

# LGI1/MAG1 Übung 8

Auszuarbeiten bis 2. 12. 2025

- Gegeben sei die Relation

$$R = \{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 3)\}$$

auf der Menge  $\{1, 2, 3, 4\}$ .

- (a) Visualisieren Sie die Relation  $R$  durch ein Pfeildiagramm (also einen Graphen, wie in der Vorlesung gezeigt).
  - (b) Welche der Eigenschaften *reflexiv*, *symmetrisch*, *transitiv* *irreflexiv*, *asymmetrisch* bzw. *antisymmetrisch* erfüllt die Relation  $R$ ?
- Gegeben sei die Menge  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ . Geben Sie auf dieser Menge Relationen mit folgenden Kombinationen von Eigenschaften an (einfach durch Visualisierung als Pfeildiagramme; es ist egal, ob die anderen Eigenschaften erfüllt werden oder nicht):
    - (a) reflexiv, symmetrisch, antisymmetrisch
    - (b) asymmetrisch, transitiv, nicht irreflexiv
    - (c) nicht reflexiv, nicht transitiv, asymmetrisch
  - Welche der Eigenschaften *reflexiv*, *symmetrisch*, *transitiv*, *irreflexiv*, *asymmetrisch* bzw. *antisymmetrisch* erfüllt die  $\subseteq$ -Relation?
  - Wie Aufgabe 3, aber für die  $\in$ -Relation.
  - Wir definieren das Komplement  $\bar{R}$  einer Relation  $R \subseteq A \times A$  als  $\bar{R} := (A \times A) \setminus R$ , also alle Paare in  $A \times A$ , die nicht in  $R$  sind. Argumentieren Sie ohne Beweise, welche der folgenden Aussagen wahr sind:
    - (a) "Wenn  $\bar{R}$  symmetrisch ist, dann ist auch  $R$  symmetrisch."
    - (b) "Wenn  $\bar{R}$  reflexiv ist, dann ist auch  $R$  reflexiv."
  - Wir definieren (nur für diesen Übungszettel relevant) die Eigenschaft *intransitiv* von Relationen  $R \subseteq A \times A$ ; diese Eigenschaft verhält sich zu *transitiv* wie *asymmetrisch* zu *symmetrisch* bzw. *irreflexiv* zu *reflexiv*:

$$R \text{ ist intransitiv :}\Leftrightarrow \forall_{x,y,z \in A} ((x,y) \in R \wedge (y,z) \in R) \Rightarrow (x,z) \notin R.$$

Untersuchen Sie, welche der Relationen  $\in$ ,  $\subseteq$  sowie  $R$  aus Aufgabe 1 die Eigenschaft *intransitiv* erfüllen.