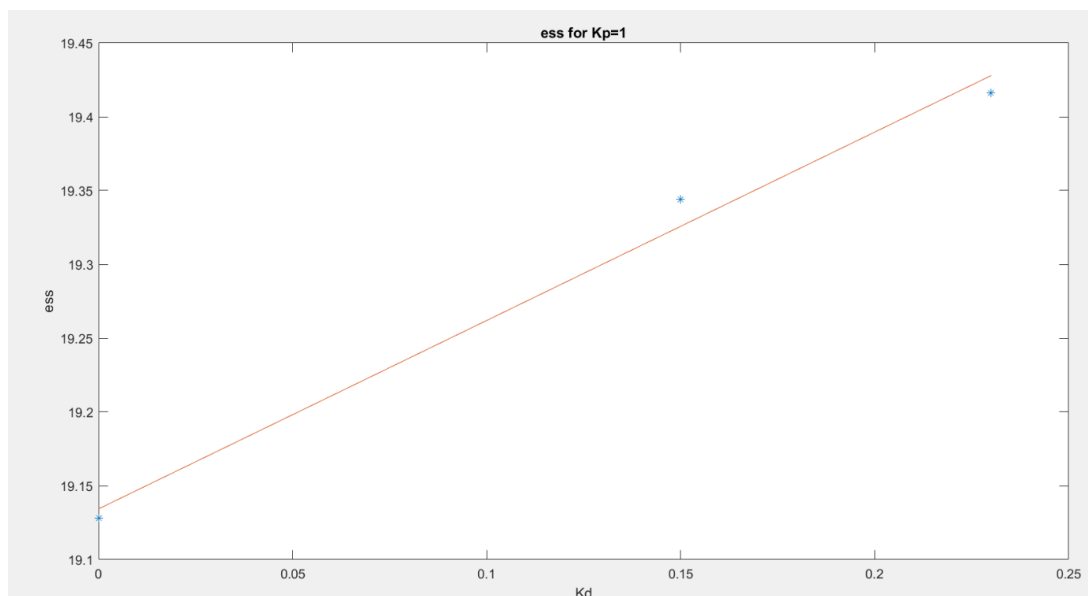


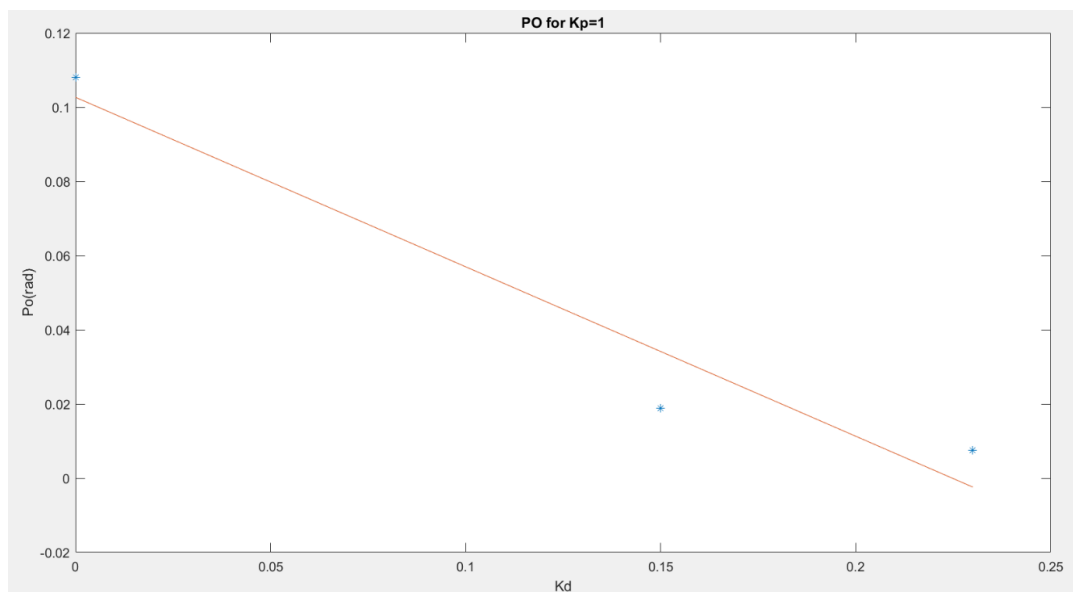
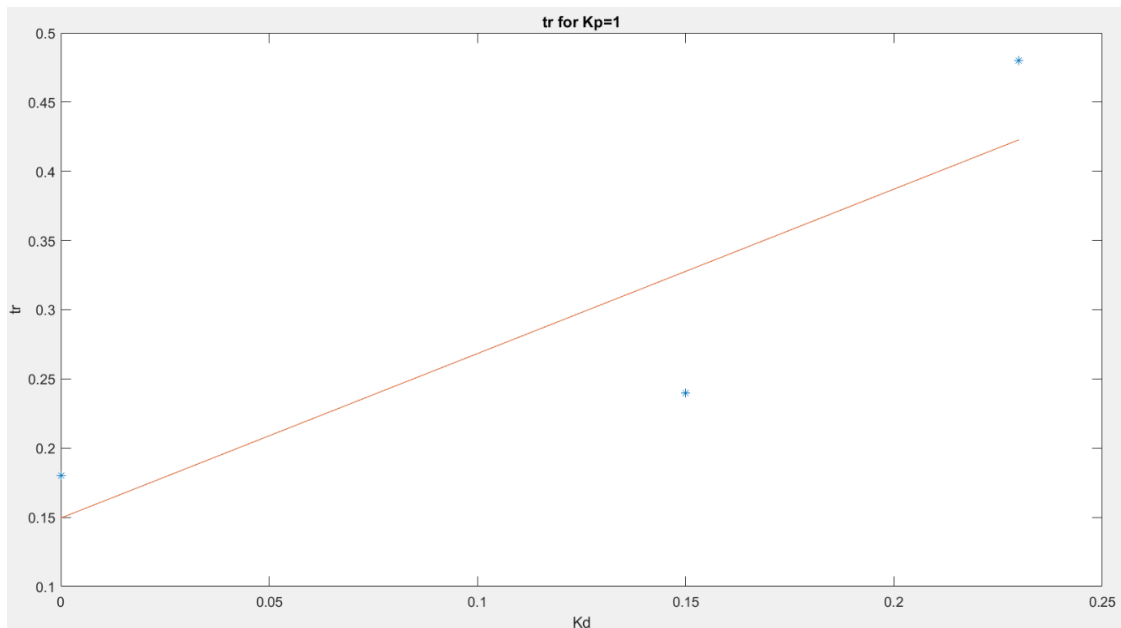
Το παραπάνω διάγραμμα είναι αυτό με το μικρότερο σφάλμα χρησιμοποιώντας τον ελεγκτή PD χωρίς την μέθοδο της αντιστάθμισης βαρύτητας. Δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην παρούσα διάταξη PID ελεγκτής ο οποίος θα μείωνε το μόνιμο σφάλμα ακόμα περισσότερο διότι ο παράγοντας I μετακινεί τον Γ.Τ.Ρ. προς τα δεξιά. Αυτό σε συνδυασμό με την άγνωστη συχνότητα του συστήματος μπορεί να έθετε το σύστημα σε αστάθεια. Περαιτέρω αύξηση των μεταβλητών K_p και K_D δε θα επιφέρουν ουσιαστικές αλλαγές στο σύστημα. Ο λόγος που το σφάλμα δε μπορεί να μειωθεί παραπάνω με αυτόν τον τρόπο περιγράφεται στην επόμενη ενότητα.

