1 Übung 08

1.1 H 8-1

Konstruieren eines MSO-Satzes nach Theorem 4.4 für den gegebenen Automaten.

$$
\begin{aligned}
L = \exists Y_0, Y_1, Y_2 : \bigwedge_{i+j} & \neg\exists y : (y \in Y_i \wedge y \in Y_j) \\
& \wedge \forall x \forall y : y = x+1 \rightarrow \Big((x \in Y_0 \wedge P_a(y) \wedge y \in Y_1) \\
& \qquad \wedge (x \in Y_0 \wedge P_b(y) \wedge y \in Y_1) \\
& \qquad \wedge (x \in Y_1 \wedge P_a(y) \wedge y \in Y_0) \\
& \qquad \wedge (x \in Y_1 \wedge P_b(y) \wedge y \in Y_2) \Big) \\
& \wedge \exists x \forall y : \Big(x \leq y \wedge \big(P_a(x) \wedge x \in Y_1\big) \vee \big(P_b(x) \wedge x \in Y_1\big) \Big) \\
& \wedge \exists z \forall y : (\ y \leq z \wedge z \in Y_2\ )
\end{aligned}
$$

Basierend auf dem Beweis für Wörter gerader Länge, da alle Wörter aus L auch gerade Länge haben und zusätzlich noch ein b an letzter Position.

$$
\begin{aligned}
\exists X \exists Y : X \cup Y = \varnothing \wedge \forall z \big(z \in X \vee z \in Y \big) \\
\wedge \exists u \exists v \Big((u \in X) \wedge (v \in Y) \wedge \forall z : u \leq z \leq v \\
\wedge P_b(v) \wedge \big(\forall y \in Y : y \neq v \rightarrow P_a(y) \big) \Big) \\
\wedge \forall x \forall y : \big(y = x+1 \big) \rightarrow \big(x \in X \leftrightarrow y \in Y \big)
\end{aligned}
$$

1.2 H 8-2

$\psi : \big[A \rightarrow [B \rightarrow C] \big] \longrightarrow \big[(A \times B) \rightarrow C \big]$

$f \mapsto \overline{f} : A \times B \rightarrow C, \quad \overline{f}(a,b) \coloneqq f(a)(b)$

Zeigen Sie das ψ bijektiv ist!

1.3 H 8-3

Für wieviele Wörter $v \in \left(A_{\mathcal{V}}\right)^5$ *gibt es eine Belegung* σ *so dass* v *zu* $(acacb, \sigma)$ *korrespondiert?*

$$
\begin{aligned}
A &= \left\{a, b, c\right\} \\
\mathcal{V} &= \left\{x, y, X\right\} \\
x, y \in V_{xy} &= \left\{ \begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\\0\end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\\1\end{pmatrix} \right\} \\
X &\in \mathcal{P}(X), \quad \operatorname{card}(\mathcal{P}(X)) = 2^{\operatorname{card}(X)}
\end{aligned}
$$

Deshalb gibt es für $\operatorname{card}(V_{xy})^2 * \operatorname{card}(\mathcal{P}(X)) = 5^2 * 2^5 = 800$ Wörter v eine zu (acacb, σ) korrespondierende Belegung.