



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

Τομέας Σημάτων, Ελέγχου και Ρομποτικής

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΡΟΜΠΟΤΙΚΗΣ

Άσκηση 3:

Προγραμματισμός Ρομπότ Adept

Ομάδα Α3:

Αβραμίδης Κλεάνθης	03115117
Βασιλείου Βασιλική	03115033
Κρατημένος Άγγελος	03115025
Μπαρμπέρης Αλέξανδρος	03115003
Παναγιωταράς Ηλίας	03115746

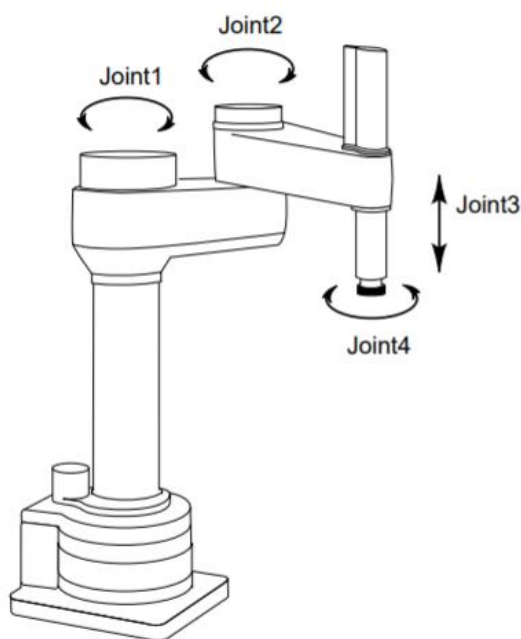
Ημερομηνία Διεξαγωγής: 23/10/2018

Ημερομηνία Παράδοσης: 06/11/2018

Πρώτο Μέρος: Σκοπός της άσκησης

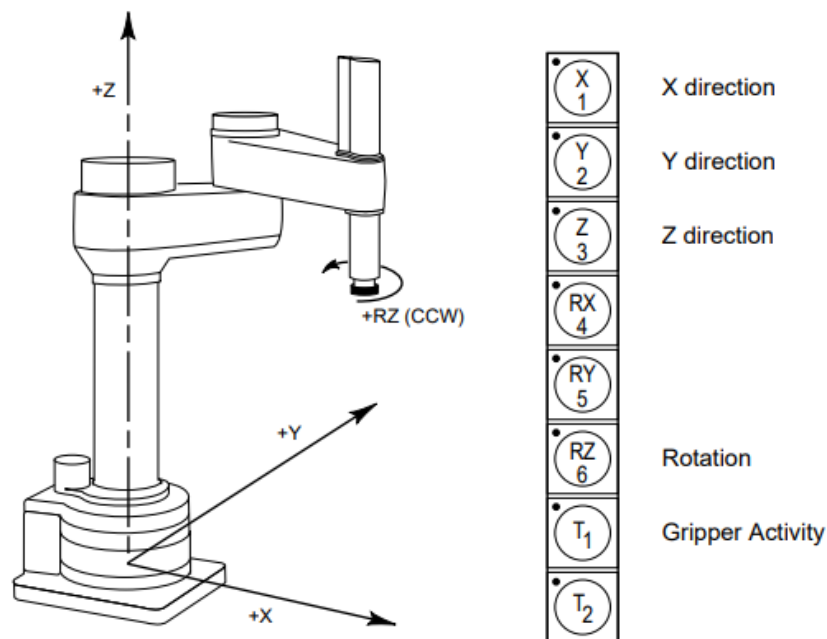
Η παρούσα εργαστηριακή άσκηση εκπονείται πάνω στο ρομποτικό μοντέλο Adept. Θα μελετηθούν τα χαρακτηριστικά του (διάταξη, βαθμοί ελευθερίας, αρθρώσεις), θα γίνει ανάλυση του κινηματικού μοντέλου και θα βρεθούν οι ιδιομορφίες του. Επιπλέον, το μοντέλο αυτό θα αποτελέσει αφορμή για την μελέτη της πολυωνυμικής παρεμβολής και της συστηματοποίησης της διαδικασίας pick-and-place. Τέλος δίνεται έμφαση στην εξοικείωση με την μέθοδο online προγραμματισμού του Adept χρησιμοποιώντας ένα MCP (Manual Control Pendant) χειριστήριο.

Περιγραφή Ρομποτικού Βραχίονα: Ο ρομποτικός βραχίονας που χρησιμοποιήθηκε στην εργαστηριακή άσκηση έχει τέσσερεις βαθμούς ελευθερίας καθώς εκτελεί τέσσερεις κινήσεις. Από τις κινήσεις αυτές οι τρεις είναι περιστροφικές και μία είναι πρισματική. Στροφικές είναι οι κινήσεις που αντιστοιχούν στις αρθρώσεις 1, 2, 4 και πρισματική είναι η κίνηση που αντιστοιχεί στην άρθρωση 3, όπως φαίνονται στο σχήμα. Επιπλέον, από τεχνικής απόψεως, οι αρθρώσεις 1,2 και 4 οδηγούνται από ηλεκτρικούς κινητήρες συνεχούς ρεύματος (DC) ενώ η πρισματική άρθρωση οδηγείται μέσω μηχανισμού με αέρα υπό πίεση. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι ηλεκτρικοί μηχανισμοί κίνησης θεωρούνται ακριβότερη επιλογή καθώς παρέχουν μεγαλύτερη ακρίβεια κινήσεων. Τέλος ο ρομποτικός βραχίονας μπορεί να κλειδώσει και να εμφανίσει προειδοποιητικά μηνύματα αν η πίεση πέσει κάτω από ένα ορισμένο όριο. Ο ρομποτικός βραχίονας της άσκησης φαίνεται στην συνέχεια:



Εικόνα 1: Ρομποτικός Βραχίονας Adept κινηματικής τύπου Scara.