(β) Παραθέτουμε τώρα γραφικά τη σχέση μεταξύ αναλογικού και διαφορικού ελέγχου για τις περιπτώσεις εκείνες όπου έχουμε κρίσιμη απόσβεση. Η γραφική παράσταση αποτελεί τη γραμμική παλινδρόμηση των σημείων που παίρνουμε από τις μετρήσεις και υλοποιήθηκε στο MATLAB με τη μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων. Από το γράφημα παρατηρούμε ότι οι αποκλίσεις από την προκύπτουσα ευθεία είναι μικρές, συνεπώς ο λόγος των δύο παραμέτρων του ελεγκτή είναι περίπου σταθερός όταν έχουμε κρίσιμη απόσβεση.



Στη συνέχεια θεωρούμε το K_r σταθερό και ίσο με 1 και παρουσιάζουμε γραφικά την σχέση μεταξύ της παραμέτρου K_d και των μεγεθών e_{ss} , r_t , PO για τα οποία πήραμε μετρήσεις:





Συγκριτικά με τα 3 διαγράμματα παρατηρούμε ότι η αύξηση του K_d συνεπάγεται πολύ μικρή αύξηση στο μόνιμο σφάλμα κατάστασης. Γενικότερα το διαφορικό κέρδος δεν επηρεάζει την μόνιμη κατάσταση.

Αντιθέτως, επιφέρει μεγάλες αλλαγές στον χρόνο ανύψωσης και στο ποσοστό υπερύψωσης. Το k_d επηρεάζει την μεταβατική κατάσταση καθώς αντιστέκεται στην πραγματική γωνιακή ταχύτητα. Μια μεγάλη ταχύτητα προκαλεί γρήγορη άνοδο και κατά συνέπεια μικρό rising time. Επιπλέον, λόγω αδράνειας το “φρενάρισμα” θα είναι πιο δύσκολο με αποτέλεσμα να προκύψει υψηλό Overshoot.

Έτσι, αυξάνοντας το K_d αντιστεκόμαστε στην αύξηση της ταχύτητας, αυξάνοντας μεν έτσι το rising time αλλά κερδίζοντας χαμηλότερη μέγιστη υπερύψωση. Αξίζει να σημειωθεί το trade-off μεταξύ rising time και overshoot.

Τα παραπάνω διαγράμματα επιβεβαιώνουν τα θεωρητικά μας συμπεράσματα. Ο κώδικας για την κατασκευή των παραπάνω γραφικών παραστάσεων παρατίθεται στο τέλος της αναφοράς.

3.2. Επίδραση μη γραμμικών όρων του ρομποτικού δυναμικού μοντέλου

(γ) Στις ανωτέρω μετρήσεις παρατηρούμε πως προκύπτει μόνιμο σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση, παρά τις τροποποιήσεις που κάνουμε στον PD ελεγκτή. Το φαινόμενο αυτό οφείλεται στη μη γραμμική επίδραση της βαρύτητας στους άξονες του ρομποτικού μοντέλου. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η εξίσωση ροπής για τον PD ελεγκτή του συστήματος είναι

$$u = K_p(x_d - x_r) + K_d(\dot{x}_d - \dot{x}_r)$$

όπου x_d η επιθυμητή (desired) θέση, x_r η πραγματική (real) θέση και \dot{x}_d , \dot{x}_r οι αντίστοιχες ταχύτητες. Στη μόνιμη κατάσταση έχουμε $\dot{x}_d, \dot{x}_r = 0$, δηλαδή

$$u_{ss} = K_p(x_d - x_r)$$

Για να ισορροπήσει η διάταξη στην επιθυμητή θέση, θα πρέπει η συνισταμένη ροπή που δέχεται ο άξονας να μηδενίζεται:

$$\sum \tau = 0 \rightarrow u_{ss} - u_{mg} = 0 \rightarrow u_{ss} = u_{mg} \neq 0$$

Όπου u_{ss} η ροπή που στέλνουμε στον κινητήρα κατά τη μόνιμη κατάσταση, ενώ u_{mg} η ροπή που προκαλεί το βάρος.

