

LGI1/MAG1 Übung 8

Auszuarbeiten bis 2. 12. 2025

1. Gegeben sei die Relation

$$R = \{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 3)\}$$

auf der Menge $\{1, 2, 3, 4\}$.

- (a) Visualisieren Sie die Relation R durch ein Pfeildiagramm (also einen Graphen, wie in der Vorlesung gezeigt).
 - (b) Welche der Eigenschaften *reflexiv*, *symmetrisch*, *transitiv*, *irreflexiv*, *asymmetrisch* bzw. *antisymmetrisch* erfüllt die Relation R ?
2. Gegeben sei die Menge $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Geben Sie auf dieser Menge Relationen mit folgenden Kombinationen von Eigenschaften an (einfach durch Visualisierung als Pfeildiagramme; es ist egal, ob die anderen Eigenschaften erfüllt werden oder nicht):
- (a) reflexiv, symmetrisch, antisymmetrisch
 - (b) asymmetrisch, transitiv, nicht irreflexiv
 - (c) nicht reflexiv, nicht transitiv, asymmetrisch
3. Welche der Eigenschaften *reflexiv*, *symmetrisch*, *transitiv*, *irreflexiv*, *asymmetrisch* bzw. *antisymmetrisch* erfüllt die \subseteq -Relation?
4. Wie Aufgabe 3, aber für die \in -Relation.
5. Wir definieren das Komplement \bar{R} einer Relation $R \subseteq A \times A$ als $\bar{R} := (A \times A) \setminus R$, also alle Paare in $A \times A$, die nicht in R sind. Argumentieren Sie ohne Beweise, welche der folgenden Aussagen wahr sind:
- (a) “Wenn \bar{R} symmetrisch ist, dann ist auch R symmetrisch.”
 - (b) “Wenn \bar{R} reflexiv ist, dann ist auch R reflexiv.”
6. Wir definieren (nur für diesen Übungszettel relevant) die Eigenschaft *intransitiv* von Relationen $R \subseteq A \times A$; diese Eigenschaft verhält sich zu *transitiv* wie *asymmetrisch* zu *symmetrisch* bzw. *irreflexiv* zu *reflexiv*:

$$R \text{ ist intransitiv} :\Leftrightarrow \forall_{x,y,z \in A} \left((x,y) \in R \wedge (y,z) \in R \right) \Rightarrow (x,z) \notin R.$$

Untersuchen Sie, welche der Relationen \in , \subseteq sowie R aus Aufgabe 1 die Eigenschaft *intransitiv* erfüllen.