學號:T10902303 系級： 資工四 姓名：梁高浚

參數連接： https://drive.google.com/file/d/1Q_94krmQFJiOa2ePcgWqQvQlc9lE2yTN/view?usp=sharing

1. (1%) 請以block diagram或是文字的方式說明這次表現最好的model使用哪些layer module(如 Conv/Linear 和各類 normalization layer) 及連接方式(如一般forward 或是使用 skip/residual connection)，並概念性逐項說明選用該 layer module 的理由。

```
----------------------------------------------------------------
        Layer (type)               Output Shape         Param #
================================================================
            Conv2d-1           [-1, 64, 64, 64]             640
       BatchNorm2d-2           [-1, 64, 64, 64]             128
             RReLU-3           [-1, 64, 64, 64]               0
         MaxPool2d-4           [-1, 64, 32, 32]               0
           Dropout-5           [-1, 64, 32, 32]               0
            Conv2d-6          [-1, 128, 32, 32]          73,856
       BatchNorm2d-7          [-1, 128, 32, 32]             256
              ReLU-8          [-1, 128, 32, 32]               0
         MaxPool2d-9          [-1, 128, 16, 16]               0
          Dropout-10          [-1, 128, 16, 16]               0
           Conv2d-11          [-1, 256, 16, 16]         295,168
      BatchNorm2d-12          [-1, 256, 16, 16]             512
             ReLU-13          [-1, 256, 16, 16]               0
        MaxPool2d-14            [-1, 256, 8, 8]               0
          Dropout-15            [-1, 256, 8, 8]               0
           Conv2d-16            [-1, 512, 8, 8]       1,180,160
      BatchNorm2d-17            [-1, 512, 8, 8]           1,024
             ReLU-18            [-1, 512, 8, 8]               0
        MaxPool2d-19            [-1, 512, 4, 4]               0
          Dropout-20            [-1, 512, 4, 4]               0
          Dropout-21                 [-1, 8192]               0
           Linear-22                 [-1, 4096]      33,558,528
            RReLU-23                 [-1, 4096]               0
          Dropout-24                 [-1, 4096]               0
           Linear-25                 [-1, 1024]       4,195,328
            RReLU-26                 [-1, 1024]               0
           Linear-27                  [-1, 256]         262,400
            RReLU-28                  [-1, 256]               0
           Linear-29                    [-1, 7]           1,799
================================================================
Total params: 39,569,799
Trainable params: 39,569,799
Non-trainable params: 0
----------------------------------------------------------------
Input size (MB): 0.02
Forward/backward pass size (MB): 13.30
Params size (MB): 150.95
Estimated Total Size (MB): 164.26
----------------------------------------------------------------
```

本次使用的CNN模型如上圖所示。主要有四層卷積層，每層卷積層都有BatchNormalization，激活函數RReLU(隨機Leaky ReLU)，MaxPooling,還有Dropout。使用BatchNormalization的原因是可以加快模型收斂速度，以及可以緩解訓練過程中梯度鬆散的問題，令神經網絡更加穩定。池化層(MaxPooling)的作用是減少計算量，加快模型訓練速度。Dropout的作用是防止Overfit，這點在後面實驗的時候發現可以大量增加validation accuracy。

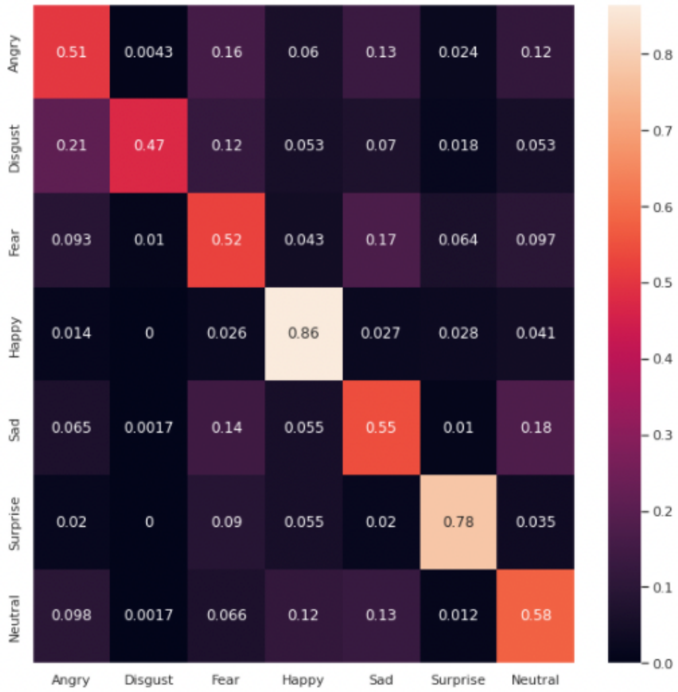
輸入的圖片經過這六層卷積層之後，就會作扁平化(Flatten)處理，把input換成一維，最後輸入到全連接層裡面，最後用Softmax函數進行分類。連接方式主要是一般的forward。總參數量是39,569,799。訓練的時候使用了隨機12%作為驗證集，使用了torchvision.transforms做數據增強，包括把圖片水平翻轉，旋轉圖片，高斯模糊等等。訓練過程以批大小128，300個迭代進行訓練，以CrossEntropy作為Loss funct ion,透過SGD進行參數更新，最後在Kaggle上的Private leaderboard分數為0.65285%，超過了strong baseline。