Παρουσίαση Χειριστηρίου Ελέγχου (MCP): Στο χειριστήριο ελέγχου χρησιμοποιήθηκε η κατάσταση world καθώς κινούνταν ταυτόχρονα όλοι οι άξονες. Κάθε φορά επιλέγουμε τον άξονα στον οποίο θα γίνει η μεταφορική και η περιστροφική κίνηση μέσω των επιλογών X, Y, Z, RZ και με τις επιλογές + και – καθορίζουμε την κατεύθυνση κίνησης (ορίζουμε ως θετική την φορά περιστροφής του ρολογιού). Ακόμη, μέσω της επιλογής T1 μπορούμε να κρατήσουμε και να αφήσουμε αντικείμενα (χρησιμοποιούμε και πάλι τις επιλογές + και – για να καθορίσουμε το άνοιγμα και το κλείσιμο του end-effector). Οι επιλογές αυτές φαίνονται στην επόμενη εικόνα:

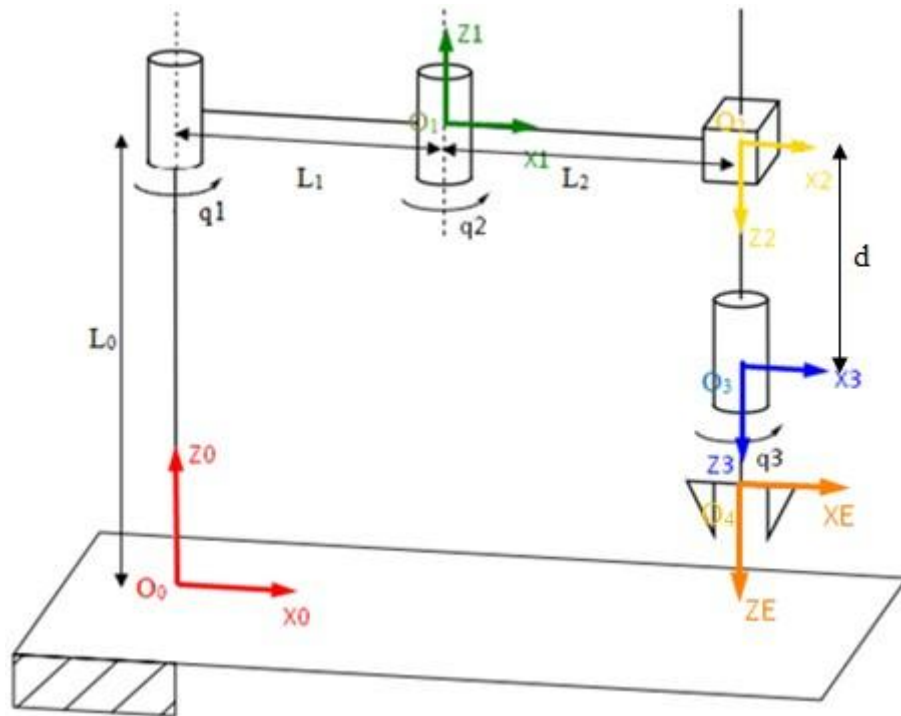


Εικόνα 2: World state Scara.

Παρατηρήσεις από την εκτέλεση της άσκησης: Κατά τη διάρκεια εκτέλεσης της εργαστηριακής άσκησης παρατηρήσαμε τα constraints στον ελεύθερο χώρο, ιδιόμορφες δηλαδή διατάξεις στις οποίες ο ρομποτικός βραχίονας δεν πρέπει να φτάνει καθώς φθείρεται μηχανικά, δυσχεραίνει την κίνηση και εν τέλει δεν επιτυγχάνεται ο στόχος μας. Τούτο συνεπάγεται ότι κατά τη μελέτη μιας pick-and-place εργασίας πρέπει να αποφύγουμε τόσο τις ιδιόμορφες διατάξεις όσο και τα εμπόδια που υπάρχουν στον ελεύθερο χώρο και εμποδίζουν την κίνηση. Οι ιδιόμορφες διατάξεις προκύπτουν από τη γεωμετρία του ρομποτικού βραχίονα. Στον ρομποτικό βραχίονα της παρούσας άσκησης υπάρχουν δύο ιδιόμορφες διατάξεις (elbow up & elbow down) οι οποίες επαληθεύονται και αλγεβρικά στη συνέχεια.

