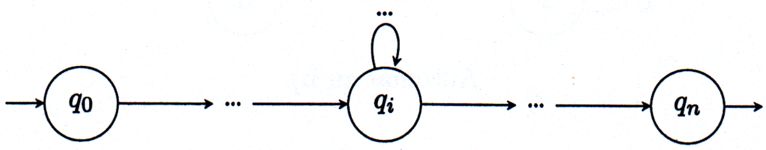
1 Übung 03

23

1.1 H 3-1

10

Sei $\mathcal{A}$ ein endlicher Automat mit n Zuständen und das Wort $w \in L(\mathcal{A})$ mit $|w| \geq n$, dann existiert ein erfolgreicher Run $u = q_0 \to q_1 \to \ldots \to q_n$ mit $|u| = n + 1$.
Da $|Q_{\mathcal{A}}| = n$ ist, muss innerhalb des Runs u ein Zustand q_i mehrfach vorkommen. Die wiederholgen Transitionen $q_i \to \ldots \to q_i$ aus u entsprechen dem Teilwort y der Dekomposition $w = xy^k z$.
Somit akzeptiert der Automat $\mathcal{A}$ jedes Wort der Form $w = xy^k z$ für alle $k \geq 0$.



Schema für $\mathcal{A}$

1.2 H 3-2

5

Sei $L = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ eine von einem endlichen Automaten erkennbare Sprache, dann exisitiert ein Automat $\mathcal{A}$ mit $L = L(\mathcal{A})$. Für Wörter $w \in L(\mathcal{A})$ mit $|w| \geq m, m = |Q_{\mathcal{A}}|$ existiert eine Dekomposition $w = xyz$ mit $y \neq \varepsilon$ und $xy^k z \in L(\mathcal{A}), k \geq 0$ nach Lemma 1.11.
Für $n = 1$ ist $w = ab$ und die möglichen Dekompositionen $w = xaz$ oder $w = xbz$. Dann muss $w = xy^k z \in L(\mathcal{A})$ sein, für $k \geq 0$ und $y = a$ oder $y = b$. Dies ist aber nicht der Fall, da entweder die Anzahl an a oder b für jedes $k \neq 1$ verschieden ist und somit $m \notin L$. ↯

a, y = ab

Wir wissen nicht wie groß der Automat ist, müssen also für beliebige n argumentieren.

1.3 H 3-3

18

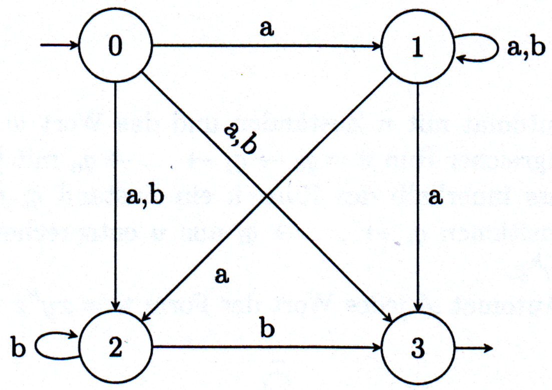
a) $L(\mathcal{A}) = \varepsilon \cup ab^* \cup bb^* \cup a\{a,b\}^* ab^*$ Beweis?

b) Schritte zur Erstellung des normalisierten Automaten, nach Lemma 1.6, für die Sprache L

   – Konstruktion des Initialzustandsnormalisierten Automaten $\mathcal{A}_i$

   – Finalzustandsnormalisierung auf $\mathcal{A}_i$

– Einfügen der Transition für die Symbole a, b von Initial- zu Finalzustand um Wörter der Länge 1 zu akzeptieren



Automat zu b)