Centralne Twierdzenie Graficzne

Aleksandra Klimek

December 2020

1 Rozkłady

1. **Rozkład dwumianowy - Binomial**
   Rozkład dwumianowy(Bernoulliego) dyskretny rozkład prawdopodobieństwa opisujacy liczbe sukcesów k w ciagu n niezależnych prób, z których każda ma stałe prawdopodobieństwo sukcesu równe p Pojedynczy eksperyment nosi nazwe próby Bernoulliego.

   - **Funkcja gestości - dbinom**
     Otrzymujemy rozkład prawdopodobieństwa w każdym punkcie.
     W Quizie jest 12 pytań wielokrotnego wyboru. Każde pytanie ma 5 możliwych odpowiedzi, tylko jedna jest poprawna. Znajdz prawdopodobieństwo uzyskania dokładnie 4 poprawnych odpowiedzi, zakładajac że uczeń odpowie losowo na każde pytanie.
     Ponieważ tylko 1 z 5 jest poprawna to prawdopodobieństwo trafnej odpowiedzi wynosi 1/5 = 0.2

     ```
     x <- 4; n <- 12; p<- 0.2
     dbinom(x,n,p)

     ## [1] 0.1328756
     ```

   - **Dystrybuanta-pbinom**
     Prawdopodobieństwo wypadniencia orła symetryczna moneta wynosi 0.5. Obliczamy prawdopodobieństwo wypadniecia 4 lub mniej orłów w 6 rzutach.

     ```
     n <- 6; p<- 0.5; q <- 4
     pbinom(q,n,p)

     ## [1] 0.890625
     ```

- **Funckja kwantylowa- qbinom**
  Ile orłów wypadnie z prawdopodobieństwem równym 0.25 .

```
n <- 6; p<-0.5; x <- 0.25
qbinom(x,n,p)

## [1] 2
```

- **Generowanie liczb pseudolosowych - rbinom**
  Wylosujemy 10 liczb ze 100 z prawdopodbieństwem 0.3 .

```
x<-10; n <-100; p <-0.3;
rbinom(x , n, p)

##  [1] 33 37 28 32 28 32 26 28 29 41
```

2. **Rozkład Hipergeometryczny - Hypergeometrical**
   Rozkład hipergeometryczny to dyskretny rozkład prawdopodobieństwa zwiazany z tzw. schematem urnowym. Zmienna losowa o tym rozkładzie określa liczbe elementów jednego typu wystepujacych w n-elementowej próbie wylosowanej z urny zawierajacej m elementów tego typu wśród N wszystkich elementów.

- **Funckja gestości - dhyper**
  Funkcja zwracaj gestość prawdopodobieństwa.

```
n <- 5# liczba kul bialych
m<-15#liczba kul czarnych
k <-6 # liczba kul wyciagnietych z urn
x <-0:6 #liczba wylosowanych kul bialych
dhyper(x,n,m,k)

## [1] 0.1291279670 0.3873839009 0.3521671827 0.1173890609 0.0135448916
## [6] 0.0003869969 0.0000000000
```

- **Dystrybuanta - phyper**
  Dystrybuanta dla rozkładu hipergeometrycznego.

```
n <- 5# liczba kul bialych
m<-15#liczba kul czarnych
k <-6 # liczba kul wyciagnietych z urn
x <-0:6 #liczba wylosowanych kul bialych
phyper(x,n,m,k)

## [1] 0.1291280 0.5165119 0.8686791 0.9860681 0.9996130 1.0000000 1.0000000
```

- **Funkcja kwantylowa - qhyper**
  Otrzymamy skumulowany rozkład prawdopodobieństwa dla rozkładu hypergeometrycznego

```
x <-seq(0,1, by = 0.1)
n <- 8
m <- 4
k <- 4
qhyper(x,n,m,k)

##  [1] 0 2 2 2 2 3 3 3 3 4 4
```

- **Generator losowy - rhyper**
  Zwraca wektor liczb losowych o rozkładzie hypergeometrycznym.

```
w <- 0:10
n <- 8
m <- 4
k <- 4
rhyper(w,n,m,k)

##  [1] 3 4 3 3 1 2 1 3 3 3 2
```

3. **Chi kwadrat - Chi square**
   Rozkład chi kwadrat (zapisywany także jako χ^2-rozkład zmiennej losowej, która jest suma k kwadratów niezależnych zmiennych losowych o standardowym rozkładzie normalnym. Liczbe naturalna k nazywa sie liczba stopni swobody rozkładu zmiennej losowej.

