## ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

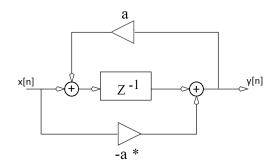
# ΗΥ-370: Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος Χειμερινό Εξάμηνο 2016 Διδάσκοντες: Γ. Στυλιανού - Γ. Καφεντζής

Τέταρτο Εργαστήριο

**Σημείωση:** Για βοήθεια σχετικά με τις εντολές MATLAB, γράψτε doc/help εντοβή.

#### 1. Κατανόηση Καθυστέρησης Ομάδας και All-pass Συστημάτων

Ένα all-pass σύστημα δίνεται στο παρακάτω διάγραμμα, για  $a = re^{j\theta}$  και |r| < 1.



Σχήμα 1: All-pass σύστημα.

i. Κατασκευάστε δυο εξισώσεις διαφορών από το παραπάνω διάγραμμα. Για να το κάνετε, θέστε μια ενδιάμεση μεταβλητή w[n] στην έξοδο του πρώτου αθροιστή. Γράψτε τις δυο εξισώσεις διαφορών ως συναρτήσεις των  $x[n], y[n], w[n], \delta$ ηλ.

$$y[n] = f(x[n], w[n]) \tag{1}$$

$$w[n] = f(x[n], y[n]) \tag{2}$$

- ii. Ποιά είναι η σχέση που περιγράφει το σύστημα στο χώρο του Z; Βρείτε τη κάνοντας μετασχ. Z στις εξισώσεις διαφορών και λύνοντας ως προς H(z).
- iii. Πού βρίσκονται οι πόλοι και τα μηδενικά; Σχεδιάστε τα επάνω σε ένα μιγαδικό επίπεδο.
- iv. Ποιό είναι το φάσμα πλάτους, θεωρητικά;
- v. Υπολογίστε θεωρητικά την καθυστέρηση ομάδας (group delay) και κάντε μια πρόχειρη σχεδίαση.
- vi. Επιβεβαιώστε τα παραπάνω καλώντας τη συνάρτηση pezw2 (προσοχή, νέα συνάρτηση!) με κατάλληλα ορίσματα, για r=0.7 και  $\theta=\pi/4$ .
- vii. Πως αλλάζει η τιμή του μέγιστου του group delay όταν r=0.9; Βρείτε μια σχέση που να συνδέει το r με το μέγιστο του group delay.
- viii. Τι σημαίνει η τιμή αυτή του group delay στη συγκεκριμένη συχνότητα;

Δημιουργούμε ένα σήμα με τις παρακάτω εντολές:

```
x1 = cos(pi/4*(0:100)).*hanning(101)';

x2 = cos(2*pi/4*(0:100).*hanning(101)';

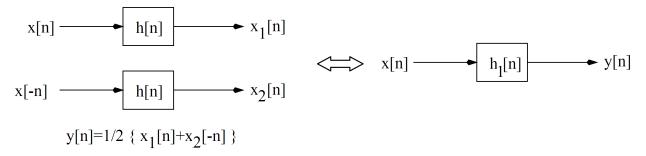
x = [x1  x2  zeros(1,200)];
```

Το παραπάνω σήμα έχει δυο ημίτονα στις συχνότητες  $0.25\pi$  και  $0.5\pi$ .

- i. Παραδώστε το γράφημα (εντολή plot) του σήματος x.
- ii. Δημιουργήστε ένα all-pass σύστημα το οποίο να μετατοπίζει μόνο το πρώτο ημίτονο κατά 50 δείγματα. Βρείτε τους συντελεστές του συστήματος, για αριθμητή και παρονομαστή. Καλέστε και παραδώστε το γράφημα της συνάρτησης pezw2 με κατάλληλα ορίσματα. Περάστε το σήμα σας μέσα από το σύστημα (εντολή filter). Τυπώστε και παραδώστε (εντολή plot) το αποτέλεσμα της εξόδου.
- iii. Δημιουργήστε ένα all-pass σύστημα το οποίο να μετατοπίζει μόνο το δεύτερο ημίτονο κατά 50 δείγματα. Βρείτε τους συντελεστές του συστήματος, για αριθμητή και παρονομαστή. Καλέστε και παραδώστε το γράφημα της συνάρτησης pezw2 με κατάλληλα ορίσματα. Περάστε το σήμα σας μέσα από το σύστημα (εντολή filter). Τυπώστε και παραδώστε (εντολή plot) το αποτέλεσμα της εξόδου.
- iv. Δημιουργήστε ένα all-pass σύστημα το οποίο να μετατοπίζει και τα δυο ημίτονα κατά 50 δείγματα. Βρείτε τους συντελεστές του συστήματος, για αριθμητή και παρονομαστή. Καλέστε και παραδώστε το γράφημα της συνάρτησης pezw2 με κατάλληλα ορίσματα. Περάστε το σήμα σας μέσα από το σύστημα (εντολή filter). Τυπώστε και παραδώστε (εντολή plot) το αποτέλεσμα της εξόδου.
- Υπάρχει πιο απλός τρόπος να μετατοπίσετε και τις δυο συχνότητες, δηλ. όλο το σήμα, κατά 50 δείγματα με ένα πιο απλό και πιο ακριβές σύστημα; Ποιό είναι αυτό; Γράψτε τη σχέση που χαρακτηρίζει το σύστημα στο χώρο του Z.