2. (1%) 嘗試使用 augmentation/early-stopping/ensemble 三種訓練 trick 中的兩種，說明實作細節並比較有無該 trick 對結果表現的影響(validation 或是 testing 擇一即可)。

我使用了early-stopping和augmentation。在沒有使用augmentation的情況下，validation accuracy最高只有55%，怎麼train也過不了simple baseline。但是使用了augmentation情況下，就可以達到70%的validation accuracy，能過strong baseline了。實作的細節包括使用了隨機將圖片水平翻轉，隨機旋轉圖片，高斯噪音，以及改變perspective。

Early-stopping則是能讓我設置一個比較大的epoch size,然後如果validation accuracy超過我設置的threshold，就可以提前停止，不需要運行足1000個epoch，節省時間。而且，由於overfit的問題，可能training accuracy一直在上升，但是validation accuracy在某個epoch後會下降，所以提前停止就可以防止這個問題。由於public leaderboard上的strong baseline是0.64114，而第一名是0.69914的成績，所以我選擇了0.66作為閾值。結果是在300 epoch左右就已經達到0.66了，因此就自動停下來。

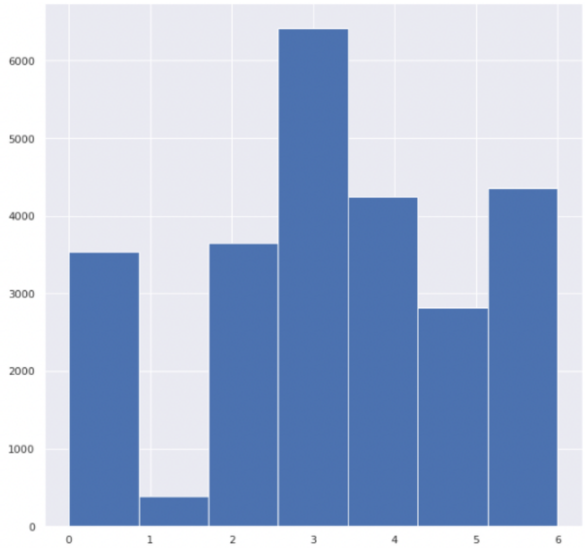
3. (1%) 畫出 confusion matrix 分析哪些類別的圖片容易使 model 搞混，並簡單說明。
(ref: https://en.wikipedia.org/wiki/Confusion_matrix)
Confusion matrix如下：



可以看出當Y是**Happy**, **Surprise**的時候，分類的最好，而當Y是**Disgust**, **Angry**和**Fear**, **Neutral**的時候，分類準確度只有~50%. 推測可能是由於**Happy**和**Surprise**的圖片同質性比較強，可能微笑，驚恐這些表情都有明顯的feature(如嘴角上揚等等)，加上Happy在training dataset的frequency最多，但是Disgust, Angry, Fear等等都有共通性，比如眉頭緊皺等等


（左圖為Fear而右圖為Angry）,這樣就需要CNN抓去臉部更加細微的feature,而這是比較困難的，因此accuracy比較低。

4. (1%) 請統計訓練資料中不同類別的數量比例，並說明：
對 **testing** 或是 **validation** 來說，不針對特定類別，直接選擇機率最大的類別會是最好的結果嗎？針對上述內容，是否存在更好的方式來提升表現？例如設置不同條件來選擇預測結果/變更訓練資料抽樣的方式，或是直接回答「否」(但需要給出支持你論點的論述)
訓練資料中不同類別的數量比例如下：



分別為：[3542,　393, 3651, 6419, 4245, 2820, 4351]

