

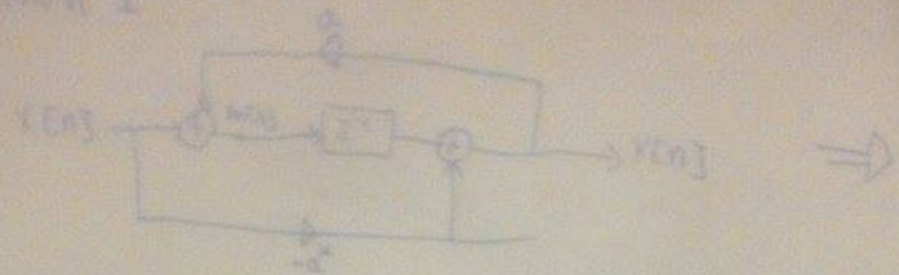
Name: Klodjan Hidri

AM: 2726

login: [hidri@csd.uoc.gr](mailto:hidri@csd.uoc.gr)

Askisi 1

Άσκηση 1



$$w[n] = x[n] + a y[n]$$
$$y[n] = -a^* x[n] + w[n-1]$$

$$y[n] = -a^* x[n] + x[n-1] + a y[n-1]$$

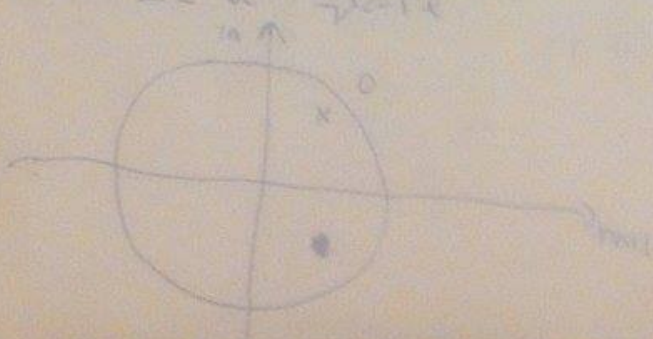
II) 
$$Y(z) = -a^* X(z) + X(z)z^{-1} + a Y(z)z^{-1} \Rightarrow$$
$$Y(z) - a Y(z)z^{-1} = -a^* X(z) + X(z)z^{-1} \Rightarrow$$
$$Y(z)(1 - a z^{-1}) = X(z)(-a^* + z^{-1}) \Rightarrow$$
$$H(z) = \frac{Y(z)(1 - a z^{-1})}{X(z)(-a^* + z^{-1})} = \frac{z^{-1} - a^*}{1 - a z^{-1}} \Rightarrow H(z) = \frac{z^{-1} - r e^{-j\theta}}{1 - r e^{j\theta} z^{-1}}$$

III) για τους πόλους και μηδενικά έχουμε:

$$H(z) = z \cdot \frac{z^{-1} - r e^{-j\theta}}{1 - r e^{j\theta} z^{-1}} \Rightarrow H(z) = \frac{1 - r e^{-j\theta} z}{z - r e^{j\theta}}$$

