

Lista 4

1. Verifique utilizando métodos de demonstrações que as seguintes sentenças sobre o inteiro n são equivalentes. p_1 : n é par, p_2 : $n - 1$ ímpar e p_3 : n^2 é par. Sugestão: Mostre que as condicionais $p_1 \rightarrow p_2$, $p_2 \rightarrow p_3$, $p_3 \rightarrow p_1$ são verdadeiras.
2. Mostre que a soma de dois números inteiros ímpares é par.
3. Demonstre que se $m + n$ e $n + p$ são números inteiros pares, em que m , n e p são números inteiros, então $m + p$ é par.
4. Use uma demonstração direta, para mostrar que todo número inteiro ímpar é a diferença de dois quadrados.
5. Use uma demonstração por contradição para provar que a soma de um número irracional e um racional é irracional.
6. Mostre que se n é um número inteiro e $n^3 + 5$ é ímpar, então n é par.
7. Assuma $P(n)$ como a proposição “Se a e b são números reais positivos, então $(a + b)^n \geq a^n + b^n$ ”. Comprove que $P(1)$ é verdadeira.
8. Demonstre que se x é irracional, então $\frac{1}{x}$ é irracional.
9. Demonstre que se n é um número inteiro positivo, então n é par se e somente se $7n + 4$ for par.
10. Use uma demonstração por contraposição para mostrar que se $x + y \geq 2$, em que x e y são números reais, então $x \geq 1$ ou $y \geq 1$.