Δεύτερο Μέρος: Κινηματική Ανάλυση

Με βάση το παρακάτω σχήμα εξηγούμε τους επιλεχθέντες άξονες καθώς και τις τιμές που φαίνονται στον πίνακα παραμέτρων $D - H$:



	θ	d	a	α
$0 \rightarrow 1$	q_1	l_0	l_1	0
$1 \rightarrow 2$	q_2	0	l_2	π
$2 \rightarrow 3$	0	d	0	0
$3 \rightarrow E$	q_3	0	0	0

- Ορίζουμε ως l_0 την φυσική απόσταση από τη βάση του ρομπότ μέχρι την πρώτη άρθρωση.
- Ορίζουμε ως l_1 την φυσική απόσταση από την πρώτη άρθρωση μέχρι την δεύτερη άρθρωση.
- Ορίζουμε ως l_2 την φυσική απόσταση από τη δεύτερη άρθρωση του ρομπότ μέχρι την τρίτη, πρισματική, άρθρωση.
- Ορίζουμε ως d την μεταβλητή απόσταση που ισούται με το άνοιγμα της πρισματικής άρθρωσης.
- Θεωρούμε χωρίς βλάβη της γενικότητας ότι το end-effector δεν απέχει κατακόρυφη απόσταση από την τελευταία στροφική άρθρωση.

Για να μεταβούμε από το σύστημα συντεταγμένων της βάσης στο σύστημα συντεταγμένων της πρώτης άρθρωσης ($0 \rightarrow 1$) απαιτείται μια μετατόπιση κατά l_0 ως προς z και μια μετατόπιση κατά l_1 ως προς x . Επιπλέον για να συμπίσουν οι αρχικοί άξονες x, y με τους τελικούς, εκτελούμε και μια στροφή κατά q_1 .

Για να μεταβούμε από το σύστημα συντεταγμένων ($1 \rightarrow 2$) απαιτείται μια μετατόπιση κατά l_1 ως προς x , μια στροφή κατά q_2 ως προς τον άξονα z , για να συμπίσουν οι άξονες x, y και τέλος μια (θετική) στροφή 180° ως προς τον άξονα x , για να αποκτήσει ο άξονας z , φορά προς τα κάτω.

Για να μεταβούμε από το σύστημα συντεταγμένων ($2 \rightarrow 3$) απαιτείται απλώς μετατόπιση κατά d ως προς z , αφού τα δύο ορθοκανονικά συστήματα είναι ίδια, εκτός της μετατόπισης της αρχής κατά d , όσο είναι δηλαδή το άνοιγμα του πρίσματος.

Τέλος, για την τελευταία μετάβαση από την άρθρωση στο εργαλείο end-effector απλά εκτελούμε την στροφή q_3 κατά τον άξονα z , έτσι ώστε να συμπίσουν τα δύο συστήματα.

Εν συνεχεία, μπορούμε από τον παραπάνω πίνακα παραμέτρων να μεταβούμε στις μήτρες μετασχηματισμών ώστε να πάρουμε την τελική κινηματική σχέση. Οι πίνακες αυτοί, σύμφωνα με την θεωρία, θα είναι:

$$A_1^0 = Tra(z, l_0) \cdot Rot(z, q_1) \cdot Tra(x, l_1)$$

$$A_2^1 = Rot(z, q_2) \cdot Tra(x, l_2) \cdot Rot(x, \pi)$$

$$A_3^2 = Tra(z, d)$$

$$A_E^3 = Rot(z, q_3)$$

Εφαρμόζοντας το τυπολόγιο προκύπτουν οι τελικοί πίνακες:

$$A_1^0 = \begin{bmatrix} \cos q_1 & -\sin q_1 & 0 & l_1 \cos q_1 \\ \sin q_1 & \cos q_1 & 0 & l_1 \sin q_1 \\ 0 & 0 & 1 & l_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2^1 = \begin{bmatrix} \cos q_2 & \sin q_2 & 0 & l_2 \cos q_2 \\ \sin q_2 & -\cos q_2 & 0 & l_2 \sin q_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_E^3 = \begin{bmatrix} \cos q_3 & -\sin q_3 & 0 & 0 \\ \sin q_3 & \cos q_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Αν εκτελεστεί ο πολλαπλασιασμός των παραπάνω μητρών μετασχηματισμού παίρνουμε τον τελικό πίνακα για την κινηματική ανάλυση. Θα είναι δηλαδή

$$A_1^0 \cdot A_2^1 \cdot A_3^2 \cdot A_E^3 = A_E^0 =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(q_1 + q_2 + q_3) & \sin(q_1 + q_2 + q_3) & 0 & l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ \sin(q_1 + q_2 + q_3) & -\cos(q_1 + q_2 + q_3) & 0 & l_1 \sin q_1 + l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ 0 & 0 & 1 & l_0 - d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Παραθέτουμε τον κώδικα σε Matlab που υλοποιεί την παραπάνω διαδικασία, δηλαδή υπολογίζει τις μήτρες σε κάθε μετάβαση και εκτελεί τον τελικό πολλαπλασιασμό για να πάρει τον τελικό πίνακα για την κινηματική ανάλυση. Ο κώδικας παρατίθεται στο τέλος της αναφοράς.