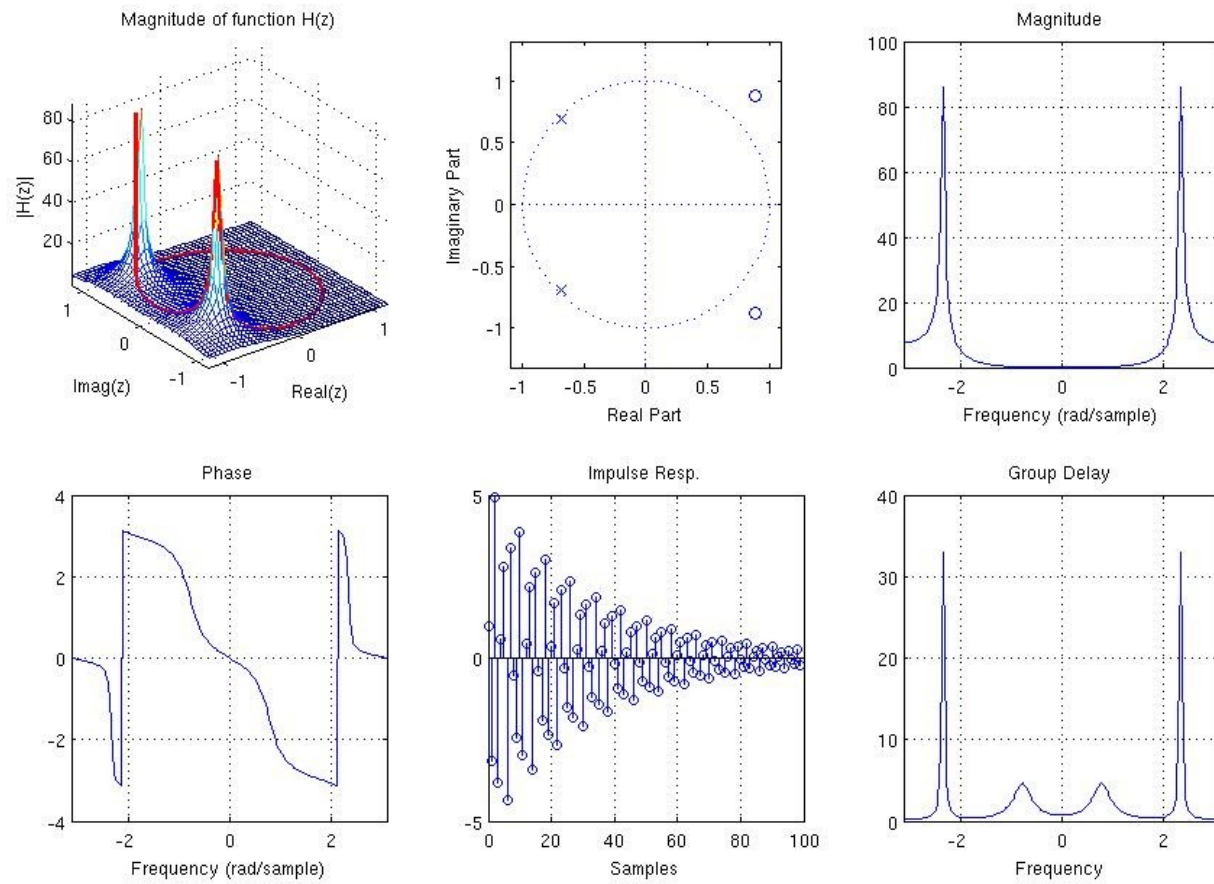
μηδενικό:  $z = \frac{1}{a^*} = \frac{1}{r e^{-j\theta}}$

πόλο:  $z = a \Rightarrow z = r e^{j\theta}$

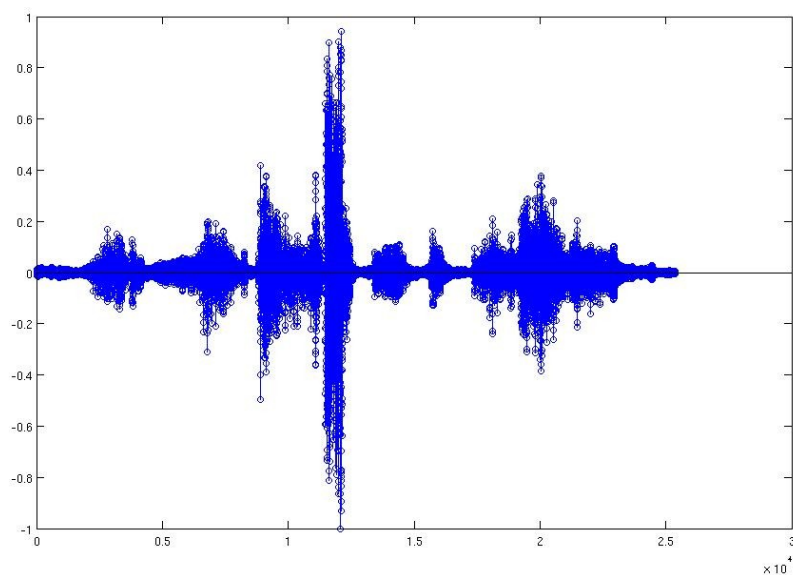


# Askisi 4

i)



ii)



