

LGI1/MAG1 Übung 3

Auszuarbeiten bis 28. 10. 2025

Für die ersten beiden Aufgaben auf diesem Übungszettel seien:

$+, -, *, /$	zweistellige Funktionskonstanten,
f	eine dreistellige Funktionskonstante,
P, Q, \leq	zweistellige Prädikatenkonstanten,
x, y, z	Variablen
$1, 2, 3, \dots$	Objektkonstanten

Beachten Sie, dass alle Funktions- und Prädikatenkonstanten *vor* den Argumenten geschrieben werden, wie in der Mitschrift bzw. in Definitionen 2.8 und 2.9 im Buch angegeben (also in Präfix-Notation).

1. Bestimmen Sie die Baumstruktur der folgenden zusammengesetzten Aussage bzw. des folgenden Terms. Schreiben Sie dazu über jedes Symbol seinen Typ (also "V", "OK", "FK" und "PK", mit der jeweiligen Stelligkeit), und stellen Sie die Zeichenketten als Baumstrukturen dar. Identifizieren Sie dazu speziell auch, aus welchen Unterteilen (Terme oder Aussagen) diese Baumstrukturen bestehen. Beachten Sie, dass der Junktor in Teil (b) in Infix-Notation geschrieben ist.
 - (a) $Q(/(+x, *2, y), -(3, z)), /(+f(y, x, 3), /(z, 2)), f(2, z, 1))$
 - (b) $P(*(/(x, 2), +(y, 3)), f(z, -(y, 1), +(x, 2))) \Rightarrow \leq (/f(x, y, z), 3), -(4, *(2, y)))$
2. Welche der folgenden Zeichenketten in Präfix-Notation sind *Terme* (laut Definition 2.8), welche *atomare Aussagen* (laut Definition 2.9), und welche keines von beiden?
 - (a) $P(/(x, 2), +(y, 3))$
 - (b) $f(-(x, 3), *(2, y), +(1, 2))$
 - (c) $+(2, f(3, 4, P(1, 2)))$
 - (d) $Q(P(2, 3), x)$
 - (e) $/(f(2, 3, 4), +(x, 1))$
 - (f) $\leq (2, Q(x, y))$
3. Drücken Sie die folgenden Quantoraussagen über dem Universum der ganzen Zahlen (in dem also auch negative Zahlen sind) sprachlich aus und argumentieren Sie, welche von ihnen wahr sind. Wir haben noch nicht angesprochen, wie man das formal korrekt machen könnte, probieren Sie aber so gut wie möglich zu begründen (etwa so, wie wir dies am Ende der letzten Vorlesung gemacht haben).
 - (a) $\exists x \exists y \ x + y = 0$
 - (b) $\forall x \exists y \ x + y = 0$
 - (c) $\exists x \forall y \ x + y = 0$
 - (d) $\forall x \forall y \ x + y = 0$

4. Finden Sie den bzw. die Fehler in folgenden Formalisierungen des deutschen Satzes “es gibt eine graue Katze”. Überlegen Sie dazu zuerst, welche syntaktische Rolle Ausdrücke wie “Katze”, “grau”, “istKatze” und “istGrau” spielen (können): Welche von ihnen sind Objektkonstanten, Funktionskonstanten, Prädikatenkonstanten, oder Variablen?

- | | |
|---------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| (a) Katze = grau | (b) $\exists x \text{ istKatze}(x) = \text{grau}$ |
| (c) $\exists x \text{ istKatze}(x) = \text{istGrau}(x)$ | (d) $\exists x \text{ istKatze}(\text{istGrau}(x))$ |
| (e) $\exists x \text{ istKatze}(x = \text{grau})$ | (f) $\exists x \text{ istKatze}(x) \Rightarrow \text{istGrau}(x)$ |

5. Wie Aufgabe 4, für den deutschen Satz “es gibt jemanden, der einen Hund besitzt”. Überlegen Sie dazu zuerst, welche syntaktische Rolle Ausdrücke wie “es gibt jemanden”, “besitzt”, “Hund” oder “istHund” spielen (können): Welche von ihnen sind Objektkonstanten, Funktionskonstanten, Prädikatenkonstanten, oder Variablen?

- | | |
|-------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| (a) $\exists x \text{ jemand}(x) \wedge \text{besitzt}(x, \text{Hund})$ | (b) $\exists x \text{ besitzt}(x, \text{Hund})$ |
| (c) $\exists x \text{ besitzt}(\text{istHund}(x))$ | (d) $\exists x \text{ besitzt}(x) \wedge \text{istHund}(x)$ |
| (e) $\exists x \exists y \text{ besitzt}(x) \wedge \text{istHund}(y)$ | (f) $\exists x \exists y \text{ besitzt}(x, \text{istHund}(y))$ |
| (g) $\exists x \exists y \text{ istHund}(y) \Rightarrow \text{besitzt}(x, y)$ | |