Τρίτο Μέρος: Διαφορική ανάλυση

Ζητούμενο αυτού του μέρους είναι η εύρεση των ιδιόμορφων διατάξεων του ρομποτικού συστήματος.

Οι ιδιόμορφες διατάξεις μπορούν να χωριστούν σε συνοριακές και εσωτερικές. Συνοριακές είναι οι διατάξεις οι οποίες το ρομπότ δεν δύναται να φτάσει λόγω κατασκευής. Εν ολίγοις αποτελούν τα όρια του ρομποτικού μηχανήματος. Οι εσωτερικές προκύπτουν από ευθυγράμμιση δύο αξόνων εντός του πεδίου λειτουργίας του ρομπότ και είναι αυτές που μπορούν να προκαλέσουν σοβαρά προβλήματα στον σχεδιασμό και υλοποίηση της κίνησης του.

Για να βρούμε τις ιδιόμορφες διατάξεις ενός ρομποτικού συστήματος υπολογίζουμε την Ιακωβιανή μήτρα και ύστερα τα σημεία μηδενισμού της ορίζουσας της. Σε περίπτωση πρισματικού συνδέσμου η αντίστοιχη στήλη θα είναι της μορφής

$[z_{i-1} \ 0]^T$ ενώ για στροφική άρθρωση θα είναι $[z_{i-1} \times (p_e - p_{i-1}) \ z_{i-1}]^T$. Έτσι προκύπτει για την περίπτωση μας ο παρακάτω πίνακας:

$$J = \begin{bmatrix} z_0 \times (p_4 - p_0) & z_1 \times (p_4 - p_1) & z_2 & z_3 \times (p_4 - p_3) \\ z_0 & z_1 & 0 & z_3 \end{bmatrix}$$

Επιλέγουμε αυθαίρετα $z_0 = [0 \ 0 \ 1]^T$. Επειδή το z_1 είναι ομόρροπο με το z_0 επιλέγουμε $z_1 = z_0 = [0 \ 0 \ 1]^T$ και επειδή τα z_2 και z_3 είναι αντίρροπα με τα πρώτα και ομόρροπα μεταξύ τους επιλέγουμε $z_2 = z_3 = [0 \ 0 \ -1]^T$. Πρόκειται ουσιαστικά για τα μοναδιαία διανύσματα των z αξόνων που έχουμε θεωρήσει.

Χρησιμοποιούμε τις συντομογραφίες $\cos q_i = c_i$, $\sin q_i = s_i$, $\cos(q_1 + q_2) = c_{12}$ και $\sin(q_1 + q_2) = s_{12}$.

Ο πίνακας p_i είναι στην ουσία η τέταρτη στήλη του πίνακα A_i^0 . Έτσι θα προκύψει:

$$p_4 = \begin{bmatrix} l_1 c_1 + l_2 c_{12} \\ l_1 s_1 + l_2 s_{12} \\ l_0 - d \end{bmatrix}$$

$$p_3 = \begin{bmatrix} l_1 c_1 + l_2 c_{12} \\ l_1 s_1 + l_2 s_{12} \\ l_0 - d \end{bmatrix}$$

$$p_2 = \begin{bmatrix} l_1 c_1 + l_2 c_{12} \\ l_1 s_1 + l_2 s_{12} \\ l_0 \end{bmatrix}$$

$$p_1 = \begin{bmatrix} l_1 c_1 \\ l_1 s_1 \\ l_0 \end{bmatrix}$$

$$p_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Προκύπτουν λοιπόν οι πίνακες:

$$z_0 \times (p_4 - p_0) = \begin{bmatrix} -l_1 s_1 - l_2 s_{12} \\ l_1 c_1 + l_2 c_{12} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$z_1 \times (p_4 - p_1) = \begin{bmatrix} -l_2 s_{12} \\ l_2 c_{12} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$z_3 \times (p_4 - p_3) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Αν βάλουμε τα παραπάνω αποτελέσματα στην αρχική μορφή της Ιακωβιανής μήτρας προκύπτει ο 6×4 πίνακας που φαίνεται στη συνέχεια:

$$J = \begin{bmatrix} -l_1 s_1 - l_2 s_{12} & -l_2 s_{12} & 0 & 0 \\ l_1 c_1 + l_2 c_{12} & l_2 c_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Εφόσον δεν μας ενδιαφέρει η γωνιακή ταχύτητα του τελικού στοιχείου (εκτελεί απλή ανεμπόδιστη στροφή) αφαιρούμε τις τελευταίες 3 γραμμές του πίνακα. Για τον ίδιο λόγο μας είναι περιττή και η τελευταία στήλη που αφορά την τελευταία άρθρωση. Οπότε αρκούμαστε στις τρεις πρώτες στήλες:

$$J = \begin{bmatrix} -l_1 s_1 - l_2 s_{12} & -l_2 s_{12} & 0 \\ l_1 c_1 + l_2 c_{12} & l_2 c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Η ορίζουσα εύκολα υπολογίζεται να είναι ίση με $\det(J) = - \begin{vmatrix} -l_1 s_1 - l_2 s_{12} & -l_2 s_{12} \\ l_1 c_1 + l_2 c_{12} & l_2 c_{12} \end{vmatrix}$.