#### 2. Φιλτράρισμα Μηδενικής Φάσης

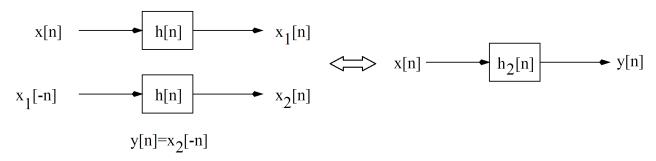
(α΄) Γνωρίζετε από τη θεωρία σας ότι όταν περνάμε ένα σήμα μέσα από ένα ΓΧΑ σύστημα, τότε το μεταβάλλουμε κατά πλάτος και κατά φάση. Ο σχεδιασμός ενός συστήματος (φίλτρου, στο εξής) εστιάζεται κυρίως στην αλλαγή του φάσματος πλάτους του σήματος εισόδου, χωρίς να δίνεται ιδιαίτερη βαρύτητα στην αλλαγή της φάσης του. Παρ'ολα αυτά, υπάρχουν δυο στρατηγικές για να αποφύγουμε την αλλαγή φάσης του σήματος εισόδου, ακόμα κι όταν το φίλτρο μας δεν είναι μηδενικής ή σταθερής φάσης. Για κάθε μια από αυτές, βρείτε



Σχήμα 2: Στρατηγική Ι.

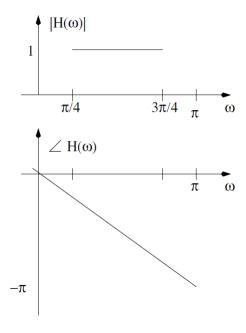
την **συνολική** κρουστική απόκριση  $h_i[n]$ , i=1,2, που συνδέει την είσοδο x[n] με την έξοδο y[n] και δείξτε ότι έχει μηδενική φάση ή σταθερή φάση  $\theta=\pi$ . Στην προσπάθειά σας, μπορείτε να δουλέψετε στο χώρο του μετασχ. Fourier.

Η πρώτη στρατηγική φαίνεται στο Σχήμα 2, ενώ η δεύτερη στο Σχήμα 3.



Σχήμα 3: Στρατηγική ΙΙ.

(β΄) Ας δούμε την εφαρμογή των δυο στρατηγικών σε ένα πραγματικό παράδειγμα. Έστω το σύστημα  $H(e^{j\omega})$  που φαίνεται στο Σχήμα 4, σε απόκριση πλάτους και απόκριση φάσης. Το σύστημα αυτό αντιστοιχεί στο σύστημα h[n] του προηγούμενου ερωτήματος, το οποίο χρησιμοποιείται στις στρατηγικές. Σχεδιάστε το φάσμα πλάτους,  $|H_i(e^{j\omega})|$ , και φάσης,  $\angle H_i(e^{j\omega})$ , με i=1,2, του συνολικού συστήματος για κάθε μια στρατηγική και επιλέξτε την καλύτερη, εξηγώντας γραπτά την επιλογή σας.



Σχήμα 4: Φάσμα πλάτους και φάσης απλού παραδείγματος.

