

Name : Klodjan Hidri
AM: 2726
login: hidri@csd.uoc.gr

Ασκηση 4:

παίρνει: $\sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] u[n-k] \Rightarrow \sum_{k=-\infty}^{\infty} (k+1) a^k u[k] u[n-k] \Rightarrow$

$$\sum_{k=0}^n (k+1) a^k u[n-k] \Rightarrow \sum_{k=0}^n (k+1) a^k \quad \text{από το hint}$$

της ασκήσης το άθροισμα που προσκύφει λύνεται με

$$\frac{d}{da} \sum_{k=0}^{n+1} a^k \quad \text{και το άθροισμα} \quad \sum_{k=0}^{n+1} a^k \quad \text{από}$$

στην θεωρία αλγεβρας

$$\sum_{k=0}^{N-1} a^k = \frac{1-a^N}{1-a}$$

οπότε $\sum_{k=0}^{n+1} a^k = \frac{1-a^{n+2}}{1-a} \Rightarrow$

$$\frac{d}{da} \left(\frac{1-a^{n+2}}{1-a} \right) \Rightarrow \text{θα λύσουμε την παράγωγο:}$$

$$\frac{[(1-a) \cdot \frac{d}{da} [1-a^{n+2}]] - [\frac{d}{da} [1-a] \cdot (1-a^{n+2})]}{(1-a)^2} =$$

$$\frac{[(1-a) \cdot (0 - (n+2)a^{n+1})] - [(0-1)(1-a^{n+2})]}{(1-a)^2} \Rightarrow$$

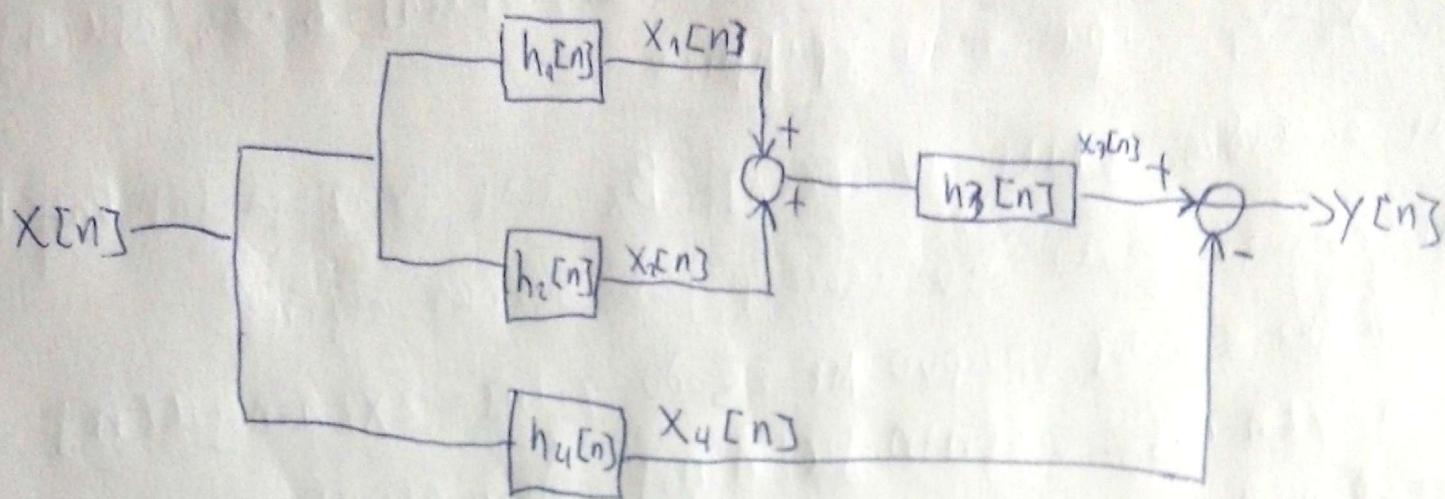
$$\frac{-a^{n+2} - (n+2)(1-a) \cdot a^{n+1} + 1}{(1-a)^2} \Rightarrow \frac{1}{(1-a)^2} - \frac{a^{n+2}}{(1-a)^2} - \frac{(n+2)(1-a)a^{n+1}}{(1-a)^2} \Rightarrow$$

$$\left\{ \frac{1}{(1-a)^2} - \frac{a^2}{(1-a)^2} a^n - \frac{a}{(1-a)} (n+2) a^n \right\} \quad \text{για } n \geq 0 \text{ τελικά}$$

$$s[n] = \left[\frac{1}{(1-a)^2} - \frac{a^2}{(1-a)^2} a^n - \frac{a}{1-a} (n+2) a^n \right] u[n]$$

