Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики
УЧЕБНЫЙ ЦЕНТР ОБЩЕЙ ФИЗИКИ ФТФ

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Группа: K3120
Студент: Скворцов И.В.
Преподаватель: Попов А. С.

К работе допущен:
Работа выполнена:
Отчет принят:

Рабочий протокол и отчёт по лабораторной работе №1.01

Исследование распределения случайной величины

1. Цель работы.

1. Провести многократные измерения определенного интервала времени.
2. Проверить зависимость момента инерции от положения масс относительно оси вращения.

2. Задачи.

1. Провести многократные измерения временного интервала, размером 7 секунд.
2. Построить гистограмму распределения результатов измерений.
3. Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.
4. Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с аналогичным экспериментальному распределением, средним значением и дисперсией.

3. Объект исследования.

Распределение случайной величины.

4. Метод экспериментального исследования.

Используя стрелочный секундомер, устанавливается интервал в 7 секунд, который затем измеряется неоднократно с помощью цифрового секундомера.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

Выборочное среднее как среднее арифметическое всех результатов измерений:

$$\langle t \rangle_N = \frac{1}{N}(t_1 + t_2 + \cdots + t_N) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i \tag{1}$$

Выборочное среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(t_i - \langle t \rangle_N)^2} \tag{2}$$

Значение плотности вероятности:

$$\rho(t) = \frac{\Delta N}{N \Delta t} \tag{3}$$

Максимальное значение плотности распределения:

$$\rho_{max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \tag{4}$$

Функция Гаусса:

$$\rho(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t - \langle t \rangle_N)^2}{2\sigma^2}\right) \tag{5}$$

Значения вероятности попадания результата каждого измерения t в интервал $[t_1; t_2]$ в стандартных(наиболее употребительных на практике) интервалах при условии реализации нормального распределения случайной величины:

$$\begin{gathered} t \in [\langle t\rangle_N - \sigma, \langle t\rangle_N + \sigma], P_\sigma \cong 0,683 \\ t \in [\langle t\rangle_N - 2\sigma, \langle t\rangle_N + 2\sigma], P_{2\sigma} \cong 0,954 \\ t \in [\langle t\rangle_N - 3\sigma, \langle t\rangle_N + 3\sigma], P_{3\sigma} \cong 0,997 \end{gathered} \tag{6}$$

Формулы для вычисления приближённой вероятности попадания каждого измерения t в интервал $[t_1; t_2]$:

$$\begin{gathered} t \in [\langle t\rangle_N - \sigma_N, \langle t\rangle_N + \sigma_N] \\ t \in [\langle t\rangle_N - 2\sigma_N, \langle t\rangle_N + 2\sigma_N] \\ t \in [\langle t\rangle_N - 3\sigma_N, \langle t\rangle_N + 3\sigma_N] \end{gathered} \tag{7}$$

Доверительный интервал для промежутка времени, который измеряется в ходе работы:

$$\Delta t = t_{\alpha,N} \cdot \sigma_{\langle t\rangle} \tag{8}$$

6. Измерительные приборы.

Таблица 1 — Измерительны приборы.

№ и/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон, с	Погрешность прибора, с
1	Секундомер стрелочный	Стрелочный	[0; 60]	0.01
2	Секундомер цифровой	Цифровой	[0; 60]	0.0005

7. Результаты прямых измерений.

Таблица 2 — Результаты прямых измерений и их обработки .