(γ΄) Ας εφαρμόσουμε τώρα τα παραπάνω σε ένα πραγματικό πρόβλημα στο MATLAB. Με την εντολή load, διαβάστε το αρχείο Lab4.mat που σας δίνεται, ως:

load Lab4.mat

Τώρα έχετε ένα μικρό δείγμα από ένα πραγματικό σήμα φωνής στη μεταβλητή fr1, και τους συντελεστές ενός χαμηλοπερατού φίλτρου πεπερασμένης κρουστικής απόκρισης (FIR) 71 συντελεστών στη μεταβλητή Β. Θέλουμε να αφαιρέσουμε τις υψηλές συχνότητες από το σήμα της φωνής χωρίς αυτό να μετακινηθεί στο χρόνο (χωρίς δηλαδή, να υποστεί μεταβολή φάσης λόγω του φίλτρου). Αυτή η απαίτηση ονομάζεται στην επεξεργασία σήματος ως φιλτράρισμα μηδενικής φάσης - zero-phase filtering. Ακολουθήστε τα παρακάτω βήματα:

- i. Φιλτράρετε το σήμα με την εντολή filter, όπως γνωρίζετε από προηγούμενα εργαστήρια.
- ii. Φιλτράρετε το σήμα ακολουθώντας τη στρατηγική I.
- Φιλτράρετε το σήμα ακολουθώντας τη στρατηγική ΙΙ.

Σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις, σχεδιάστε το αρχικό σήμα (εντολή plot), και πάνω σε αυτό (εντολή hold on) με άλλο χρώμα το αποτέλεσμα από το εκάστοτε φιλτράρισμα. Παραδώστε τα γραφήματα στην αναφορά σας και κώδικα MATLAB που τα υλοποιεί σε ένα .m file.

Ποιά στρατηγική από τις τρείς επιλέγετε τελικά;

### 3. Σχεδιασμός Notch Φίλτρων και Αποθορυβοποίηση Ηλεκτροκαρδιογραφήματος

Στο 2ο εργαστήριο, κληθήκατε να αποθορυβοποιήσετε ένα σήμα φωνής από ένα ημιτονοειδή θόρυβο στα  $f_0=400$  Hz. Το φίλτρο που φτιάξατε με απλές εξισώσεις διαφορών ήταν μέτριας ποιότητας, μια και κατέστελλε μεγάλο τμήμα των χαμηλών συχνοτήτων. Αν ελέγξετε την εκφώνηση, θα δείτε ότι σας δινόταν μια εξίσωση διαφορών της μορφής

$$y[n] - 2\alpha \cos(\omega_0)y[n-1] + \alpha^2 y[n-2] = x[n] - 2\cos(\omega_0)x[n-1] + x[n-2]$$
(3)

η οποία για τιμές του  $\alpha$  κοντά στο 1 έδινε πάρα πολύ καλά αποτελέσματα. Σε αυτό το εργαστήριο θα μάθετε να σχεδιάζετε εσείς αυτού του είδους τα πολύ καλής ποιότητας φίλτρα, τα οποία λέγονται **notch filters**, ή αλλιώς, φίλτρα αποκοπής συγκεκριμένης συχνότητας<sup>1</sup>.

