

Príklad 1. T-vyp, $f(a, b) = a + b$

Zadanie:

- Dokážte, že funkcia $f(a, b) = a + b$ je T-vypočítateľná.

Riešenie:

Neformálne

- z x_1 okopírovať každú 1 za $\$$
- z x_2 okopírovať každú 1 za $\$$

Formálne

$$\text{copy } a \left\{ \begin{array}{l} \delta(q_0, 1) = (q_1, \underline{1}, R) \\ \delta(q_1, x) = (q_1, x, R) \\ \delta(q_1, B) = (q_2, 1, L) \\ \delta(q_2, x) = (q_2, x, L) \\ \delta(q_2, \underline{1}) = (q_0, \underline{1}, R) \end{array} \right. \quad x \in \{1, \mathcal{C}, \$\}$$

musím prejsť do q_3 a nie q_0 , lebo by spracoval nekonečný cyklus - nekonečné množstvo úsekov $11\dots 1\mathcal{C}11\dots 1\mathcal{C}11\dots 1\mathcal{C}$

$$\begin{array}{l} \delta(q_0, \mathcal{C}) = (q_3, \mathcal{C}, R) \\ \text{copy } b \left\{ \begin{array}{l} \delta(q_3, 1) = (q_4, \underline{1}, R) \\ \delta(q_4, y) = (q_4, y, R) \\ \delta(q_4, B) = (q_5, 1, L) \\ \delta(q_5, y) = (q_5, y, L) \\ \delta(q_5, \underline{1}) = (q_3, \underline{1}, R) \end{array} \right. \quad y \in \{1, \$\} \\ \delta(q_3, \$) = (q_6, \$, R) \quad F \in \{q_6\} \end{array}$$

Príklad 2. T-vyp, $f(a, b) = \lfloor \frac{a}{2} \rfloor + 2b$

Zadanie:

- Dokážte, že funkcia $f(a, b) = \lfloor \frac{a}{2} \rfloor + 2b$ je T-vypočítateľná.

Riešenie:

Neformálne

- od q_0 : z a okopírovať každú druhú 1 za $\$$
- od q_4 : z a okopírovať dvojnásobné množstvo 1 za $\$$

Formálne

obslúžim a

$\delta(q_0, 1) = (q_1, \underline{1}, R)$ v q_0 príde \mathcal{C} - skončím cyklus 1

$\delta(q_1, 1) = (q_2, \underline{1}, R)$ v q_1 príde \mathcal{C} - skončím cyklus 1

$\delta(q_2, x) = (q_2, x, R)$ $x \in \{1, \$, \mathcal{C}\}$

$\delta(q_2, B) = (q_3, 1, L)$

$\delta(q_3, x) = (q_3, x, L)$

$\delta(q_3, \underline{1}) = (q_0, \underline{1}, R)$ cyklus 1

$\delta(q_0, \mathcal{C}) = (q_4, \mathcal{C}, R)$ párny počet 1 v a

$\delta(q_1, \mathcal{C}) = (q_4, \mathcal{C}, R)$ nepárny počet 1 v a

obslúžim b

$\delta(q_4, 1) = (q_5, \underline{1}, R)$ v q_4 príde $\$$ - skončím cyklus2

$\delta(q_5, y) = (q_5, y, R)$ $y \in \{1, \$\}$

$\delta(q_5, B) = (q_6, 1, R)$

$\delta(q_6, B) = (q_7, 1, L)$

$\delta(q_7, y) = (q_7, y, L)$

$\delta(q_7, \underline{1}) = (q_4, \underline{1}, R)$ cyklus 2

$\delta(q_4, \$) = (q_8, \$, R)$ akceptujem, $F \in \{q_8\}$

Príklad 3. T-vyp, $f(a, b) = a * b$

Zadanie:

- Dokážte, že funkcia $f(a, b) = a * b$ je T-vypočítateľná.

Riešenie:

Neformálne

- za jednu 1 z a okopírujeme b jednotiek za $\$$

Príklad 4. T-vyp, $f(n) = \binom{n}{2}$

Zadanie:

- Dokážte, že funkcia $f(n) = \binom{n}{2}$ je T-vypočítateľná.

Riešenie:

Neformálne

- $f(n) = \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$ je vždy párne číslo
- potrebujem sa jednej jednotky zbaviť - $1 \rightarrow B$
- označím 1 vrátim sa na B vľavo a 1 mením na 1
- som na B a mám podčiarknutých k jednotiek
- cestou vpravo podčiarknem 1 a prepíšem za $\$$
- označím 1 na 1, ostatné označím 1 a prekopírujem za $\$$
- keď sa zastaví kopírovanie na $\$$ vraciam sa vľavo a tie čo sú 1 odznačujem na 1
- keď sa zastavím na 1 zmením smer vpravo a cyklím...
- ukončím, keď na začiatku cyklu nenarazím na $\$$

Formálne

$$\delta(q_0, 1) = (q_1, \underline{1}, 1)$$

$$\delta(q_1, 1) = (q_2, \underline{1}, 1)$$

$$\delta(q_2, x) = (q_2, x, 1) \quad x \in \{1, \$\}$$

$$\delta(q_2, B) = (q_3, 1, -1)$$

$$\delta(q_3, x) = (q_3, x, -1)$$

$$\delta(q_3, \underline{1}) = (q_1, \underline{1}, 1)$$

$$\delta(q_1, \$) = (q_4, \$, -1)$$

$$\delta(q_4, \underline{1}) = (q_4, 1, -1)$$

$$\delta(q_4, \underline{1}) = (q_0, \underline{1}, 1)$$

$$\delta(q_0, \$) = (q_f, \$, 1) \quad F \in \{q_f\}$$

Príklad 5. T-vyp, $\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$

Zadanie:

- Dokážte, že funkcia $f(n) = \lfloor \log_2 n \rfloor + 1$ je T-vypočítateľná.

Riešenie:

Neformálne

- nápad: delím vstup na polovice, koľkokrát sa mi to podarí - toľko dám za $\$$ 1 a nakoniec prekopírujem 1 (+1)
- delenie vstupu na polovice: podčiarkujem každú druhú 1 a za $\$$ napíšem 1
- začnem prvou a podčiarknem každú druhú ...

Formálne

$$\delta(q_0, 1) = (q_1, \underline{1}, 1)$$

$$\delta(q_1, \underline{1}) = (q_1, \underline{1}, 1)$$

$$\delta(q_1, 1) = (q_2, 1, 1)$$

$$\delta(q_0, \underline{1}) = (q_0, \underline{1}, 1)$$

$$\delta(q_2, \underline{1}) = (q_2, \underline{1}, 1)$$

$$\delta(q_2, 1) = (q_1, \underline{1}, 1) \quad \text{po } \$$$

$$\delta(q_1, \$) = (q_3, \$, 1)$$

$$\delta(q_2, \$) = (q_3, \$, 1) \quad \text{prejdem } \$$$

$$\delta(q_3, 1) = (q_3, 1, 1)$$

$$\delta(q_3, B) = (q_4, 1, -1) \quad \text{zapíšem 1 na koniec}$$

$$\delta(q_4, x) = (q_4, x, -1) \quad x \in \{1, \$, \underline{1}\}$$

$$\delta(q_4, B) = (q_0, B, 1)$$

$$\delta(q_0, \$) = (q_f, \$, 1) \quad F \in \{q_f\}$$