№	t_i, с	$t_i - \langle t \rangle_N$, с	$(t_i - \langle t \rangle_N)^2$, с^2	№	t_i, с	$t_i - \langle t \rangle_N$, с	$(t_i - \langle t \rangle_N)^2$, с^2
1	6,71	-0,23904	0,057140122	26	6,764	-0,18504	0,034239802
2	6,867	-0,08204	0,006730562	27	6,965	0,01596	0,000254722
3	7,15	0,20096	0,040384922	28	7,165	0,21596	0,046638722
4	6,907	-0,04204	0,001767362	29	6,866	-0,08304	0,006895642
5	6,962	0,01296	0,000167962	30	6,815	-0,13404	0,017966722
6	6,837	-0,11204	0,012552962	31	6,966	0,01696	0,000287642
7	7,27	0,32096	0,103015322	32	7,017	0,06796	0,004618562
8	6,966	0,01696	0,000287642	33	6,863	-0,08604	0,007402882
9	7,167	0,21796	0,047506562	34	6,866	-0,08304	0,006895642
10	7,424	0,47496	0,225587002	35	6,559	-0,39004	0,152131202
11	7,427	0,47796	0,228445762	36	7,171	0,22196	0,049266242
12	6,865	-0,08404	0,007062722	37	6,816	-0,13304	0,017699642
13	7,015	0,06596	0,004350722	38	6,663	-0,28604	0,081818882
14	6,403	-0,54604	0,298159682	39	6,966	0,01696	0,000287642
15	7,018	0,06896	0,004755482	40	7,018	0,06896	0,004755482
16	6,81	-0,13904	0,019332122	41	6,814	-0,13504	0,018235802
17	6,986	0,03696	0,001366042	42	7,013	0,06396	0,004090882
18	7,119	0,16996	0,028886402	43	6,967	0,01796	0,000322562
19	6,967	0,01796	0,000322562	44	7,017	0,06796	0,004618562
20	7,125	0,17596	0,030961922	45	6,815	-0,13404	0,017966722
21	6,664	-0,28504	0,081247802	46	7,021	0,07196	0,005178242
22	6,866	-0,08304	0,006895642	47	6,972	0,02296	0,000527162
23	7,245	0,29596	0,087592322	48	7,121	0,17196	0,029570242
24	6,814	-0,13504	0,018235802	49	6,813	-0,13604	0,018506882
25	6,819	-0,13004	0,016910402	50	7,016	0,06696	0,004483642
	$\langle t \rangle_N = 6.949, c$	$\sum_{i=1}^{N}(t_i - \langle t \rangle) = -6,21725 * 10^{-15}, c$			$\sigma_N = 0.19506, c$		$\rho_{max} = 2,04523, c^{-1}$

8. Расчёт результатов косвенных измерений.

Среднее арифметическое значение результатов измерений:

$$\langle t \rangle_N = \frac{347,452}{50} = 6,949, \text{ с}$$

Выборочное среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{1,86432592}{49}} = 0.19506, \text{ с}$$

Максимальное значение плотности распределения:

$$\rho_{max} = \frac{1}{0.19506 \cdot 2,50663} = 2,04523, \text{ с}^{-1}$$

Среднеквадратичное отклонение среднего значения:

$$\sigma_{\langle t\rangle} = \sqrt{\frac{1,86432592}{2450}} = 0,0275853, \text{ с}$$

Таблица 3 — Стандартные доверительные интервалы.

	Начало интервала, с	Конец интервала, с	ΔN	$\frac{\Delta N}{N}$	P
$\langle t\rangle_N \pm \sigma_N$	6,754	7,144	37	0,74	0,683
$\langle t\rangle_N \pm 2\sigma_N$	6,559	7,340	47	0,94	0,954
$\langle t\rangle_N \pm 3\sigma_N$	6,364	7,534	50	1,00	0,997

Среди полученных данных $t_{min} = 6,403$ и $t_{max} = 7,427$ Разобьем промежуток [6,403; 7,427] на $\sqrt{N} \approx 7$ равных частей: $\Delta t = 0,15$.

Таблица 4 — Данные для построения гистограммы.

Интервал	ΔN	$\frac{\Delta N}{N\Delta t}$, с$^{-1}$	t, с	ρ, с$^{-1}$
[6,40; 6,55]	1	0,13	6,475	0,1067259319626144
[6,55 ; 6,70]	3	0,4	6,625	0,5146145682042214
[6,70; 6,85]	11	1,47	6,775	1,373641115817862
[6,85; 7,00]	16	2,13	6,925	2,0297547733335524
[7,00; 7,15]	11	1.47	7,075	1,6603243825081777
[7,15; 7,30]	6	0,8	7,225	0,7518330354561166
[7,30; 7,45]	2	0,27	7,375	0,18846423594138365

9. Расчёт погрешности измерений.