選擇機率最大的不是最好的結果，因為每個類別本來出現在每個訓練過程的機率就不一樣。就像是上述圖所示，3(Happy)的類別最多，那神經網絡看到一張新的圖片，在沒有其他信息情況下，自然就會猜這個新圖片是Happy。但是這樣的預測方法不好，會導致其他類別的準確率下降。所以可以assign不同weighting給每一個預測結果，這個weighting可以是根據其類別在training dataset佔的比重而定。或者是使用分層抽樣，在抽樣的時候根據類別把訓練集分成多個子分組，然後再從子分組進行抽樣，這樣就可以解決這個訓練集各類別數目不均衡的問題。

5. (3%)Refer to math problem
https://hackmd.io/@Gf0kB4kgS66YhhM7j6TJew/SJy_akYUK

參數連接：https://drive.google.com/file/d/1Q_94krmQFJiOa2ePcgWqQvQlc9lE2yTN/view?usp=sharing

Q1 Given (B, W, H, input),

output should be $\left(B, \frac{W-k_1+2p_1}{s_1}+1, \frac{H-k_2+2p_2}{s_2}+1, \text{output\_channels}\right)$

(By formula of $\text{out} = \frac{\text{in}-K-2P}{S}+1$)

Q2.

$$\frac{\partial L}{\partial \gamma} = \sum_i \frac{\partial L}{\partial y_i}\frac{\partial y_i}{\partial \gamma}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \gamma} = \sum_i \frac{\partial L}{\partial y_i}\hat{x}_i$$

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} = \sum_i \frac{\partial L}{\partial y_i}\frac{\partial y_i}{\partial \beta}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} = \sum_i \frac{\partial L}{\partial y_i}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \hat{x}} = \frac{\partial L}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial \hat{x}}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \hat{x}} = \frac{\partial L}{\partial y}\gamma$$

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma_B} = \sum_i \frac{\partial L}{\partial y_i}\frac{\partial y_i}{\partial \hat{x}_i}\frac{\partial \hat{x}_i}{\partial \sigma_B}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma} = \sum_i \frac{\partial L}{\partial \hat{x}_i}(x_i-\mu)\left(-\frac{(\sigma_B+\varepsilon)^{-3/2}}{2}\right)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu_B} = \frac{\partial L}{\partial \hat{x}}\frac{\partial \hat{x}}{\partial \mu_B} + \frac{\partial L}{\partial \sigma_B}\frac{\partial \sigma_B}{\partial \mu_B}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu_B} = \sum_i \frac{\partial L}{\partial \hat{x}_i}\frac{-1}{\sqrt{\sigma_B+\varepsilon}} + \frac{\partial L}{\partial \sigma_B}\frac{-2\sum_i(x_i-\mu)}{N}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial L}{\partial \hat{x}_i}\frac{\partial \hat{x}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial L}{\partial \sigma_B}\frac{\partial \sigma_B}{\partial x_i} + \frac{\partial L}{\partial \mu_B}\frac{\partial \mu_B}{\partial x_i}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial L}{\partial \hat{x}_i}\frac{1}{\sqrt{\sigma_B+\varepsilon}} + \frac{\partial L}{\partial \sigma_B}\frac{\partial(x_i-\mu)}{N} + \frac{\partial L}{\partial \mu_B}\frac{1}{N}$$

when $\gamma_k = \sqrt{Var(x_k)}$ and $\beta_k = E(x_k)$,
we can produce the identity result,
making batch normalization able to have
the ability of identity transform.

Q3. Softmax & cross entropy

Define the following:
partial derivatives of the ith output versus
the jth input of softmax(), is:

$$\frac{\partial \hat{y}_i}{\partial z_j} = \frac{\partial \frac{e^{z_i}}{\sum_{k=1}^{N} e^{z_k}}}{\partial z_j}$$

By the quotient differentiation rule,

when $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$, $f'(x) = \frac{g'(x)h(x) - h'(x)g(x)}{(h(x))^2}$

Here, $g_i = e^{z_i}$, $h_i = \sum_{k=1}^{N} e^{z_k}$

Hence,

$$\frac{\partial g_i}{\partial z_j} = \frac{\partial e^{z_i}}{\partial z_j} = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ e^{z_i}, & i = j \end{cases}$$

$$\frac{\partial h_i}{\partial z_j} = \frac{\partial \sum_{k=1}^{N} e^{z_k}}{\partial z_j} = e^{z_j}$$