- **Gestośc rozkładu Chi kwadrat - dchisq**
  Funckja zwraca gestośc prawdopodobieństwa dla danego x.

```
x<- 5; df =3; ncp = 1
dchisq(x, df, ncp)

## [1] 0.09185846
```

- **Dystrybuanta Chi kwadrat - pchisq**
  Zwraca rozkład prawdopodobieństwa.

```
x<-2; df =2; ncp = 0
dchisq(x, df, ncp)

## [1] 0.1839397
```

- **Funkcja kwantylowa Chi kwadrat - qchisq**
  Zwraca odwrotnie skumulowany rozkład dla danego prawdopodobieństwa (w tym przypadku dla p = 0.95)

```
p <- 0.95; df <-7; ncp = 0
qchisq (p, df , ncp  )

## [1] 14.06714
```

- **Generator losowy Chi kwadrat - rchisq**
  Funckja zwraca wektor licz losowych o rozkładzie Chi kwadrat.

```
n <- 10; df <-15; ncp <-0.5
rchisq (n, df , ncp  )

##  [1] 22.14570 14.01424 21.66482 22.78867 10.97893 20.10266 11.82504 27.02176
##  [9] 10.36405 15.77787
```

4. **Rozkład wykładniczy- Exponential**
   Rozkład wykładniczy – rozkład zmiennej losowej opisujacy sytuacje, w której obiekt może przyjmować stany X i Y przy czym obiekt w stanie X może ze stałym prawdopodobieństwem przejść w stan Y w jednostce czasu. Prawdopodobieństwo wyznaczane przez ten rozkład to prawdopodobieństwo przejścia ze stanu X w stan Y w czasie Δt.

- **Gestość rozkładu wykładniczego - dexp**
  Funkcja zwraca gestość prawdopodbieństwa.

```
x <- 2
dexp(x, rate = 1, log = FALSE)

## [1] 0.1353353
```

- **Dystrybuanta rozkładu wykładniczego - pexp**
  Funkcja zwraca rozkład prawdopodbieństwa.

```
x <- 1
pexp(x, rate = 3, log = FALSE)

## [1] 0.9502129
```

- **Funkcja kwantylowa rozkładu wykładniczego - qexp**
  Funkcja zwraca odwrotny skumulowany rozkład prawdopodbieństwa.

```
x <- 0.1
qexp(x, rate = 4, log = FALSE)

## [1] 0.02634013
```

- **Generator losowy rozkładu wykładniczego - rexp**
  Funkcja zwraca wektor licz losowych o rozkładzie wykładniczym.

```
x <- 7
rexp(x, rate =2/3)

## [1] 0.40290005 4.76513400 2.02245512 0.25654331 6.10036981 1.23198599 0.09604226
```

5. **Weibull**
   Rozkład Weibulla – ciagły rozkład prawdopodobieństwa czesto stosowany w analizie przeżycia do modelowania sytuacji, gdy prawdopodobieństwo śmierci/awarii zmienia sie w czasie.

   - **Gestość rozkładu Weibulla - dweibull**
     Funkcja zwraca gestość prawdopodbieństwa.

```
x <- 0.1:1
#x <- c(0, rlnorm(50))
dweibull(x, shape=1, scale = 1, log = FALSE)

## [1] 0.9048374
```

@

   - **Dystrybuanta rozkładu Weibulla - pdweibull**
     Funkcja zwraca rozkład prawdopodbieństwa.

```
x <- 1
pweibull(x, shape = 3, scale = 1)

## [1] 0.6321206
```

   - **Funkcja kwantylowa rozkładu Weibulla - qdweibull**
     Funkcja zwraca odwrotny skumulowany rozkład prawdopodbieństwa.

```
x <- 0.1
qweibull(x, shape = 5, scale = 1)

## [1] 0.6375813
```

   - **Generator losowy rozkładu wykładniczego - rdweibull**
     Funkcja zwraca wektor licz losowych o rozkładzie Weibulla.