Θα έχουμε $|J| = l_2 c_{12}(l_1 s_1 + l_2 s_{12}) - l_2 s_{12}(l_1 c_{12} + l_2 c_{12}) = -l_1 l_2 (s_1 c_{12} - c_1 s_{12}) = -l_1 l_2 \sin(q_1 - (q_1 - q_2)) = \sin(q_2)$.

Επομένως για την εύρεση των ιδιόμορφων διατάξεων θα έχουμε

$$|J| = 0 \Leftrightarrow \sin q_2 = 0 \Leftrightarrow q_2 = 0 \text{ ή } q_2 = \pi$$

Αποδείξαμε λοιπόν αυτό που αναφέραμε και στην αρχή της ενότητας. Πως οι ιδιομορφίες προκύπτουν όταν δύο άξονες ευθυγραμμίζονται και το σύστημα είτε βρίσκεται σε πλήρη έκταση είτε βρίσκεται στα εσωτερικά του όρια. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, για $q_2 = 0$ ο ρομποτικός βραχίονας έρχεται σε πλήρη έκταση ενώ για $q_2 = \pi$ διπλώνει πάνω στον πρώτο σύνδεσμο. Και στις δύο περιπτώσεις το end effector δε μπορεί να εκτελέσει ακτινική κίνηση.

Παραθέτουμε τον κώδικα σε Matlab που υλοποιεί την παραπάνω διαδικασία, δηλαδή υπολογίζει την Ιακωβιανή μήτρα και τις ιδιόμορφες διατάξεις. Ο κώδικας παρατίθεται στο τέλος της αναφοράς.

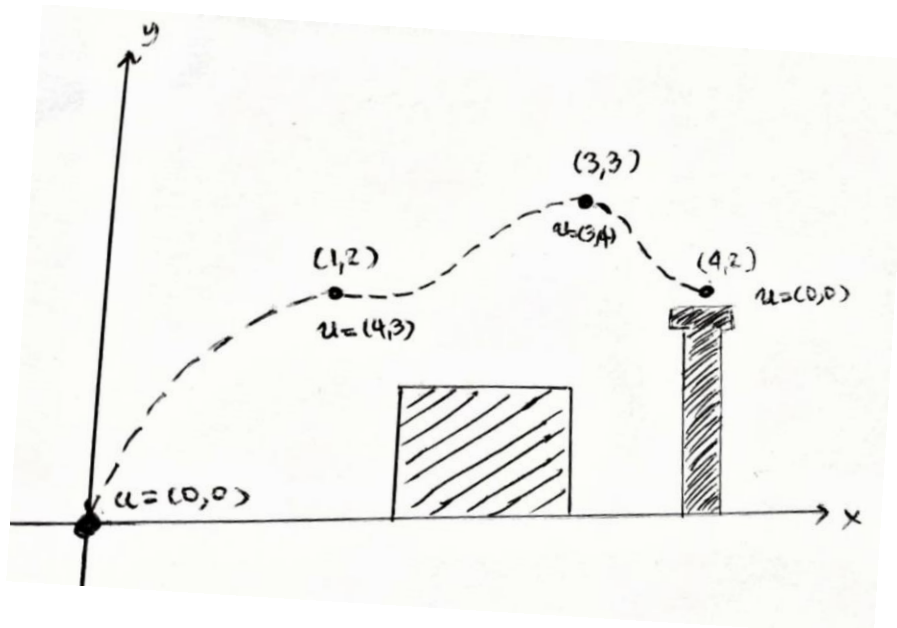
Τέταρτο Μέρος: Σχεδιασμός τροχιάς με πολυωνυμική παρεμβολή

Βασική λειτουργία ενός ρομποτικού χειριστή, όπως αυτός που μελετούμε, είναι η δυνατότητα μετακίνησης από μια αρχική θέση σε μια τελική/επιθυμητή θέση. Προφανώς η μετάβαση πρέπει να γίνει με βάση νόμους κινηματικής και δυνάμεις στις αρθρώσεις, οι οποίες να κινούνται εντός ορίων και δυνατοτήτων κίνησης του ρομπότ (πχ συνέχεια θέσης, ταχύτητας, αποφυγή ιδιόμορφων καταστάσεων και συντονισμού). Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων στο χώρο δράσης που θα πρέπει να ακολουθήσει ο ρομποτικός χειριστής για να εκτελέσει την επιθυμητή εργασία σε προκαθορισμένο χρόνο ονομάζεται τροχιά και μας ενδιαφέρει η εύρεση ενός αποδοτικού αλγορίθμου για τον καθορισμό της.

