Computer Graphics 2

Hausaufgabe 2

343635 Richard Klemm
319716 Andreas Fender
315744 Christopher Sierigk

Aufgabe 1

Aufgabe 2

Der Kreis ist ein Kegelschnitt einer zur X-Y-Ebene parallelen Ebene mit Kegeln die die Spitze bei (0,0,0) haben und Rotationssymmetrisch zur Z-Achse sind. Die implizite Darstellung sieht wie folgt aus:

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - r^2$$

Wobei $\{(x, y)|f(x, y) = 0\}$ den Kreis bilden. r ist sowohl die Höhe der Ebene als auch der Radius des entstehenden Kreises.
Seien $f_1(x, y)$ und $f_2(x, y)$ zwei Kreise mit den Radien r_1 und r_2. Die algebraische Summe sieht dann wie folgt aus:

$$f_1(x, y) + f_2(x, y) = 2x^2 + 2y^2 - r_1^2 - r_2^2$$

Der resultierende Kreis ist bei $f_1(x, y) + f_2(x, y) = 0$. Somit gilt:

$$\begin{aligned} 2x^2 + 2y^2 - r_1^2 - r_2^2 &= 0 \quad | \cdot \tfrac{1}{2} \\ x^2 + y^2 - \tfrac{r_1^2 + r_2^2}{2} &= 0 \end{aligned}$$

Demnach entsteht ein Kreis, dessen quadratischer Radius der Durchschnitt aus r_1^2 und r_2^2 ist, d.h.

$$R^2 = \tfrac{r_1^2 + r_2^2}{2}$$

Auf beiden Seiten kann π multipliziert werden:

$$\begin{aligned} R^2 &= \tfrac{r_1^2 + r_2^2}{2} \qquad | \cdot \pi \\ \pi \cdot R^2 &= \pi \cdot \tfrac{r_1^2 + r_2^2}{2} \\ R^2\pi &= \tfrac{r_1^2\pi + r_2^2\pi}{2} \end{aligned}$$

Somit kann auch gesagt werden, dass der resultierende Kreis den Druchschnittsflächeninhalt der beiden Kreise hat.