Peter Leupold

WS 2014/15
Institut für Informatik
Universität Leipzig

Übung Automatentheorie, Aufgabenblatt 7

Abgabe bis: Mittwoch, 10. Dezember 2014, 13.^{15}Uhr

H 7-1: Geben Sie MSO-Formeln für die folgenden Sprachen über dem Alphabet $\{a, b\}$ an:

(a) $\{a, b\}^+$.

(b) $\{w : bba$ ist Faktor von $w\}$.

(c) $\{w : |w|$ ist ein Vielfaches von 3 größer als Null $\}$.

(d) $\{w :$ Zwischen zwei Vorkommen von bb kommt stets mindestens ein a vor$\}$.
— Anmerkung: bbb zählt als zwei Vorkommen von bb, kann also in Wörtern der Sprache nicht vorkommen.

H 7-2: Geben Sie rationale Ausdrücke für die folgenden Sprachen über dem Alphabet $\{a, b\}$ an:

(a) $L(\forall x \forall y[(P_a(x) \ \wedge \ x = y + 1) \rightarrow P_b(y)])$.

(b) $L(\exists x \exists y[\forall z(z \neq y \rightarrow z \leq y) \ \wedge \ P_b(x) \ \wedge \ P_b(y) \ \wedge \ x = y + 1])$.

(c) $L(\forall X \exists y[y \in X \ \wedge \ P_a(y)])$.

(d) $L((\exists x(\neg \exists y[x < y \ \wedge \ P_a(x)])) \vee (\exists y(\neg \exists x[x < y \ \wedge \ P_a(y)])))$.

H 7-3: Geben Sie Sätze erster Ordnung an für die Sprachen, die von folgenden MSO-Sätzen beschrieben werden:

(a) $\forall X \forall x \forall y \forall z[(x \in X \wedge y \in X \wedge z \in X \wedge x \neq y \wedge x \neq z \wedge z \neq y) \rightarrow (P_a(x) \vee P_a(y) \vee P_a(z))]$.

(b) $\exists X \exists Y \forall x \forall y[(x \in X \wedge y \in Y) \rightarrow (x \leq y \wedge P_b(x) \wedge P_a(y))]$.

(c) $\forall X \forall x[(x \in X \rightarrow P_a(x)) \ \rightarrow \exists y(P_b(y) \ \wedge \ \forall z(z \in X \rightarrow P_b(z))]$.

Die Antworten zu folgenden Fragen müssen nicht schriftlich abgegeben werden, sollten jedoch mündlich vorbereitet werden:

S 7-1: Sei φ ein MSO-Satz. Geben Sie einen MSO-Satz für $L(\varphi)^*$ an!

S 7-2: Seien φ_1 und φ_2 zwei Sätze erster Ordnung. Definieren Sie die Sprache $L(\varphi_1) \cdot L(\varphi_2)$ durch einen Satz erster Ordnung!

Die Korrektheit sämtlicher Antworten muss bewiesen werden.