Ας υποθέσουμε λοιπόν ότι θέλουμε να μετακινήσουμε το ρομποτικό βραχίονα από μια αρχική θέση σε μια δεδομένη τελική θέση. Επιλέγουμε μια σειρά από N σημεία τα οποία θα αποτελέσουν την διαδρομή του ρομπότ. Για να υλοποιήσουμε αυτήν την τροχιά θα έπρεπε να δημιουργήσουμε ένα πολυώνυμο $N - 1$ βαθμού, αφού έχουμε τουλάχιστον N περιορισμούς. Ένα τέτοιο πολυώνυμο όμως έχει υψηλό κόστος υπολογισμών, μεγάλη αστάθεια (ταλαντωτική συμπεριφορά), μειωμένη αριθμητική ακρίβεια καθώς και μεγάλη πολυπλοκότητα επίλυσης του συστήματος που προκύπτει από τους περιορισμούς και τους συντελεστές του πολυωνύμου. Επιπλέον, κάθε συντελεστής εξαρτάται από πολλαπλές συνθήκες πολλών σημείων και κατά συνέπεια αλλαγή ενός σημείου συνεπάγεται αλλαγή ολόκληρου του πολυωνύμου.

Επιλέγουμε λοιπόν να παρεμβάλουμε πολυώνυμα μικρότερου βαθμού μεταξύ των διαδοχικών σημείων, έτσι ώστε να εξαλείψουμε τα παραπάνω αρνητικά στοιχεία. Το απλούστερο πολυώνυμο παρεμβολής $P_i(t)$ θα είναι τρίτου βαθμού ώστε να εξασφαλίσουμε την συνέχεια θέσης και ταχύτητας σε όλο το μονοπάτι των N σημείων. Η διαδικασία αυτή μπορεί να γίνει με αυθαίρετες τιμές των ταχυτήτων στα σημεία της διαδρομής, με τιμές που καθορίζονται από κάποιο κριτήριο ή τέλος με κριτήριο η επιτάχυνση να είναι συνεχής στα σημεία της διαδρομής.

Παρουσιάζουμε εδώ ένα παράδειγμα εφαρμογής της πολυωνυμικής παρεμβολής με αυθαίρετες τιμές ταχυτήτων. Πρόκειται για μια απλή μετακίνηση του τελικού στοιχείου από μια αρχική σε μια τελική θέση, μια εργασία πχ pick-and-place, για την οποία θέλουμε να σχεδιάσουμε την τροχιά. Θεωρούμε την παρακάτω διάταξη:



Δουλεύουμε χωρίς βλάβη της γενικότητας στο δισδιάστατο χώρο (επίπεδο $z=0$) και επιθυμούμε να μεταφέρουμε το τελικό στοιχείο από την αρχική θέση $(0,0)$ στην τελική θέση όπως φαίνεται στο σχήμα. Χρησιμοποιούμε επίσης άλλα 2 ενδιάμεσα σημεία για τον καθορισμό της τροχιάς. Για καθένα από τα 4 σημεία έχουμε το διάνυσμα της θέσης και της ταχύτητάς τους, οπότε λαμβάνουμε ως είσοδο στο σύνολο $4 \cdot 2 = 8$ περιορισμούς, με βάση τους οποίους θα προσδιορίσουμε τους συντελεστές $4 - 1 = 3$ διανυσματικών πολυωνύμων παρεμβολής τρίτου βαθμού:

$$\Pi_i(t) = a_{3i}t^3 + a_{2i}t^2 + a_{1i}t + a_{0i}, \quad i = 0, 1, 2, 3$$

Οι αρχικές συνθήκες είναι οι εξής:

- Για τον χρόνο: $t_0 = 0, t_1 = 1, t_2 = 2, t_3 = 3$.
- Για την θέση: $x_0 = (0,0), x_1 = (1,2), x_2 = (3,3), x_3 = (4,2)$.
- Για την ταχύτητα: $u_0 = (0,0), u_1 = (4,3), u_2 = (3,4), u_3 = (0,0)$.

Για το πρώτο διάστημα έχουμε τους 4 περιορισμούς για τα 2 πρώτα σημεία, όπως φαίνονται στο σχήμα (για t από 0 μέχρι 1), οι οποίοι και αρκούν για τον προσδιορισμό των 4 παραμέτρων του πολυωνύμου. Μετά από πράξεις προκύπτει:

$$\Pi_0(t) = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} t^3 + \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} t^2$$

Για το δεύτερο διάστημα έχουμε παρομοίως 4 περιορισμούς (για t από 1 μέχρι 2), οι οποίοι διαμορφώνουν το εξής πολυώνυμο:

$$\Pi_1(t) = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} t^3 + \begin{pmatrix} -22 \\ -14 \end{pmatrix} t^2 + \begin{pmatrix} 32 \\ 23 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} -13 \\ -11 \end{pmatrix}$$

Τέλος, για t από 2 μέχρι 3 προκύπτει το εξής διανυσματικό πολυώνυμο:

$$\Pi_2(t) = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix} t^3 + \begin{pmatrix} -47 \\ -9 \end{pmatrix} t^2 + \begin{pmatrix} 120 \\ 27 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} -97 \\ -23 \end{pmatrix}$$

Για συνολικό χρόνο κίνησης από 0 έως 3, η κλαδική συνάρτηση που προκύπτει, είναι η ζητούμενη συνάρτηση τροχιάς. Ο ρομποτικός μηχανισμός μπορεί πλέον μέσω δειγματοληψίας σημείων της συγκεκριμένης συνάρτησης και αντίστροφης κινηματικής ανάλυσης να προσδιορίζει τις εκάστοτε απαιτούμενες κινήσεις των αρθρώσεών του, ούτως ώστε να εκτελεστεί η επιθυμητή εργασία. Η διαδικασία αυτή αναλύεται παρακάτω.