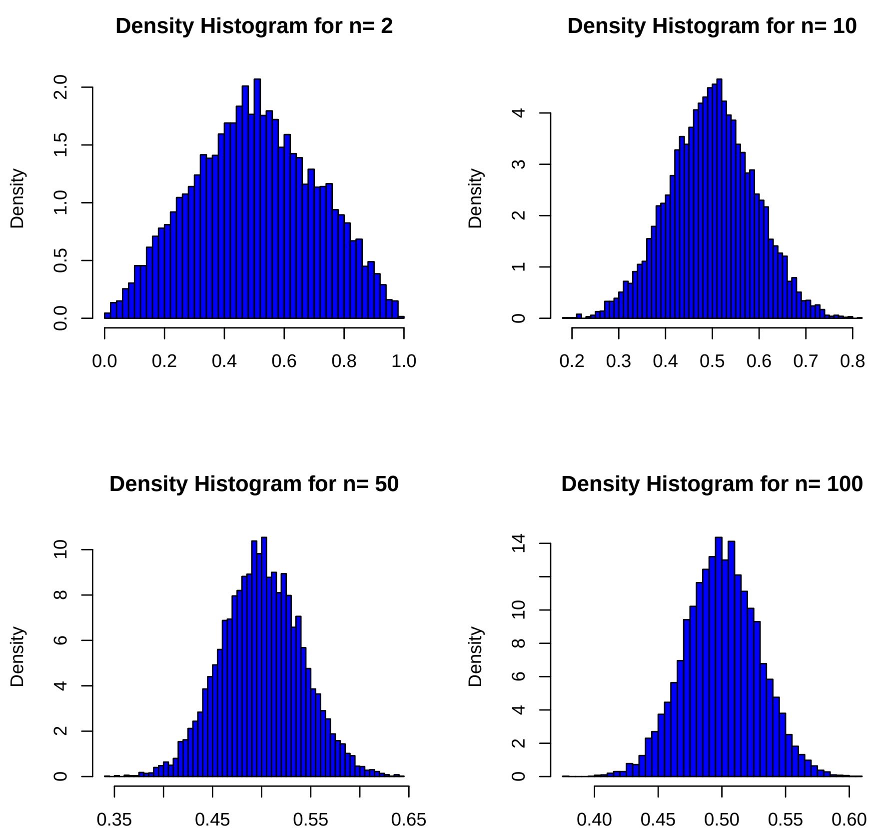
```
x <- 7
rweibull(x, shape = 3, scale = 1)

## [1] 1.1930373 0.8473303 0.7206430 1.1977721 0.5050161 1.0069372 0.6504531
```

2 Badanie rozkładów

```
N=10000 # number of sample values for each random variable
par(mfrow=c(2,2))# creates a 2x2 grid of plots filled by the loop
# n is the number of independent U(0,1) random variables
for(n in c(2,10,50,100)){
  mat=matrix(runif(n*N),nrow=n,ncol=N) # creates an nxN matrix  # sum() #applied to mat col
  S=apply(mat,2,sum)
  Mea = apply(mat,2,mean)
  Zn=(S-n/2)/sqrt(n/12)
  hist(Mea,freq=FALSE,nclass=50,col='blue',ylab='Density', main=paste('Density Histogram for

}
```



Dla **N=10**, dla **N = 50** oraz dla **N = 100**, rozkład wyglada jak rozkład normalny.

Krótka analiza histogramów
Gdy współczynnik skośności jest bliski 0 mamy do czynienia z rozkładem symetrycznym oraz wartość średnia = moda = madiana.
Gdy współczynnik skośności jest wiekszy od zera zachodzi skośnosc prawostronna oraz moda ¡ mediana ¡ wartośc średnia.
Gdy współczynnik skośności jest mniejszy od zera zachodzi skośnosc lewostornna oraz moda ¿ mediana ¿ wartośc średnia.

Miara skośności rozkładu jest kurtoza.
Dla N = 2 histogram jest słaszczony wtedy kurtoza jest mniejsza od zera, nastomiast dla pozostałych kurtoza równa sie zero, a wiec sa to rozkłady normalne.