



Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Πολυτεχνική σχολή

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

ΑΝΑΦΟΡΑ:

Ημερομηνία 5/2/2025

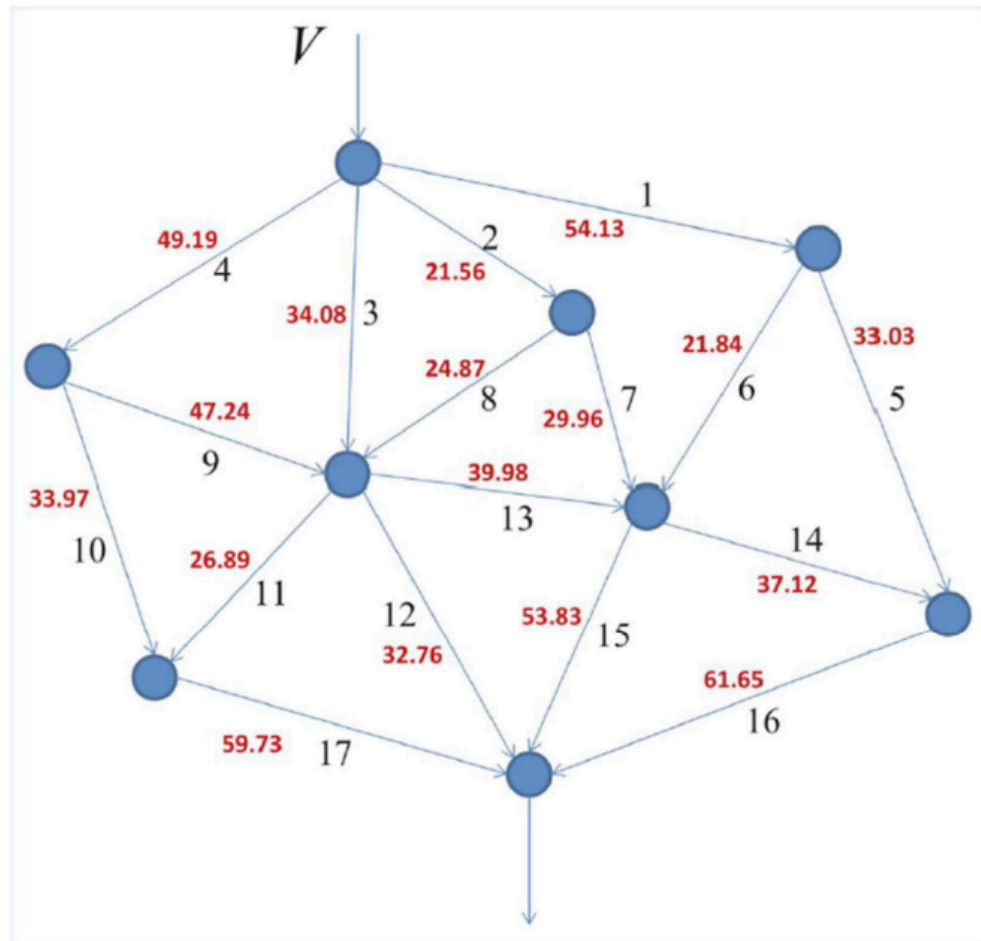
Λιαροπούλου Κλεοπάτρα (ΑΕΜ : 10066, Email : liaropou@ece.auth.gr)

Γενετικοί Αλγόριθμοι:

Οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι τεχνικές που χρησιμοποιούνται για την επίλυση προβλημάτων με πολλές παραμέτρους, όπου οι κλασικές μέθοδοι δεν είναι αποδοτικές. Βασίζονται στην ιδέα της φυσικής επιλογής του Δαρβίνου, όπου οι καλύτεροι οργανισμοί επιβιώνουν και μεταβιβάζουν τα χαρακτηριστικά τους στους απογόνους τους. Στον αλγόριθμο, δημιουργείται αρχικά ένας πληθυσμός πιθανών λύσεων, που αναπαριστώνται μέσω "χρωμοσωμάτων" (διανυσμάτων). Αυτές οι λύσεις επιλέγονται, διασταυρώνονται και μεταλλάσσονται για να βελτιώσουν τη λύση με βάση τη συνάρτηση καταλληλότητας (fitness). Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να βρεθεί μια λύση με την απαιτούμενη ακρίβεια.

Προσαρμογή στο πρόβλημα:

Σκόπος του προβλήματος είναι η εύρεση του βέλτιστου χρόνου διασχίσης του δικτύου για συγκεκριμένο αρχικά όγκο αυτοκινήτων. Το οδικό δίκτυο περιγράφεται στην παρακάτω εικόνα:



Σχήμα 1. Το οδικό δίκτυο.