Πέμπτο Μέρος: Περιγραφή διαδικασίας Pick-and-Place

Περιγράφουμε την διαδικασία αναλυτικά και στη συνέχεια παρουσιάζουμε ένα αντιπροσωπευτικό διάγραμμα ροής:

Θεωρούμε δεδομένες τις χρονικές στιγμές $t_0, \dots, t_i, \dots, t_{N-1}$ κατά τις οποίες το end-effector φτάνει στα σημεία $A_0, \dots, A_i, \dots, A_{N-1}$ αντίστοιχα. Δειγματοληπτούμε τον χρόνο με ρυθμό $f = \frac{1}{T}$. Επομένως, σε κάθε επανάληψη αυξάνουμε το t κατά T .

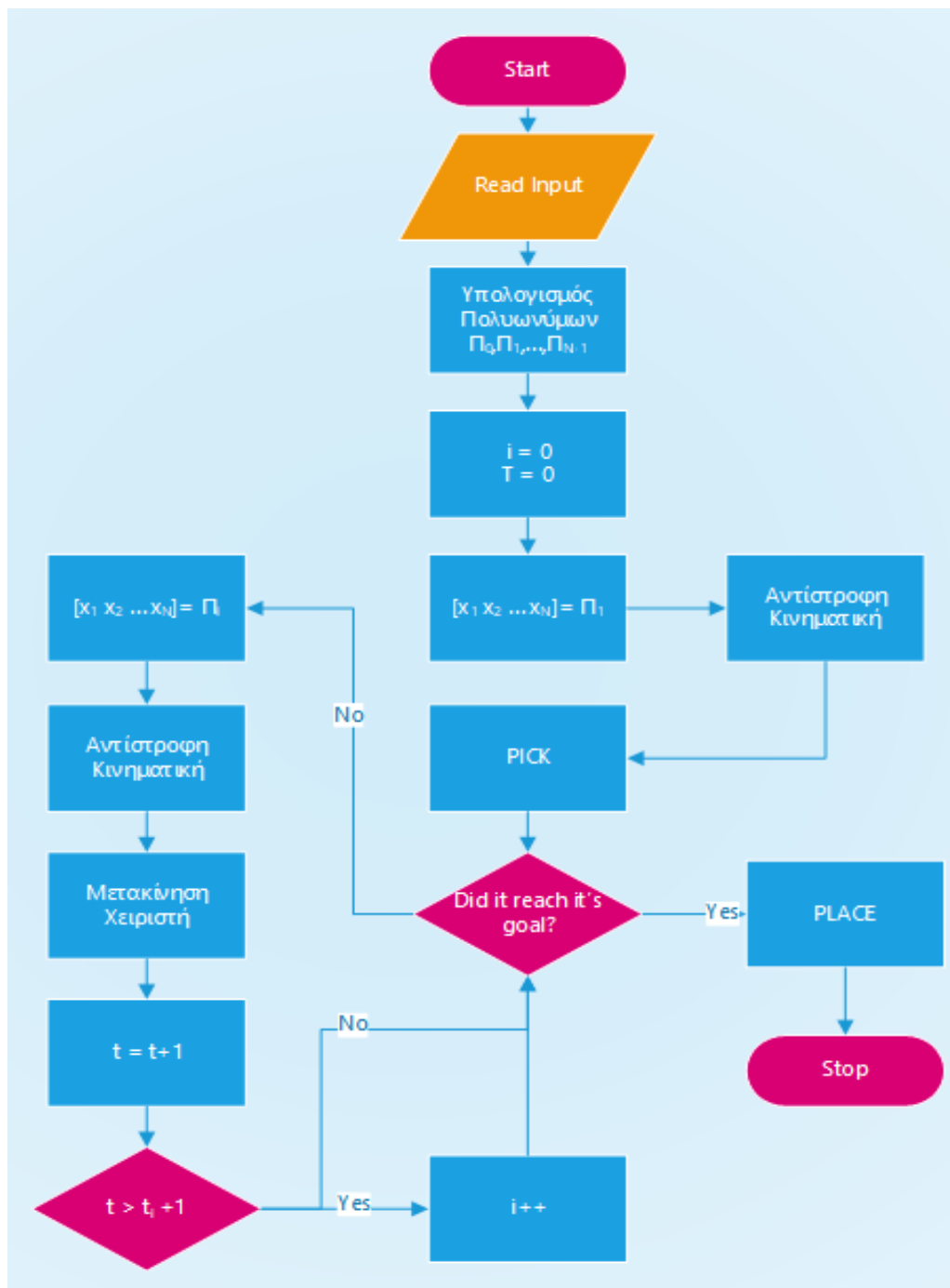
Θεωρούμε δεδομένες επίσης τις θέσεις $x_0, \dots, x_i, \dots, x_{N-1}$ των προηγούμενων σημείων καθώς και τις ταχύτητες $u_0, \dots, u_i, \dots, u_{N-1}$ με τις οποίες καταφθάνει το εργαλείο στα σημεία αυτά.

