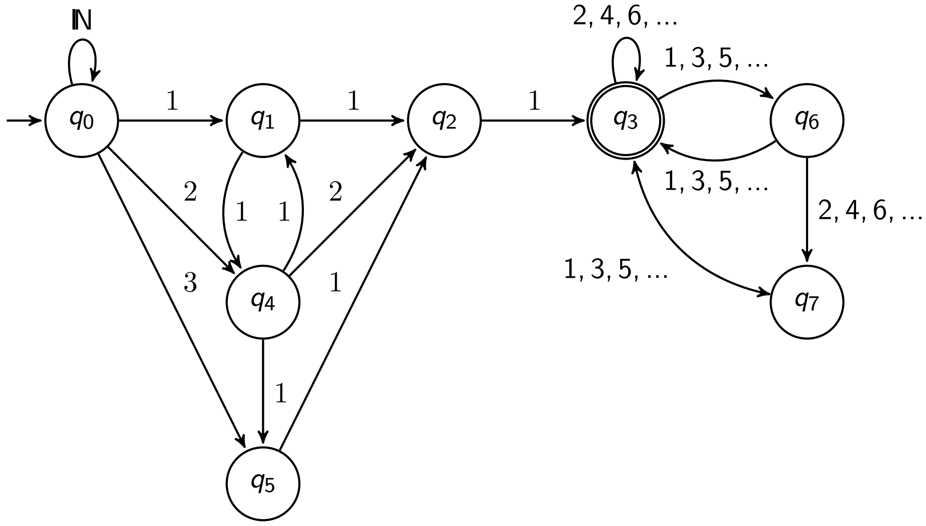
Peter Leupold

WS 2014/15
Institut für Informatik
Universität Leipzig

Übung Automatentheorie, Aufgabenblatt 5

Abgabe bis: Dienstag, 18. November 2014, 10.^{15}Uhr

H 5-1: Konstruieren Sie den minimalen Automaten zu der Sprache, die von dem folgendem $(\mathbb{N}, +)$-Automaten akzeptiert wird:



Beachten Sie, dass die obligatorischen Schleifen für 0 an jedem Zustand sowie die Transition $(q_1, 2, q_5)$ (ändert die erkannte Sprache nicht, wäre aber nach Definition verpflichtend vorhanden) der Übersichtlichkeit halber weggelassen sind.

H 5-2: Sei M ein Monoid. Zeigen Sie, dass für L, L_1 und L_2 aus $Rec(M)$ auch die Sprachen $L_1 \cap L_2$, $L_1 \cup L_2$ und L^c in $Rec(M)$ liegen! Verwenden Sie Automatenkonstruktionen, die eine alternative Beweismethode zu der von Korollar 2.15 im Vorlesungsskript darstellen!

H 5-3: Eine rationale Sprache heißt *sternfrei*, wenn Sie durch einen rationalen Ausdruck beschrieben wird, der den Kleene-Stern nicht verwendet, dafür aber das Komplement benutzen kann. Geben Sie sternfreie Ausdrücke für folgende Sprachen über dem Alphabet $\{a, b, c\}$ an:

(a) a^+c^+,

(b) $(abc)^*$,

(c) $\{w : w$ enthält höchstens 3 $a\}$,

(d) $\{w : w$ hat aba genau zweimal als Teilwort$\}$.

Die Antworten zu folgenden Fragen müssen nicht schriftlich abgegeben werden, sollten jedoch mündlich vorbereitet werden:

S 5-1: Sei M das syntaktische Monoid der Sprache $\{a^n b^n \mid n \geq 1\}$ über dem Alphabet $\{a, b\}$. Beweisen Sie, dass die Sprachen $[a]$ und $[b]$ in M erkennbar sind, deren Produkt jedoch nicht!

S 5-2: Wir betrachten die Sprache $L = \{(a^n b^n, c^n) : n = 0, 1, ...\}$ über dem Monoid $\{a, b\}^* \times c^*$ mit komponentenweiser Konkatenation. Stellen Sie diese Sprache als den Durchschnitt rationaler Sprachen dar!

Beweisen Sie, dass das Komplement von L rational ist, L selbst jedoch nicht rational! Dies zeigt, dass die Aussage über erkennbare Sprachen aus Aufgabe H 5-2 nicht für rationale Sprachen gilt.

Die Korrektheit sämtlicher Antworten muss bewiesen werden.