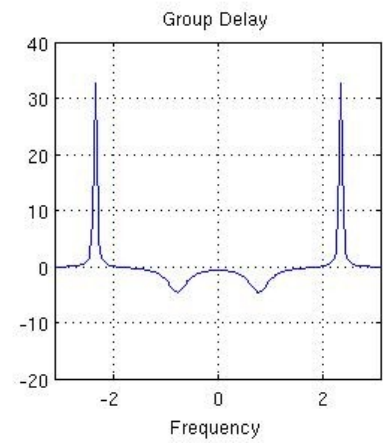
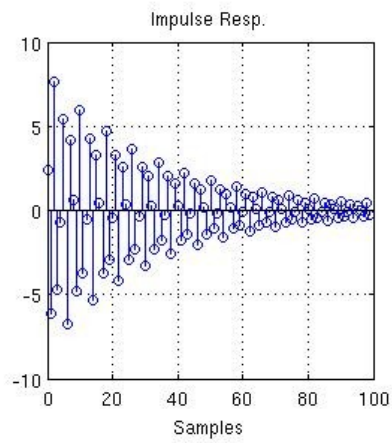
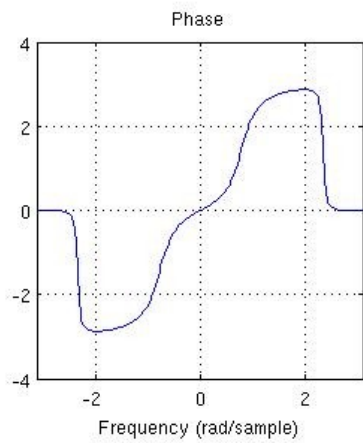
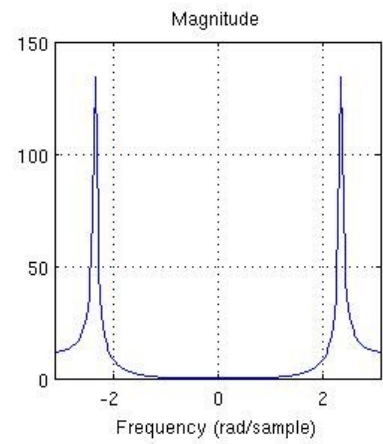
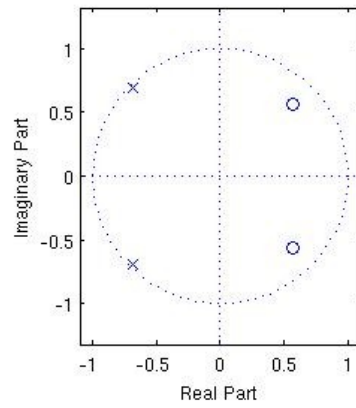
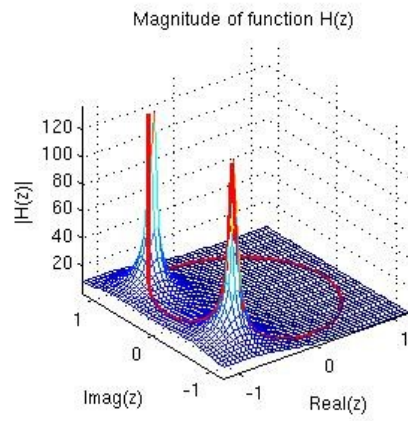
iii)

Παρατηρούμε ότι τα μηδενικά είναι έξω από τον κύκλο μας στο  $H(z)$  οπότε δεν θα έχει αιτιατό αντιστρόφο γιατί πληρείται ο κανόνας ότι για να έχουμε αντιστρόφο αιτιατό και ευσταθές πρέπει να είναι στο κανονικό σύστημα τα μηδενικά και οι πόλοι να είναι εντός του μοναδιαίου κύκλου.