Θέμα 1: Διατύπωση προβλήματος

Αρχικά βασικοί είναι οι περιορισμοί που αφορούν το ζητούμενο της αποφυγής συγκέντρωσης οχημάτων στους κόμβους του δικτύου. Αυτό επιτυγχάνεται όταν όσα οχήματα εισέρχονται σε κάθε κόμβο τόσα εξέρχονται. Συνεπώς, αν θεωρηθεί ότι για τον αρχικό κόμβο η εισερχόμενη ροή είναι V και η εξερχόμενη είναι ο ρυθμός διέλευσης αυτοκινήτων για όλες τις ακμές που εξέρχονται του κόμβου ισχύει:

$$h_1(x) = V - x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 0$$

Αντιστοίχως, προκύπτουν όλοι οι περιορισμοί h :

$$h_1(x) = V - x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 0$$

$$h_2(x) = x_4 - x_9 - x_{10} = 0$$

$$h_3(x) = x_2 - x_7 - x_8 = 0$$

$$h_4(x) = x_1 - x_5 - x_6 = 0$$

$$h_5(x) = x_3 + x_9 + x_8 - x_{11} - x_{12} - x_{13} = 0$$

$$h_6(x) = x_6 + x_7 + x_{13} - x_{14} - x_{15} = 0$$

$$h_7(x) = x_{10} + x_{11} - x_{17} = 0$$

$$h_8(x) = x_5 + x_{14} - x_{16} = 0$$

$$h_9(x) = x_{12} + x_{15} + x_{16} + x_{17} - V = 0$$

Όλοι οι παραπάνω περιορισμοί ικανοποιούνται στον κώδικα μέσω του πίνακα A .

Επιπλέον, κάθε ακμή έχει μέγιστο ρυθμό διέλευσης που μπορεί να δεχτεί ο οποίος είναι τα κόκκινα νούμερα του σχήματος 1. Συνεπώς κάποιοι επιπλέον περιορισμοί είναι της μορφής:

$$0 \leq x_i \leq c_i$$

Αυτοί ικανοποιούνται στον κώδικα μέσω των πινάκων $lower$, $upper$ καθώς έχουν διαφορετικές τιμές για κάθε x_i .

Η αντικειμενική συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση είναι η εξής: $f(x) = \sum x_i T_i(x_i) / V$

και τα T_i προκύπτουν ως εξής:

$$T_i(x_i) = t_i + a_i \frac{x_i}{1 - \frac{x_i}{c_i}} [min].$$

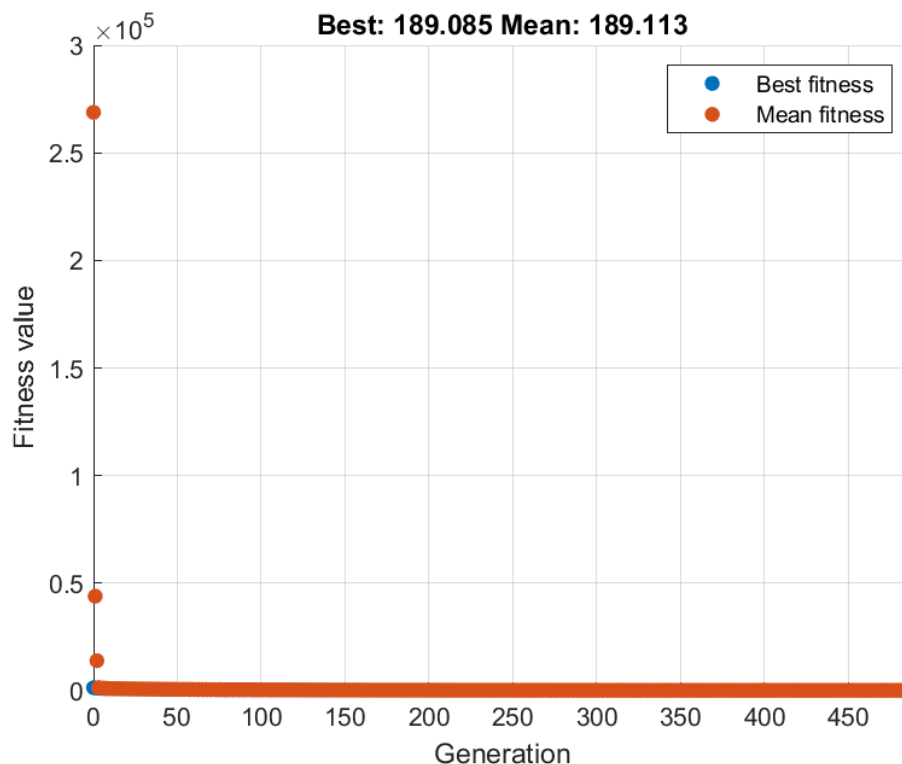
Τέλος, γνωρίζουμε ότι για το πρώτο μέρος ο όγκος είναι σταθερός και ίσος με 100 καθώς και για τα α ισχύει:

$$\alpha_i = 1.25, i = 1, \dots, 5, \quad \alpha_i = 1.5, i = 6, \dots, 10, \quad \alpha_i = 1, i = 11, \dots, 17$$

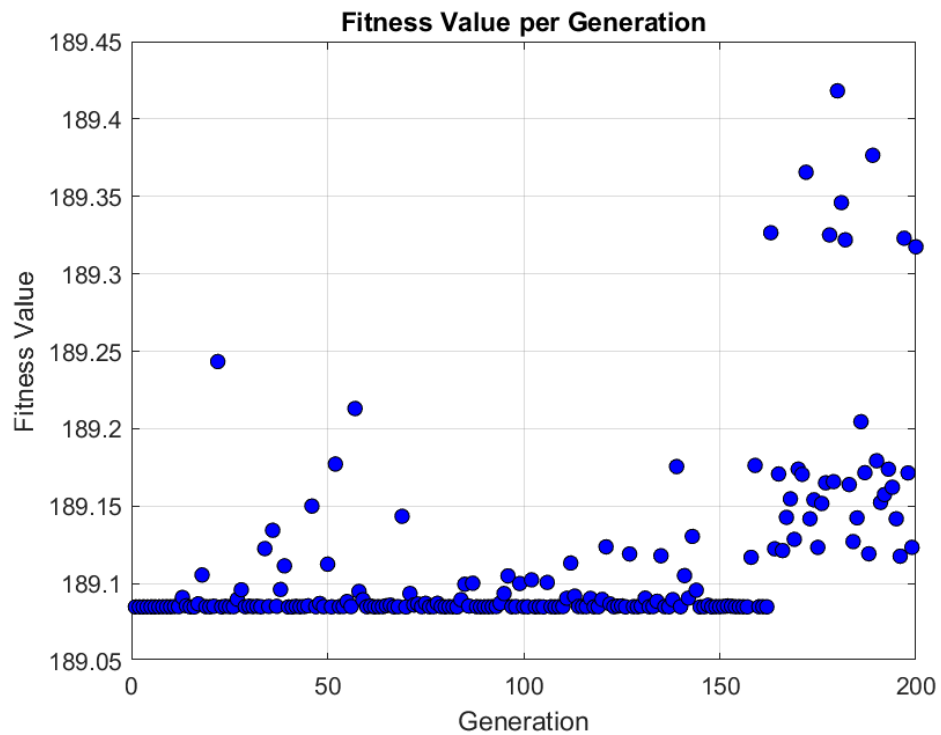
Θέμα 2: Λύση Προβλήματος με γενετικό αλγόριθμο

Εντός του αρχείου const_V.m περιγράφεται η αντικειμενική συνάρτηση καθώς και για γενετικό αλγόριθμο χρησιμοποιείται η συνάρτηση ga της MATLAB που χρησιμοποιείται για την επίλυση βελτιστοποιητικών προβλημάτων μέσω γενετικών αλγορίθμων. Όπως αναφέρθηκε και νωρίτερα οι περιορισμοί ή ικανοποιούνται μέσω της πράξης $A \cdot x = b$ καθώς και οι περιορισμοί μέγιστου ρυθμού διέλευσης από τους πίνακες upper και lower.

Τα αποτελέσματα του αλγορίθμου είναι τα εξής:



Λόγω κάποιων δυσανάλογα μεγάλων αρχικών τιμών απεικονίζονται τα ίδια δεδομένα για λογαριθμική όμως κλίμακα του κατακόρυφου άξονα παρακάτω:



Τα αποτελέσματα που προέκυψαν για τον βέλτιστο χρόνο καθώς και τον αριθμό γενεών είναι τα εξής:

Βέλτιστος χρόνος: 189 min

Αριθμός γενεών: 488

Επίσης παρουσιάζονται οι τιμές του βέλτιστου χρωμοσώματος παρακάτω:

Genetic Algorithm Results

Best Fitness: 189.085

Mean Fitness: 189.113

$x_1 = 30.825$
 $x_2 = 15.983$
 $x_3 = 23.556$
 $x_4 = 29.636$
 $x_5 = 18.425$
 $x_6 = 12.400$
 $x_7 = 10.738$
 $x_8 = 5.244$
 $x_9 = 13.843$
 $x_{10} = 15.793$
 $x_{11} = 11.232$
 $x_{12} = 20.321$
 $x_{13} = 11.090$
 $x_{14} = 7.836$
 $x_{15} = 26.392$
 $x_{16} = 26.262$
 $x_{17} = 27.025$

Θέμα 3: Μεταβλητός όγκος

Ο ρυθμός εισερχομένων οχημάτων V μεταβάλλεται μέχρι $\pm 15\%$ της αρχικής του τιμής. Συνεπώς το ίδιο πρόβλημα λύνεται για ένα εύρος τιμών $V \in [85, 115]$. Το πρόβλημα και οι περιορισμοί του παραμένουν οι ίδιοι. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στους παρακάτω πίνακες:

Genetic Algorithm Results for $V = 85$ to $V = 100$

$V = 85.00$	Generations = 406	Best Fitness = 137.247
$V = 86.00$	Generations = 419	Best Fitness = 140.131
$V = 87.00$	Generations = 454	Best Fitness = 143.084
$V = 88.00$	Generations = 383	Best Fitness = 146.111
$V = 89.00$	Generations = 498	Best Fitness = 149.215
$V = 90.00$	Generations = 451	Best Fitness = 152.383
$V = 91.00$	Generations = 469	Best Fitness = 155.639
$V = 92.00$	Generations = 422	Best Fitness = 158.974
$V = 93.00$	Generations = 564	Best Fitness = 162.399
$V = 94.00$	Generations = 517	Best Fitness = 165.909
$V = 95.00$	Generations = 517	Best Fitness = 169.514
$V = 96.00$	Generations = 513	Best Fitness = 173.216
$V = 97.00$	Generations = 462	Best Fitness = 177.020
$V = 98.00$	Generations = 464	Best Fitness = 180.933
$V = 99.00$	Generations = 516	Best Fitness = 184.949
$V = 100.00$	Generations = 482	Best Fitness = 189.085

Genetic Algorithm Results for $V = 101$ to $V = 115$

$V = 101.00$	Generations = 428	Best Fitness = 193.341
$V = 102.00$	Generations = 488	Best Fitness = 197.725
$V = 103.00$	Generations = 456	Best Fitness = 202.241
$V = 104.00$	Generations = 474	Best Fitness = 206.897
$V = 105.00$	Generations = 458	Best Fitness = 211.699
$V = 106.00$	Generations = 449	Best Fitness = 216.658
$V = 107.00$	Generations = 450	Best Fitness = 221.775
$V = 108.00$	Generations = 492	Best Fitness = 227.069
$V = 109.00$	Generations = 501	Best Fitness = 232.533
$V = 110.00$	Generations = 458	Best Fitness = 238.193
$V = 111.00$	Generations = 446	Best Fitness = 244.052
$V = 112.00$	Generations = 504	Best Fitness = 250.129
$V = 113.00$	Generations = 499	Best Fitness = 256.428
$V = 114.00$	Generations = 598	Best Fitness = 262.968
$V = 115.00$	Generations = 660	Best Fitness = 269.777

Συμπέρασμα - Παρατηρήσεις:

Το παρακάτω γράφημα παρουσιάζει για τις διάφορες τιμές του V την αντίστοιχη τιμή της fitness. Παρατηρούμε, όπως άλλωστε και στους παραπάνω πίνακες, ότι με την αύξηση του V δηλαδή τον ρυθμό των εισερχομένων οχημάτων αυξάνεται και ο συνολικός χρόνος διάσχισης του οδικού δικτύου. Μάλιστα, στη γραφική παράσταση παρατηρούμε μία ελάχιστη εκθετική αυξητική τάση αν και κυρίως αυξάνεται γραμμικά με το V . Εφόσον οι περιορισμοί παραμένουν σταθεροί και κυρίως οι περιορισμοί των $x_i \leq c_i$ αυτό σημαίνει ότι δεν βελτιώνεται η ικανότητα του δικτύου να “φιλοξενεί” μεγαλύτερη ροή αυτοκινήτων. Άρα, παρουσιάζεται μια μορφή συσσώρευσης των οχημάτων και αυξάνεται ο χρόνος που απαιτείται για να διασχίσει το δίκτυο που μεταφράζεται όπως η παρακάτω αύξουσα καμπύλη.

