

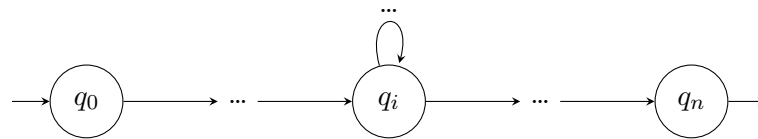
# 1 Übung 03

## 1.1 H 3-1

Sei  $\mathcal{A}$  ein endlicher Automat mit  $n$  Zuständen und das Wort  $w \in L(\mathcal{A})$  mit  $|w| \geq n$ , dann existiert ein erfolgreicher Run  $u = q_0 \rightarrow q_1 \rightarrow \dots \rightarrow q_n$  mit  $|u| = n + 1$ .

Da  $|Q_{\mathcal{A}}| = n$  ist, muss innerhalb des Runs  $u$  ein Zustand  $q_i$  mehrfach vorkommen. Die wiederholten Transitionen  $q_i \rightarrow \dots \rightarrow q_i$  aus  $u$  entsprechen dem Teilwort  $y$  der Dekomposition  $w = xy^kz$ .

Somit akzeptiert der Automat  $\mathcal{A}$  jedes Wort der Form  $w = xy^kz$  für alle  $k \geq 0$ .



Schema für  $\mathcal{A}$

## 1.2 H 3-2

Sei  $L = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$  eine von einem endlichen Automaten erkennbare Sprache, dann existiert ein Automat  $\mathcal{A}$  mit  $L = L(\mathcal{A})$ . Für Wörter  $w \in L(\mathcal{A})$  mit  $|w| \geq m, m = |Q_{\mathcal{A}}|$  existiert eine Dekomposition  $w = xyz$  mit  $y \neq \varepsilon$  und  $xy^kz \in L(\mathcal{A}), k \geq 0$  nach Lemma 1.11.

Für  $n = 1$  ist  $w = ab$  und die möglichen Dekompositionen  $w = xaz$  oder  $w = xbz$ . Dann muss  $w = xy^kz \in L(\mathcal{A})$  sein, für  $k \geq 0$  und  $y = a$  oder  $y = b$ . Dies ist aber nicht der Fall, da entweder die Anzahl an  $a$  oder  $b$  für jedes  $k \neq 1$  verschieden ist und somit  $m \notin L$ .  $\nexists$

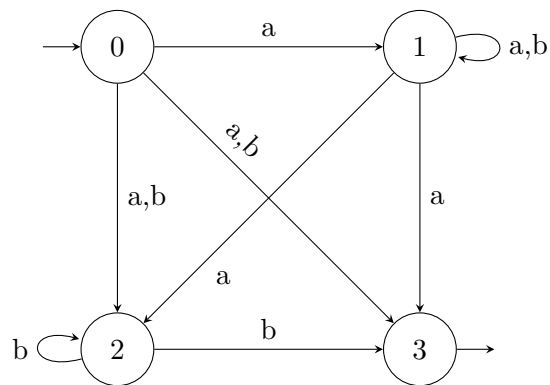
## 1.3 H 3-3

a)  $L(\mathcal{A}) = \varepsilon \cup ab^* \cup bb^* \cup a\{a, b\}^*ab^*$

b) Schritte zur Erstellung des normalisierten Automaten, nach Lemma 1.6, für die Sprache  $L$

- Konstruktion des Initialzustandsnormalisierten Automaten  $\mathcal{A}_i$
- Finalzustandsnormalisierung auf  $\mathcal{A}_i$

- Einfügen der Transition für die Symbole  $a, b$  von Initial- zu Finalzustand um Wörter der Länge 1 zu akzeptieren



Automat zu b)