- (a) Τα notch φίλτρα που θα σχεδιάσετε θα είναι ΙΙΚ, δηλ. θα αποτελούνται τόσο από πόλους, όσο και από μηδενικά. Ένα ΙΙΚ notch φίλτρο θα μηδενίζει μια μόνο συγκεκριμένη συχνότητα ω<sub>0</sub> ενός σήματος, αλλά θα έχει σχεδόν μοναδιαία απόκριση πλάτους σε όλες τις άλλες συχνότητες, με αποτέλεσμα να μην τις αλλοιώνει σχεδόν καθόλου. Η παραπάνω πρόταση περιγράφη την προδιαγραφή του φίλτρου μας. Ας δούμε πως μπορούμε να το σχεδιάσουμε, σε βήματα.
  - i. Έστω ότι η επιθμητή συχνότητα που θέλουμε να αφαιρέσουμε είναι η  $ω_0 = \pi/4$ . Καλέστε τη συνάρτηση pezw2 βάζοντας δυο συζυγή μηδενικά στις συχνότητες  $ω_0 = \pm \pi/4$  ακριδώς επάνω στο μοναδιαίο κύκλο. Η συνάρτηση conv θα σας φανεί χρήσιμη. Παραδώστε το γράφημα που σας επιστρέφει. Εξετάστε την απόκριση πλάτους. Ικανοποιείται η προδιαγραφή του φίλτρου;
  - ii. Όπως παρατηρείτε στο προηγούμενο γράφημα εξετάζοντας την απόκριση πλάτους, το διάστημα συχνοτήτων  $(-\pi/4,\pi/4)$  έχει πολύ χαμηλό πλάτος, ενώ έξω από αυτό το πλάτος είναι μεγαλύτερο της μονάδας. Ουσιαστικά βλέπετε το FIR φίλτρο που σχεδιάσετε εσείς στο 2ο εργαστήριο. Όμως, είπαμε και βλέπετε στο γράφημα δεν ικανοποιεί τις προδιαγραφές του φίλτρου. Πώς θα μπορούσαμε να "σηκώσουμε" τις τιμές της απόκρισης πλάτους στο διάστημα  $(-\pi/4,\pi/4)$  κοντά στη μονάδα, αλλά και να μειωθούν οι τιμές της απόκρισης πλάτους γύρω από τις συχνότητες  $\omega=\pm\pi$ ; Φυσικά εισάγοντας κάποιους πόλους! Καλέστε τη συνάρτηση pezw2 κρατώντας τα δυο μηδενικά που έχετε ήδη και βάζοντας επιπλέον δυο συζυγείς πόλους στις συχνότητες  $\omega_0=\pm\pi/4$  σε ακτίνα r=0.6 από το κέντρο του μιγαδικού επιπέδου. Η συνάρτηση conv θα σας φανεί χρήσιμη. Παραδώστε το γράφημα που σας επιστρέφει. Ικανοποιείται η προδιαγραφή του φίλτρου;
  - iii. Επαναλάβετε για r=0.8. Παραδώστε το γράφημα που σας επιστρέφει. Ικανοποιείται η προδιαγραφή του φίλτρου;
  - iv. Πειραματιστείτε και παραδώστε ENA ακόμα γράφημα της συνάρτησης pezw2, όπου οι πόλοι είναι κατάλληλα τοποθετημένοι ώστε να ικανοποιείται η προδιαγραφή του φίλτρου όσο γίνεται καλύτερα. Ποιά τιμή του r δώσατε σε αυτούς;
  - ν. Υλοποιήστε ένα ημίτονο συχνότητας  $\omega_0 = \pi/4$  διάρκειας 1001 δειγμάτων, ως

```
n = 0:1000;

x = 20*cos(pi*n./4);
```

και περάστε το μέσα από το φίλτρο που υλοποιήσατε, με την εντολή filter, ώστε να επιβεβαιώσετε τη λειτουργία του. Περιμένετε - θεωρητικά - το φίλτρο σας να μηδενίσει εντελώς αυτό το ημίτονο και στην έξοδό του να παρουσιαστεί ένα μηδενικό σήμα. Σχεδιάστε το γράφημα (εντολή stem) του διακριτού σήματος πριν και μετά το φιλτράρισμα. Το φίλτρο σας μηδενίζει εντελώς το σήμα εισόδου; Αν όχι, γιατί; Ποιό - γνωστό - "φαινόμενο" παρουσιάζεται στην έξοδο;

(β΄) Τώρα που είστε experts στη σχεδίαση notch φίλτρων, δείξτε τις ικανότητές σας σε ένα πραγματικό πρόβλημα! Σίγουρα γνωρίζετε το πολύ συνηθισμένο τεστ που κάνουμε για την καρδιά μας, το περίφημο Ηλεκτροκαρδιογράφημα (ECG). Το ECG καταγράφει την ηλεκτρική δραστηριότητα που αλλάζει κατά τη διάρκεια ενός καρδιακού κύκλου. Η καταγραφή γίνεται - ενημερωτικά - ως εξής: ο καρδιολόγος τοποθετεί μεταλλικά ηλεκτρόδια σε διάφορες θέσεις στο σώμα, ώστε να "πιάσει" αυτά τα καρδιακά ηλεκτρικά σήματα. Δυστυχώς, τα ηλεκτρόδια καταγράφουν επίσης σήματα από άλλες ηλεκτρικές πηγές, συνήθως αρμονικές στα 50 Hz, που είναι η συχνότητα των συσκευών που έχουμε στα σπίτι μας στην Ελλάδα (σε άλλες χώρες, η συχνότητα λειτουργίας τους είναι 60 Hz). Σκοπός της άσκησης είναι να αφαιρέσετε μια τέτοια πραγματική ημιτονοειδής παρεμβολή με χρήση notch φίλτρων από ένα σήμα ηλεκτροκαρδιογραφήματος, ώστε να παραδώσετε στο γιατρό ένα καθαρό σήμα προς διάγνωση.

Το notch φίλτρο θα είναι της μορφής που είδατε νωρίτερα, δηλ. θα περιέχει 2 συζυγή μηδενικά ακριβώς πάνω στο μοναδιαίο κύκλο και 2 συζυγείς πόλους πολύ κοντά του, σε κατάλληλη συχνότητα. Άρα η συνάρτηση

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Σε ελεύθερη μετάφραση...