Για την επιθυμητή θέση ωστόσο θα ισχύει

$$x_d = x_r \rightarrow u_{ss} = K_p \cdot 0$$

Η ροπή που αποστέλλουμε στον κινητήρα είναι προφανώς μη μηδενική, επομένως για να ικανοποιείται η τελευταία εξίσωση πρέπει το K_p να είναι άπειρο. Με τον τρόπο αυτόν εξασφαλίζουμε μηδενικό σφάλμα μόνιμης κατάστασης. Στο συμπέρασμα αυτό θα μπορούσαμε να καταλήξουμε και μέσω του απευθείας τύπου για το συγκεκριμένο σφάλμα. Γνωρίζουμε πως για τη βηματική είσοδο, την οποία εν προκειμένω εφαρμόζουμε, ισχύει

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + K_p} = 0 \rightarrow K_p = \infty$$

Προφανώς η επίτευξη άπειρης τιμής K_p είναι τεχνικά αδύνατη. Μια πιθανή λύση στο πρόβλημα θα ήταν η προσθήκη ενός Ι-όρου στον ελεγκτή που χρησιμοποιούμε (PID Control). Ο ολοκληρωτικός όρος μειώνει το σφάλμα μέσω της ολοκλήρωσης του. Ωστόσο, ο k_I όρος μετακινεί τον γεωμετρικό τόπο των ριζών προς τα δεξιά κινδυνεύοντας έτσι να φέρει το σύστημα σε αστάθεια.

(δ) Για να αποφύγουμε αυτή την εξέλιξη εφαρμόζουμε, αντί του ολοκληρωτικού ελέγχου, τη μέθοδο αντιστάθμισης βαρύτητας.

Προσθέτουμε στην εξίσωση του ελεγκτή έναν όρο ροπής τ_g ο οποίος χρησιμεύει ακριβώς στο να εξισορροπήσει τη ροπή λόγω βάρους. Με ανάλυση κατά Lagrange του δυναμικού μοντέλου του ρομποτικού συστήματος καταλήγουμε στη μορφή αυτής της αντιστάθμισης:

$$\tau_g = \left(\frac{(m_2 l_{c1} + m_2 l_1) g \cos(q_1) + m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2)}{m_2 g l_{c2} \cos(q_1 + q_2)} \right)$$

και η εξίσωση του ελεγκτή θα είναι τώρα

$$u = K_p(x_d - x_r) + K_d(x'_d - x'_r) + \tau_g$$

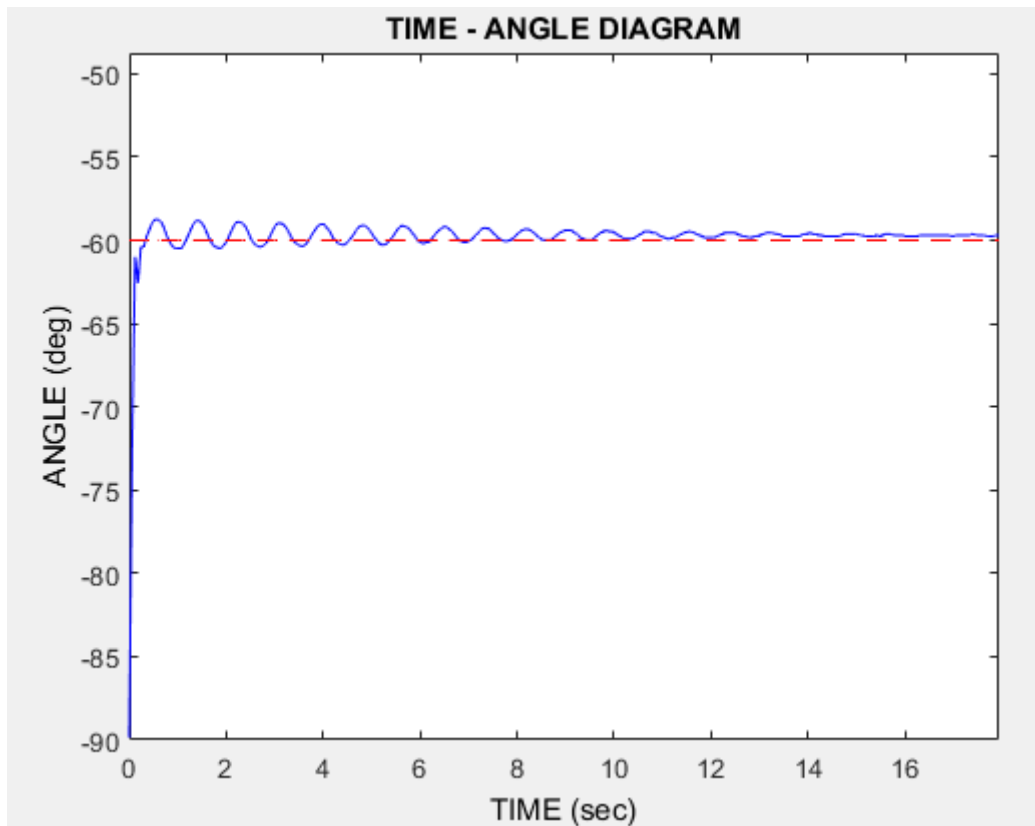
όπου πράγματι παρατηρούμε πως στη μόνιμη κατάσταση ($x'_d, x'_r = 0$) θα έχουμε