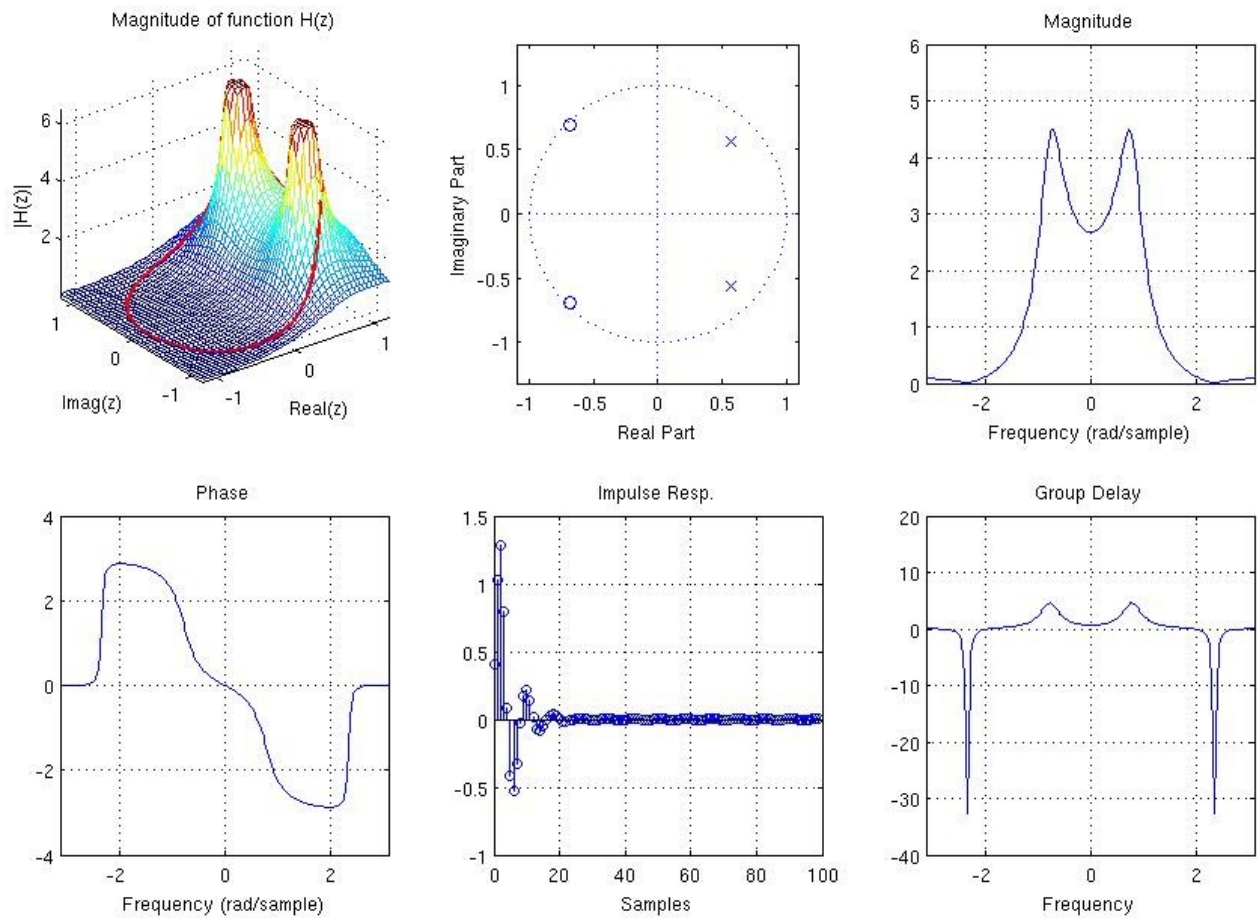
iv)

