

1 Übung 09

1.1 H 9-1

Beweisen Sie das folgende Strukturen Semiringe sind!

(a) $(\mathcal{P}(\Sigma^*), \cup, \cdot, \emptyset, \{\varepsilon\})$

(b) $(\mathbb{R} \cup \{\infty\}, \oplus, +, \infty, 0)$ mit $a \oplus b = -\log(e^{-a} + e^{-b})$

1.1.1 Eigenschaften eines Semiringes

1. Addition ist assoziativ
2. Addition ist kommutativ
3. Einselement für Addition
4. Links- und Rechtsdistributiv für Addition und Multiplikation
5. Multiplikation ist assoziativ

1.2 H 9-2

Geben Sie sternfreie rationale Ausdrücke für die Sprachen an, die durch folgende First-Order Sätze beschrieben sind!

$$\Sigma = \{a, b, c\}$$

(a) $\forall x \forall y \left[(P_b(x) \wedge (x < y) \wedge P_b(y)) \rightarrow (\forall z (x < y < z \rightarrow \neg P_c(z))) \right]$

(b) $\forall x \exists y (P_a(x) \rightarrow y = x + 1 \wedge P_a(y))$

(c) $\forall x \forall y [y = x + 1 \rightarrow (P_a(x) \leftrightarrow P_b(y))]$

1.3 H 9-3

Bestimmen Sie die Verhalten des folgenden gewichteten Automaten über dem Semiring der rationalen Zahlen. Geben Sie einen exakten Nachweis des bestimmten Verhaltens an!