

Algoritmos em Grafos

Lista de Exercícios IV

1. Projete um algoritmo de tempo linear para o seguinte problema: temos como entrada um digrafo acíclico $G = (V, E)$ e dois vértices s e t , e o problema é determinar o número de caminhos simples de s até t (os caminhos não precisam ser disjuntos, basta serem distintos). Mostre a corretude e complexidade do seu algoritmo.
2. Projete um algoritmo para determinar se um grafo não direcionado possui um ciclo. Mostre a corretude e complexidade do seu algoritmo.
3. Um algoritmo de ordenação topológica é o seguinte: ache um vértice de grau de entrada 0 ($d_{in}(v) = 0$) e imprima ele na saída. Remova este vértice do grafo (e as suas arestas de saída). Repita o processo encontrando um novo vértice de grau de entrada 0. Mostre a corretude do algoritmo e como implementá-lo com tempo $O(V + E)$. O que acontece se houver um ciclo no digrafo?
4. De quanto pode alterar o número de componentes fortemente conexos em um digrafo quando uma nova aresta é acrescentada?
5. Apresente um contra-exemplo para mostrar que o seguinte algoritmo para encontrar comp. fort. conexos está errado: O algoritmo é igual ao visto em aula exceto que na segunda execução da DFS, a executamos sobre o digrafo original G (ao invés de G^T) e consideramos os vértices em ordem crescente de valores $f[v]$ (tempos de finalização).
6. Um digrafo $G = (V, E)$ é semi-conexo se, para todo par de vértices $u, v \in V$ ou há um caminho de $u \rightarrow v$ ou há um caminho $v \rightarrow u$. Projete um algoritmo $O(V + E)$ para determinar se um digrafo é semi-conexo ou não. Mostre a corretude do seu algoritmo e analise a sua complexidade.