Με βάση αυτά υπολογίζουμε τα πολυώνυμα παρεμβολής $P_0(t), \dots, P_i(t), \dots, P_{N-1}(t)$ όπως περιγράψαμε στο τέταρτο μέρος.

Θεωρούμε $i = 0, t = 0$ και κάνουμε *pick* το αντικείμενο που επιθυμούμε.

Επαναληπτικά τώρα, ελέγχουμε αν έχουμε φτάσει στο τελικό σημείο. Αν όχι υπολογίζουμε το $P_i(t)$. Από αυτό παίρνουμε τα σημεία $[x^*, y^*, z^*]^T$ και εφαρμόζουμε αντίστροφη κινηματική για να υπολογίζουμε τις μεταβλητές γωνίες και τα πρισματικά ανοίγματα. Πραγματοποιούμε την μετακίνηση μέσω του χειριστή και καταλήγουμε στο επιθυμητό σημείο. Αυξάνουμε τον χρόνο t κατά T (δειγματοληψία). Αν ο καινούργιος χρόνος t ξεπέρασε τον t_i σημαίνει ότι βρισκόμαστε πλέον μεταξύ των σημείων A_{i+1} και A_{i+2} οπότε αυξάνουμε κατά ένα το i και παίρνουμε δείγματα από το επόμενο πολυώνυμο παρεμβολής. Στη συνέχεια επαναλαμβάνουμε την διαδικασία. Σε περίπτωση που βρισκόμαστε πλέον στο επιθυμητό σημείο κάνουμε *place* και η διαδικασία τερματίζεται.

Παραθέτουμε το διάγραμμα ροής για την παραπάνω διαδικασία ($N \leq 3$ διαστάσεις):



Σημείωση: Οι ενότητες που αφορούν στην διαφορική ανάλυση και στον σχεδιασμό τροχιάς με πολυωνυμική παρεμβολή (Μέρος 3,4,5) δεν είχαν διδαχθεί μέχρι την ημερομηνία παράδοσης της αναφοράς και σας ενημερώνουμε επί αυτού κατόπιν προτροπής του κύριου Τζαφέστα.

Παράρτημα

Κώδικας MATLAB για το Δεύτερο Μέρος

```
% Adept robotic system analysis
% First, we initialize the transformation matrices A10,A12,A23,A34
theta = sym('q1');
d = sym('L0');
amove = sym('L1');
arot = sym(0);

A01 = [cos(theta), -sin(theta).*cos(arot), sin(theta)*sin(arot),
amove.*cos(theta)
      sin(theta), cos(theta)*cos(arot), -cos(theta)*sin(arot),
amove.*sin(theta)
      0, sin(arot), cos(arot), d
      0, 0, 0, 1
]

theta = sym('q2');
d = sym(0);
amove = sym('L2');
arot = sym(pi);

A12 = [cos(theta), -sin(theta).*cos(arot), sin(theta)*sin(arot),
amove.*cos(theta)
      sin(theta), cos(theta)*cos(arot), -cos(theta)*sin(arot),
amove.*sin(theta)
      0, sin(arot), cos(arot), d
      0, 0, 0, 1
]

theta = sym(0);
d = sym('x');
amove = sym(0);
arot = sym(0);

A23 = [cos(theta), -sin(theta).*cos(arot), sin(theta)*sin(arot),
amove.*cos(theta)
      sin(theta), cos(theta)*cos(arot), -cos(theta)*sin(arot),
amove.*sin(theta)
      0, sin(arot), cos(arot), d
      0, 0, 0, 1
]

theta = sym('q3');
amove = sym(0);
arot = sym(0);

A34 = [cos(theta), -sin(theta).*cos(arot), sin(theta)*sin(arot),
amove.*cos(theta)
      sin(theta), cos(theta)*cos(arot), -cos(theta)*sin(arot),
amove.*sin(theta)
      0, sin(arot), cos(arot), 0
      0, 0, 0, 1
]
```

```

% The final transformation matrix is the result of the multiplication
of the above matrices
A02 = A01*A12;
A03 = A02*A23;
Afinal = A03*A34;
Afinal = simplify(Afinal)

```

Κώδικας MATLAB για το Τρίτο Μέρος

```

% We calculate the Jacobian matrix using the positional and
% single axle vectors (p and z respectively)
P0=[0,0,0]';
P1=A01(1:3,4);
P2=A02(1:3,4);
P3=A03(1:3,4);
P4=Afinal(1:3,4);

Z0=[0,0,1]';
Z1=A01(1:3,3);
Z2=A02(1:3,3);
Z3=A03(1:3,3);
Z4=Afinal(1:3,3);

J = [cross(Z0, (P4-P0)), cross(Z1, (P4-P1)), Z2, cross(Z3, (P4-P3))
      Z0,                  Z1,                  0,      Z3      ];
J = simplify(J)
Jdet = J([1:3,6], :)

%To find the kinematic singularities of the robotic system we must
resolve det(J)=0.
equ = det(Jdet) == 0;
syms q1 q2 q3;
vars =[q1, q2, q3];
[sol1,sol2, sol3, parameters, conditions] = solve(equ,
vars,'ReturnConditions', true)

```