$$\begin{aligned}
 \text{iv) } H_{\min}(z) &= H(z) H_{\text{ap}}(z) \Rightarrow H_{\text{ap}}(z) = \frac{(1 - \frac{5}{4} e^{\frac{j\pi}{4}} z^{-1})(1 - \frac{5}{4} e^{-\frac{j\pi}{4}} z^{-1})}{(1 - \frac{4}{5} e^{\frac{j\pi}{4}} z^{-1})(1 - \frac{4}{5} e^{-\frac{j\pi}{4}} z^{-1})} \Rightarrow \\
 H_{\text{ap}}(z) &= \frac{-\frac{5}{4} e^{\frac{j\pi}{4}} (z^{-1} - \frac{4}{5} e^{-\frac{j\pi}{4}}) \cdot (-\frac{5}{4} e^{-\frac{j\pi}{4}}) (z^{-1} - \frac{4}{5} e^{\frac{j\pi}{4}})}{(1 - \frac{4}{5} e^{\frac{j\pi}{4}} z^{-1})(1 - \frac{4}{5} e^{-\frac{j\pi}{4}} z^{-1})} \\
 H_{\min}(z) &= \frac{(-\frac{5}{4})^2 (1 - \frac{4}{5} e^{-\frac{j\pi}{4}}) (1 - \frac{4}{5} e^{\frac{j\pi}{4}} z^{-1})}{(1 - 0.97 e^{\frac{j\pi}{4}} z^{-1})(1 - 0.97 e^{-\frac{j\pi}{4}} z^{-1})} \\
 \text{v) } H_{\min}^i(z) &= \frac{(1 - 0.97 e^{\frac{j\pi}{4}} z^{-1})(1 - 0.97 e^{-\frac{j\pi}{4}} z^{-1})}{\frac{25}{16} (1 - \frac{4}{5} e^{-\frac{j\pi}{4}} z^{-1})(1 - \frac{4}{5} e^{\frac{j\pi}{4}} z^{-1})} \\
 \text{vi) } \text{Πρέπει να βρούμε την εξίσωση διαφορών:} \\
 H_{\min}^i(z) &= \frac{1 - 0.97 e^{\frac{j\pi}{4}} z^{-1} - 0.97 e^{-\frac{j\pi}{4}} z^{-1} + 0.97^2 z^{-2}}{\frac{25}{16} (1 - \frac{4}{5} e^{-\frac{j\pi}{4}} z^{-1} - \frac{4}{5} e^{\frac{j\pi}{4}} z^{-1} + (\frac{4}{5})^2 z^{-2})} \\
 H_{\min}^i(z) &= \frac{1 - (0.97 e^{\frac{j\pi}{4}} + 0.97 e^{-\frac{j\pi}{4}}) z^{-1} + 0.97^2 z^{-2}}{\frac{25}{16} (1 - (\frac{4}{5} e^{\frac{j\pi}{4}} + \frac{4}{5} e^{-\frac{j\pi}{4}}) z^{-1} + \frac{16}{25} z^{-2})} \\
 \Rightarrow \frac{25}{16} y[n] - (\frac{5}{4} e^{\frac{j\pi}{4}} + \frac{5}{4} e^{-\frac{j\pi}{4}}) y[n-1] + y[n-2] &= x[n] - (0.97 e^{\frac{j\pi}{4}} + 0.97 e^{-\frac{j\pi}{4}}) x[n-1] + 0.97^2 x[n-2]
 \end{aligned}$$





v)



vii )Παρακατω ακολουθει το plot του σηματος φιλτραρισμενη με το  $H_{min\_i}(z)$ :

