Algoritmos em Grafos
Lista de Exercícios II

1. Seja G um grafo não direcionado conexo com exatamente $2k$ vértices de grau ímpar. Mostre que o conjunto de arestas de G pode ser particionado em k caminhos disjuntos nas arestas tal que cada aresta é usada em exatamente um dos caminhos.

2. Seja G um grafo não direcionado conexo com vértices de grau $d_1, d_2, \ldots, d_n$. Quantas arestas são necessárias incluir em G para que este passe a ter um circuito Euleriano?

3. Denotamos por K_n o grafo simples completo com n vértices, ou seja, cada vértice de G está conectado por uma aresta com todos demais vértices de G. Para quais valores de n o grafo K_n possui um circuito Euleriano, e para quais valores possui um caminho Euleriano?

4. Mostre que se há um caminho de u até v em um grafo G então há um caminho *simples* de u até v em G.

5. Seja G um grafo não direcionado conexo. Mostre que G possui um circuito onde cada aresta é visitada exatamente 2 vezes.

6. Suponha que um grafo $G = (V, E)$ possua um circuito Euleriano. Mostre que não há aresta $(u, v) \in E$ tal que $G - (u, v)$ é desconexo.

7. Seja G um grafo que possui um circuito Euleriano. Um vértice s é chamado Universal se para toda execução de Trace(G, s), não importando a ordem das listas de adjacências dos vértices, o resultado é um circuito Euleriano (não é necessário fazer chamadas adicionais de Trace). Mostre que s é universal se e somente se s pertence a todo ciclo simples de G.