Algoritmos em Grafos
Lista de Exercícios VI

1. Considere um digrafo $G = (V, E)$ com pesos nas arestas, sem ciclos negativos, e seja s um vértice fonte. Considerando que para todo $v \in V$ existe um caminho mínimo de s para v com até m arestas, mostre como o algoritmo Bellman-Ford pode ser alterado para terminar em $m + 1$ passos (ao invés de $|V| - 1$). Mostre a corretude do algoritmo mesmo para o caso quando m não é conhecido.

2. Modifique o algoritmo de Bellman-Ford para que este sete $d[v] = -\infty$ para todos os vértices v tal que existe um ciclo negativo no caminho de s para v.

3. Seja $G = (V, E)$ um digrafo com pesos nas arestas, sem ciclos negativos. Projete um algoritmo com complexidade de tempo $O(VE)$ para determinar para cada $v \in V$ o valor $d^*[v]$ definido como

   $$d^*[v] = \min_{u \in V} w(P^*_{uv})$$

   ou seja é o custo do menor caminho mínimo de algum vértice u para v.

4. No algoritmo de caminhos mínimos para DAGs, assuma que troquemos o laço principal para

   ```
   para os primeiros |V|-1 vértices em ordem topológica faça:
      u = vertice na ordem
      para cada v de Adj(u):
         relax(u,v)
   ```

   Mostre que o algoritmo permanece correto com esta alteração.

5. Mostre um exemplo onde o algoritmo de Dijkstra produz respostas erradas se o digrafo de entrada tiver arestas de peso negativo.

6. Suponha que alteramos o laço principal do algoritmo de Dijkstra de

   ```
   while Q != vazio:
   ```

   para

   ```
   while size(Q)>1:
   ```

   O algoritmo continua funcionando? Justifique sua resposta.

7. Seja $G = (V, E)$ um digrafo com valor $0 \leq r(u, v) \leq 1$ para cada aresta $(u, v) \in E$. O valor $r(u, v)$ representa a confiabilidade de um link de transmissão entre u e v (é a probabilidade de que uma transmissão entre u e v se dará de forma correta). Assuma que todas estas probabilidades sejam independentes. Projete um algoritmo eficiente para encontrar os caminhos mais confiáveis de s para todos os demais vértices v do grafo.

8. Seja $G = (V, E)$ um digrafo com pesos $w(u, v) \in \{0, 1, 2, \ldots, W\}$ para cada aresta $(u, v) \in E$, onde W é um inteiro positivo. Mostre como alterar o algoritmo de Dijkstra para executar em $O(WV + E)$ neste caso.