μεταφοράς του φίλτρου θα είναι

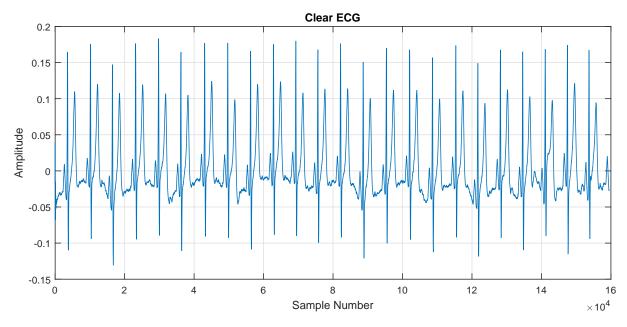
$$H(z) = \frac{(1 - e^{j\theta}z^{-1})(1 - e^{-j\theta}z^{-1})}{(1 - re^{j\theta}z^{-1})(1 - re^{-j\theta}z^{-1})}$$
(4)

με  $\theta$  να είναι η γωνία θέσης των πόλων και μηδενικών, και r η ακτίνα των πόλων.

Το ηλεκτροκαρδιογράφημα θα το παράξετε με την κλήση της συνάρτησης ECGmake.p που σας δίνεται. Η συνάρτηση αυτή διαβάζει δεδομένα από ένα αρχείο ECG.mat, που επίσης σας δίνεται. Το ηλεκτροκαρδιογράφημα θα είναι διαφορετικό για κάθε ομάδα φοιτητών, αφού η κλήση της ECGmake.p δέχεται ως όρισμα τον Α.Μ. σας στη σχολή. Για την ακρίβεια, η συνάρτηση αυτή συντάσσεται ως

```
function [ecgsig, fs, fint] = ECGmake(csdstring)
%
% ecgsig = vector of signal samples at fs samples/sec
% fs = sampling frequency
% fint = frequency of the interfering sinusoid (near 50 Hz)
% csdstring = your CSD Serial Number as a string, e.g., '2458' or '3646'
%
% if you are a group of two students, use only one serial number.
```

Η συνάρτηση αυτή δεν είναι ορατή από κάποιον editor του MATLAB ή άλλον, όμως μπορείτε να την καλέσετε κανονικά στο MATLAB όπως οποιαδήποτε άλλη συνάρτηση. Ακολουθήστε τα παρακάτω βήματα:



Σχήμα 5: Ηλεκτροκαρδιογράφημα μετά την αφαίρεση του θορύβου.

- i. Καλέστε τη συνάρτηση ECGmake και καταγράψτε/παρατηρήστε τις τιμές για τη συχνότητα δειγματοληψίας  $f_s$  και για τη συχνότητα ημιτονοειδούς παρεμβολής  $f_{int}$ , την οποία θέλετε να αφαιρέσετε.
- ii. Σχεδιάστε στο χαρτί το notch φίλτρο σας τοποθετώντας κατάλληλα πόλους και μηδενικά στο μιγαδικό επίπεδο. Εξηγήστε την επιλογή της συχνότητας  $\omega_{int}$  που κάνατε για τους πόλους και τα μηδενικά σας, καθώς και την τιμή της ακτίνας r για τους πόλους σας. Σχεδιάστε και παραδώστε στο χαρτί σας το διάγραμμα πόλων-μηδενικών.
- iii. Καλέστε τη συνάρτηση pezw2 και βεβαιωθείτε ότι το φίλτρο σας έχει τις προδιαγραφές που πρέπει. Παραδώστε το γράφημα που σας επιστρέφει.
- iv. Μετατρέψτε το διάγραμμα πόλων-μηδενικών σε εξίσωση διαφορών, ώστε να βρείτε τους συντελεστές της, και να τους χρησιμοποιήσετε στη συνάρτηση filter του MATLAB. Γράψτε την εξίσωση διαφορών που βρήκατε στο χαρτί σας.

v. Εφαρμόστε το φίλτρο σας (εντολή filter) στο σήμα ecgsig που σας επέστρεψε η ECGmake.p. Σχεδιάστε και παραδώστε (εντολή stem) το σήμα ηλεκτροκαρδιογραφήματος πριν και μετά το φιλτράρισμα. Αν τα καταφέρετε σωστά, θα πάρετε ένα ηλεκτροκαρδιογράφημα όπως στο Σχήμα 5.

