Computer Graphics 2

Hausaufgabe 3

343635 Richard Klemm
319716 Andreas Fender
315744 Christopher Sierigk

Aufgabe 1

Um eine implizite Fläche S zu beschreiben ist durch die folgende Funktion F definiert.

$$F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$

Nach Konvention werden alle negativen Werte innerhalb der Fläche angenommen.

$$f(x, y, z) < 0$$

Alle Werte die positiv sind und größer als 0 werden au§erhalb der Fläche angenommen.

$$f(x, y, z) > 0$$

Und alle Werte die genau 0 ergeben liegen demnach genau auf der Oberfläche.

$$f(x, y, z) = 0$$

Eine weitere Eigenschaft der impliziten Funktion ist, dass die beschriebene Fläche keine Löcher hat solange die Funktion kontinuierlich ist. Außerdem muss die Eigenschaft erfüllt sein, dass die Funktion sich nicht selbst schneiden kann.

Eine der gerbräuchlichste Form der impliziten Funktion ist die *signed distance function*. Bei dieser Funktion wird jedem Punkt im 3dimensionalen Raum ein vorzeichenbehafteter Abstand $d(x)$ zugewiesen. Der absolute Betrag $|d(x)|$ misst den Abstand von x zur Fläche S. Das Vorzeichen gibt dabei an, ob sich der Punkt innerhalb oder außerhalb der Fläche befindet.

Aufgabe 2

Der Kreis ist ein Kegelschnitt einer zur X-Y-Ebene parallelen Ebene mit Kegeln die die Spitze bei (0,0,0) haben und Rotationssymmetrisch zur Z-Achse sind. Die implizite Darstellung sieht wie folgt aus:

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - r^2$$

Wobei $\{(x,y)|f(x,y)=0\}$ den Kreis bilden. r ist sowohl die Höhe der Ebene als auch der Radius des entstehenden Kreises.
Seien $f_1(x,y)$ und $f_2(x,y)$ zwei Kreise mit den Radien r_1 und r_2. Die algebraische Summe sieht dann wie folgt aus:

$$f_1(x,y)+f_2(x,y)=2x^2+2y^2-r_1^2-r_2^2$$

Der resultierende Kreis ist bei $f_1(x,y)+f_2(x,y)=0$. Somit gilt:

$$\begin{aligned} 2x^2+2y^2-r_1^2-r_2^2 &= 0 \quad | \cdot \tfrac{1}{2} \\ x^2+y^2-\tfrac{r_1^2+r_2^2}{2} &= 0 \end{aligned}$$

Demnach entsteht ein Kreis, dessen quadratischer Radius der Durchschnitt aus r_1^2 und r_2^2 ist, d.h.

$$R^2=\tfrac{r_1^2+r_2^2}{2}$$

Auf beiden Seiten kann π multipliziert werden:

$$\begin{aligned} R^2 &= \tfrac{r_1^2+r_2^2}{2} \qquad | \cdot \pi \\ \pi \cdot R^2 &= \pi \cdot \tfrac{r_1^2+r_2^2}{2} \\ R^2\pi &= \tfrac{r_1^2\pi+r_2^2\pi}{2} \end{aligned}$$

Somit kann auch gesagt werden, dass der resultierende Kreis den Druchschnittsflächeninhalt der beiden Kreise hat.

Aufgabe 3

Bei konstanten Approximationspolynomen ist die Basis $\mathbf{b(x)}=(1)$. Die implizite Funktion vereinfacht sich zu

$$f(x)=b(x)c=(1)\cdot c=c$$

Weiterhin ist $\mathbf{c}$ gegeben durch

$$c=[\sum_{i=0}^{0} b(x_i)b(x_i)^T]^{-1}\sum_{i=0}^{0} b(x_i)f_i$$

was sich wiederrum vereinfacht zu

$$c=[\sum_{i=0}^{0} 1]^{-1}\sum_{i=0}^{0} f_i=f_i$$

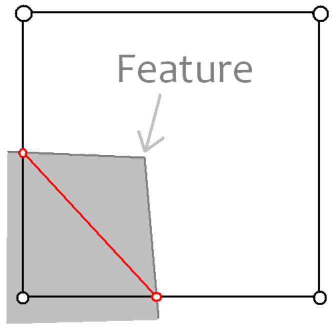
Die Werte von f_i bewegen sich laut Praxisaufgabe zwischen $-\epsilon$ und ϵ. Somit ist der Wertebereich von f:

$$f(x)\in[-\epsilon,\epsilon]$$

Aufgabe 4

Ja.
Marching Cubes fragt eine endliche Menge von Sampling Punkten ab. Scharfe Kanten (Features) werden nicht erkannt. Auch bei einer Erhöhung der Sampling Punkte werden Features nicht erkannt, da diese sich innerhalb eines Cubes befinden.

Die folgende Grafik verdeutlicht dies:



Die rote Linie verdeutlicht ein durch Marching Cubes erzeugtes Face.