When $i \neq j$,

$$\frac{\partial \hat{y}_1}{\partial z_j} = \frac{0 \times \sum_{k=1}^{N} e^{z_k} - e^{z_i} e^{z_j}}{\left(\sum_{k=1}^{N} e^{z_k}\right)^2}$$

$$= - \frac{e^{z_j}}{\sum_{k=1}^{N} e^{z_k}} \times \frac{e^{z_i}}{\sum_{k=1}^{N} e^{z_k}}$$

$$= - \hat{y}_i \hat{y}_j$$

When $i = j$, $\frac{\partial \hat{y}_i}{\partial z_j} = \frac{\cancel{e^{z_i} \sum_{k=1}^{N} e^{z_k} - e^{z_i} e^{z_j}}}{\left(\sum_{k=1}^{N} e^{z_k}\right)^2}$

$$= \frac{e^{z_i}}{\sum_{k=1}^{N} e^{z_k}} \times \frac{\sum_{k=1}^{N} e^{z_k} - e^{z_j}}{\sum_{k=1}^{N} e^{z_k}}$$

$$= \hat{y}_i (1 - \hat{y}_j)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial \hat{y}_i}{\partial z_j} = \begin{cases} -\hat{y}_i \hat{y}_j , & i \neq j \\ \hat{y}_i (1-\hat{y}_j) , & i=j \end{cases}$$

For cross entropy:

Denote as: $L(y, \hat{y}) = -\sum_{i=1}^{N} y_i \log(\hat{y}_i)$

$$\frac{\partial L}{\partial z_j} = -\sum_{i=1}^{N} y_i \frac{1}{\hat{y}_i} \frac{\partial \hat{y}_i}{\partial z_j}$$

$$= -y_j \frac{1}{\hat{y}_i} (\hat{y}_j (1-\hat{y}_j)) - \sum_{i \neq j} y_i \frac{1}{\hat{y}_i} (-\hat{y}_j \hat{y}_i)$$

$$= -y_j (1-\hat{y}_j) + \sum_{i \neq j}^{N} y_i \hat{y}_j$$

$$= y_j \hat{y}_j + \sum_{i \neq j}^{N} y_i \hat{y}_j - y_j$$

$$= \sum_{i=1}^{N} y_i \hat{y}_j - y_j$$

$$= \hat{y}_j - y_j \quad (\because \sum_{i=1}^{N} y_i = 1)$$

Hence proved.

Q4.

$$v^t = \beta_2 \cdot v^{t-1} + (1-\beta_2) \cdot (g^t)^2$$

$$V^1 = \beta_2 \cdot V^0 + (1-\beta_2)(g^0)^2$$

$$v^1 = (1-\beta_2)(g^0)^2$$

$$v^2 = \beta_2 v^1 + (1-\beta_2) \cdot (g^1)^2$$

$$V^2 = \beta_2 (1-\beta_2)(g^0)^2 + (1-\beta_2)(g^1)^2$$

$$V^2 = (1-\beta_2)(\beta_2 (g^0)^2 + 1 \cdot (g^1)^2)$$

$$\vdots$$

$$V_t = (1-\beta_2) \sum_{i=1}^{t} \beta_2^{t-i} (g^i)^2$$

similarily,

$$m_t = (1-\beta_1) \sum_{i=1}^{t} \beta_1^{t-i} g^i$$

4b). When $\eta = \eta_0 \cdot t^{-\frac{1}{2}}$,

In Adam, $w^t \approx w^{t-1} - \frac{\eta_0 \cdot t^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{\hat{v}_t}} \hat{m}_t$

If $\beta_1 = 0$,

Using the result of (a),

$$m_t = 0 \cdot m^{t-1} + (1-0) \cdot g^t \qquad \hat{m}_t \approx g^t$$

$$m_t = g^t,$$

$$\hat{v}^t \approx \frac{\beta_2}{1-\beta_2^t} v^{t-1} + \frac{1-\beta_2}{1-\beta_2^t} (g^t)^2$$

if $\beta_2 = 1 - 1/t$,

We can rewrite $\hat{v}_t$ as:

$$\hat{v}^t = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^{t} g_i^2$$

Then, if $\eta = \eta_0 t^{-1/2}$,

$$w^t = w^{t-1} - \frac{\eta_0}{\sqrt{t}\left(\sqrt{\frac{1}{t}\sum_{i=1}^{t} g_i^2}\right)} g^t$$

$$w^t = w^{t-1} - \frac{\eta_0}{\sqrt{\sum_{i=1}^{t} g_i^2}} g^t$$

Which is AdaGrad. Hence proved.