$$\Sigma \tau = 0 \rightarrow u_{ss} - u_{mg} = 0 \rightarrow u_{ss} = u_{mg} = \tau_g \rightarrow K_p(x_d - x_r) = 0$$

Δηλαδή το K_p δύναται να πάρει πεπερασμένες τιμές που μηδενίζουν το σφάλμα μόνιμης κατάστασης. Στο εργαστήριο ελέγξαμε την αποδοτικότητα της λύσης αντιστάθμισης βαρύτητας και λάβαμε τις εξής μετρήσεις όπως προαναφέραμε.

A/A	K_p	K_d/K_v	$e_{ss} (^\circ)$	$t_r(sec)$	P.O. (rad)
13	20	0.95	-0.312	0.36	0.0176

Πρόεκυψε η παρακάτω απόκριση:



Παρατηρούμε πως, ενώ το σφάλμα έχει σημαντικά μειωθεί, εντούτοις υπάρχει ακόμα απόκλιση από τον ακριβή στόχο. Αυτή η αστοχία οφείλεται πλέον σε καθαρά τεχνικούς λόγους, όπως ανακρίβειες στις μετρήσεις των μεγεθών του μήκους και της μάζας του μοντέλου, κατασκευαστικά σφάλματα ή φθορά λόγω χρόνου, ανακριβείς παραδοχές στον τύπο της τ_g (η μαθηματική μελέτη αφορά σημειακά φορτία με αποτέλεσμα να υπάρχουν αποκλίσεις σε πραγματικού μεγέθους αντικείμενα) κ.α.