#### 4. Συστήματα Ελάχιστης Φάσης στις Τηλεπικοινωνίες

Γνωρίζετε ότι μια εφαρμογή των συστημάτων ελάχιστης φάσης βρίσκεται στις τηλεπικοινωνίες και στην κινητή τηλεφωνία. Έστω ένα απλοποιημένο σύστημα κινητής τηλεφωνίας, όπου το σήμα φωνής x[n] (πομπός) υπόκειται σε μεταβολές λόγω του καναλιού επικοινωνίας h[n] (το οποίο θεωρείται ένα αιτιατό και ευσταθές ΓΧΑ σύστημα), λαμβάνεται από τον σταθμό βάσης (πάροχος τηλεφωνίας) για "καθαρισμό", και φτάνει τελικά στο ακουστικό του παραλήπτη στη μορφή  $\hat{x}[n]$  (δέκτης), η οποία πρέπει να είναι πολύ κοντά στο αρχικό x[n]. Σε όρους επεξεργασίας σήματος, το κανάλι του παραδείγματός μας μοντελοποιείται ως

$$H(z) = \frac{(1 - 1.25e^{j\pi/4}z^{-1})(1 - 1.25e^{-j\pi/4}z^{-1})}{(1 - 0.97e^{j3\pi/4}z^{-1})(1 - 0.97e^{-j3\pi/4}z^{-1})}$$
(5)

δηλ. αποτελείται από δυο πόλους και δυο μηδενικά. Ο πάροχος τηλεφωνίας λαμβάνει αρχικά το σήμα φωνής και προτού το στείλει στον δέκτη, ανιχνεύει το κανάλι H(z), και προσπαθεί να ακυρώσει την επίδραση του επάνω στο σήμα φωνής του πομπού. Δυστυχώς διαπιστώνει ότι το σύστημα H(z) δεν έχει ευσταθές και αιτιατό αντίστροφο σύστημα, οπότε πρέπει να βρει μια άλλη λύση. Χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις conv, filter, pezw2, wavread, soundsc, stem, γράψτε και παραδώστε κώδικα σε ένα script αρχείο MATLAB, ο οποίος εκτελεί τα παρακάτω:

- i. Παράγει το γράφημα της pezw2 για το δοθέν σύστημα H(z).
- ii. Φορτώνει το αρχείο sampleLab4.wav που σας δίνεται, το οποίο είναι το σήμα φωνής που λαμβάνει ο πάροχος και πρέπει να παραδώσει καθαρό στον πελάτη-δέκτη. Ακούστε το, και παραδώστε το γράφημά του (εντολή stem).
- iii. Εξηγήστε απλά με λόγια γιατί το H(z) δεν έχει ευσταθές και αιτιατό αντίστροφο.
- iv. Βρείτε στο χαρτί σας ένα άλλο σύστημα  $H_{min}(z)$  που να έχει την ίδια απόκριση πλάτους με το δοθέν σύστημα H(z). Καλέστε κατάλληλα τη συνάρτηση pezw2 για να απεικονίσετε τα γραφήματα αυτού του συστήματος. Βεβαιωθείτε ότι όντως έχει την ίδια απόκριση πλάτους με το H(z).
- ν. Καλέστε την pezw2 για να σας απεικονίσει το avτίστροφο σύστημα  $H^i_{min}(z)=1/H_{min}(z)$ . Γράψτε την πλήρη μαθηματική του μορφή.
- νι. Ακυρώστε την επίδραση του συστήματος H(z) (όσο αυτό γίνεται) φιλτράροντας το σήμα που σας δίνεται μέσα από το σύστημα  $H^i_{min}(z)$  που βρήκατε.
- vii. Σχεδιάστε (εντολή plot) τα δυο σήματα πριν και μετά το φιλτράρισμα. Ακούστε τα. Σχολιάστε.

Για την παράδοση του εργαστηρίου, γράψτε **πλήρη** αναφορά, συμπεριλαμβάνοντας απαντήσεις σε όλα τα θεωρητικά ερωτήματα του εργαστηρίου, καθώς και διαγράμματα/γραφήματα/εικόνες με τα αποτελέσματά σας, και συμπεριλάβετε τον όποιο κώδικα MATLAB σε *ξεχωριστά* .m files.

Η παράδοση γίνεται αποκλειστικά με το πρόγραμμα TURNIN.

Ανάθεση: 14/11/2016

Προθεσμία: 27/12/2016, 23:59:59 (TURNIN timestamp)