Коэффицент Стьюдента для доверительной вероятности $\alpha = 0,95$:

$$t_{\alpha,N} = 2.0086$$

Доверительный интервал:

$$\Delta t = t_{\alpha,N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle} = 0,0575429358 \approx 0,06 \text{ с}$$

10. Графики(перечень графиков, которые составляют Приложение 1)

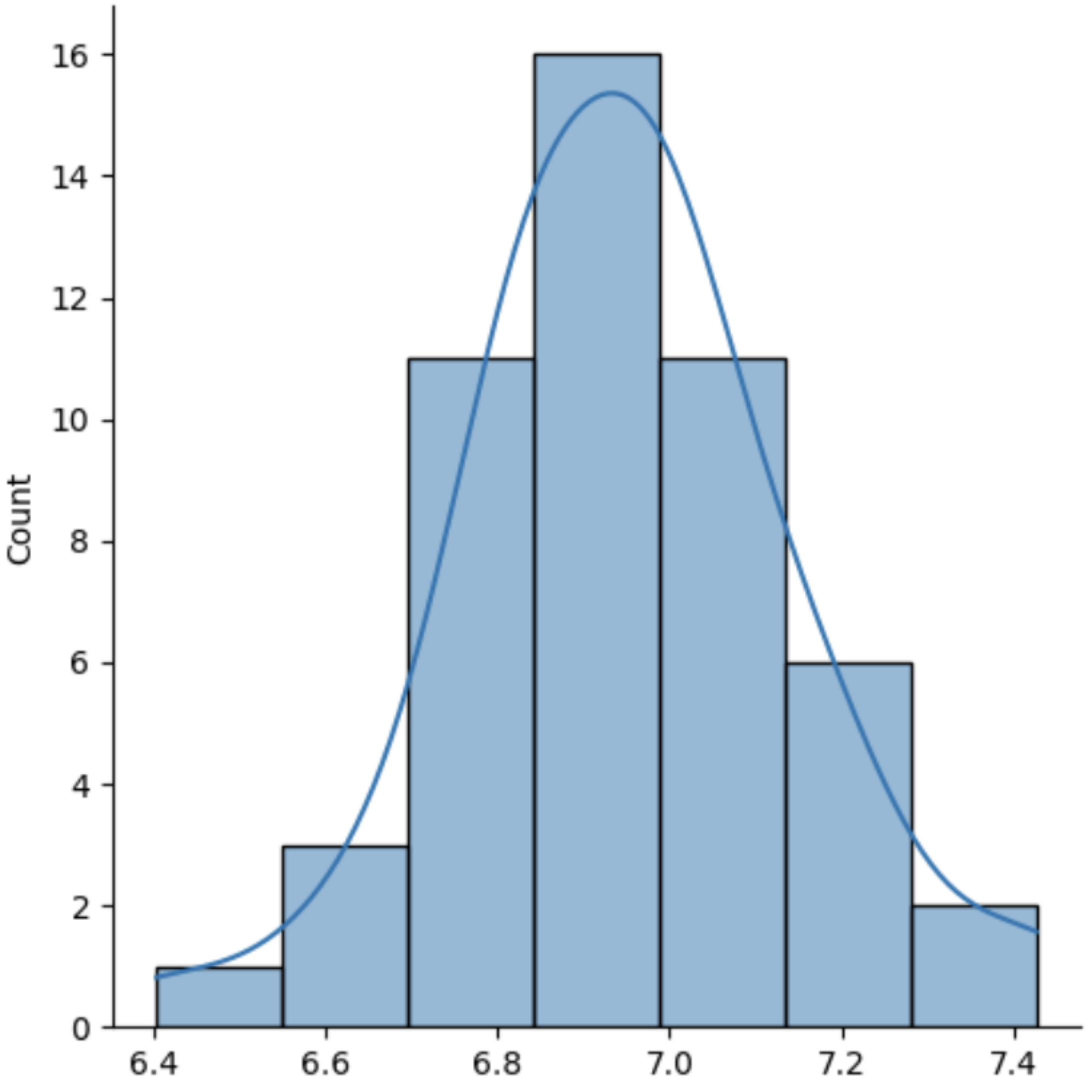

Рисунок 1 — Распределение результатов измерения

11. Окончательные результаты.

Доверительный интервал:

$$t = 6,95 \pm 0,06 \text{ с при } \alpha = 0,95$$

Относительная погрешность измерений:

$$\varepsilon = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle_N} \cdot 100\% = 0,008280750582818 \cdot 100\% \approx 0,83\%$$

12. Выводы и анализ результатов работы.

В ходе лабораторной работы мы исследовали закон распределения случайной величины на примере многократных измерений заранее определенного интервала времени. Для этих данных был вычислен доверительный интервал, среднее квадратичное отклонение, максимальное значение плотности распределения и среднеквадратичное отклонение среднего значения. На основании полученных данных была построена гистограмма и график функции распределения плотности. График показал, что исследуемое распределение соответствет нормальному.