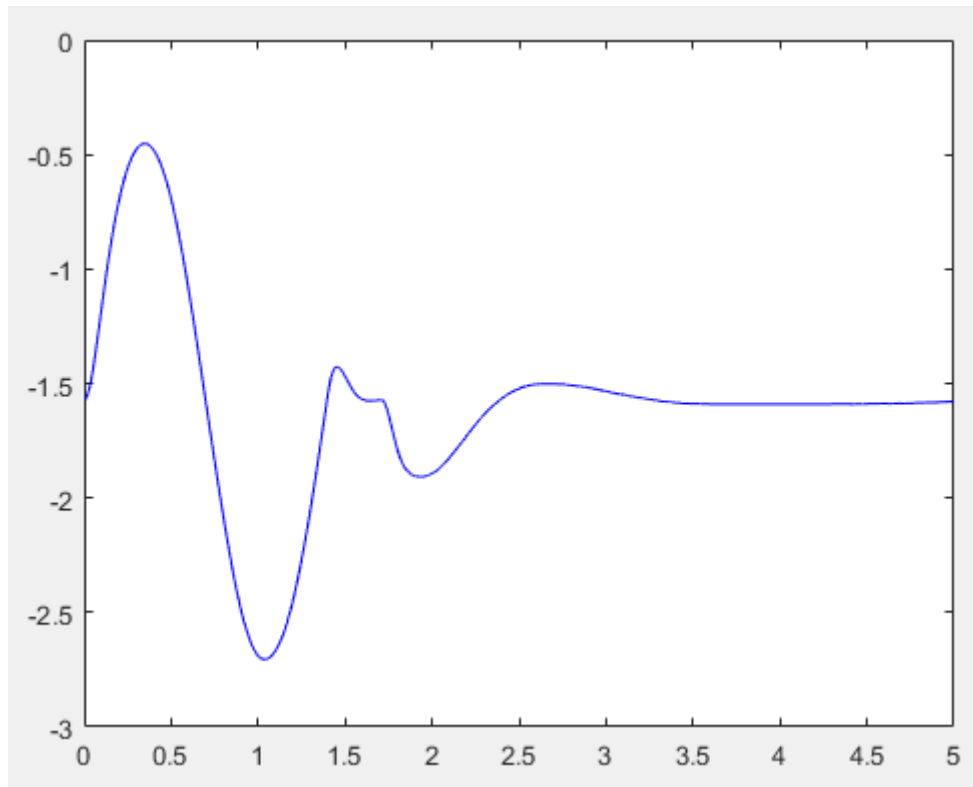
3.3.Πειραματική μελέτη μη γραμμικού ρομποτικού ελεγκτή

(ε) Στο τελευταίο μέρος της πειραματικής διαδικασίας εξετάσαμε τη λειτουργία ενός μη γραμμικού ελεγκτή εξισορρόπησης ανάστροφου εκκρεμούς στην ενδιάμεση θέση ασταθούς ισορροπίας ($q_1 = -90^\circ$, $q_2 = 180^\circ$). Για την επίτευξη αυτής της θέσης ο ελεγκτής περνάει από δύο φάσεις ελέγχου, τη φάση ταλάντωσης και τη φάση εξισορρόπησης.

Φάση Ταλάντωσης (Swing Up Control Phase): Στο διάστημα αυτό οδηγούμε την πρώτη άρθρωση μέσω ενός κινητήρα συνεχούς, σε ταλάντωση ώστε να προσδώσει ενέργεια στην δεύτερη ελεύθερη άρθρωση, με αποτέλεσμα να αρχίσει να κινείται.

Φάση Εξισορρόπησης (Balancing Control Phase): Η επίτευξη της ισορροπίας του συστήματος σε μια θέση ασταθούς ισορροπίας επιτυγχάνεται με την γραμμικοποίηση των εξισώσεων κίνησης τους. Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιώντας αναπτύγματα Taylor γύρω

από το επιθυμητό σημείο, μπορούμε να λάβουμε μια ικανοποιητική γραμμική προσέγγιση της κίνησης των συνδέσμων. Οι εξισώσεις αυτές μας βοηθούν να διατηρούμε το σύστημα σε θέση ασταθούς ισορροπίας ακόμα και σε περίπτωση μικρών εξωτερικών διαταραχών. Η ανοχή σε τέτοιες διαταραχές εξαρτάται από την περιοχή γραμμικοποίησης.



Είναι φανερό ότι στα πρώτα 1,5sec το σύστημα εκτελεί ταλάντωση ενώ μετά τα 2 δευτερόλεπτα το σύστημα μπαίνει σε φάση εξισορρόπησης σε θέση ασταθούς ισορροπίας.

Παράρτημα: Κώδικας Matlab

```
x = [0,0.15,0.23];  
y = [0.108,0.0188,0.0076];  
p = polyfit(x,y,1);  
f = polyval(p,x);  
plot(x,y,'*',x,f,'-')  
%legend('data','linear fit')  
xlabel('Kd')  
ylabel('Po(rad)')  
title('PO for Kp=1');
```