Ερώτηση 2:

Εστω ότι ονομαζω τα εξής σήματα $X_1[n]$, $X_2[n]$, $X_3[n]$, $X_4[n]$ πάνω στο διάγραμμα:



οπότε έχουμε:

$$X_1[n] = X[n] * h_1[n]$$

$$X_2[n] = X[n] * h_2[n]$$

$$X_3[n] = (X[n] * h_1[n] + X[n] * h_2[n]) * h_3[n]$$

$$X_4[n] = X[n] * h_4[n]$$

$$Y[n] = X_3[n] - X_4[n] \Rightarrow$$

$$Y[n] = (X[n] * h_1[n] + X[n] * h_2[n]) * h_3[n] - X[n] * h_4[n] \Rightarrow$$

$$Y[n] = X[n] * (h_1[n] * h_3[n] + h_2[n] * h_3[n]) - X[n] * h_4[n] \Rightarrow$$

$$Y[n] = X[n] * [h_1[n] * h_3[n] + h_2[n] * h_3[n] - h_4[n]]$$

$$Y[n] = X[n] * [u[n] * \delta[n-2] + (u[n+2] - u[n]) * \delta[n-2] - a^n u[n]]$$

$$Y[n] = X[n] * [u[n-2] + u[n] - u[n-2] - a^n u[n]] \Rightarrow$$

$$Y[n] = X[n] * [u[n] - a^n u[n]] \Rightarrow$$

$$h_{\text{overall}} = u[n] - a^n u[n] = (1 - a^n) u[n]$$

Άσκηση 3:

$$T y[n] = 2x[n]u[n]$$

α) Για να είναι γραμμικό πρέπει $T[a_1x_1[n] + b_2x_2[n]] = a_1T[x_1[n]] + b_2T[x_2[n]]$

για $x_1[n]$ η εξόδος θα είναι $y_1[n] = 2x_1[n]u[n]$

για $x_2[n]$ η εξόδος θα είναι $y_2[n] = 2x_2[n]u[n]$

για είσοδο $a_1x_1[n] + b_2x_2[n] \Rightarrow y_3[n] = [a_1 \cdot 2x_1[n]u[n] + b_2 \cdot 2x_2[n]u[n]]$

και $y_4 = a_1T[x_1[n]] + b_2T[x_2[n]] = [a_1 \cdot 2x_1[n]u[n] + b_2 \cdot 2x_2[n]u[n]]$

το $y_3 = y_4$ ορα είναι γραμμικό

β) Είναι ευσταθές γιατί αν $|x[n]| < B_x$ τότε $|y[n]| = |2x[n]u[n]| < B_x$

γ) είναι αβίατο γιατί δεν απαιτεί μελλοντική τιμή

δ) για είσοδο $x[n-n_0]$ παίρνουμε εξόδο $y_0[n] = 2x[n-n_0]u[n]$
 ενώ η $y[n-n_0] = 2x[n-n_0]u[n-n_0]$ δεν είναι χρονικό
 αμφισβηλητό.

$$ii) x[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k+2]$$

για $x_1[n]$ η εξόδος $y_1[n] = \sum a_1x_1[k+2]$

για $x_2[n]$ η εξόδος $y_2[n] = \sum b_2x_2[k+2]$

$$y_3 = \sum_{k=-\infty}^n a_1x_1[k+2] + b_2x_2[k+2]$$

$$y_3 = \sum_{k=-\infty}^n a_1x_1[k+2] + \sum_{k=-\infty}^n b_2x_2[k+2]$$

$$y_3 = a_1 \sum x_1[k+2] + b_2 \sum x_2[k+2]$$

$$y_4 = a_1T[x_1[n]] + b_2T[x_2[n]] = a_1 \sum_{k=-\infty}^n x_1[k+2] + b_2 \sum_{k=-\infty}^n x_2[k+2]$$

$y_3 = y_4$ ορα είναι γραμμικό

β) Αν $|x[n]| < b_x$ τότε $|y[n]| = \left| \sum_{k=-\infty}^n x[k+2] \right| \leq \sum_{k=-\infty}^n |x[k+2]| \leq \infty$
~~δεν~~ δεν είναι ευσταθές

γ) δεν είναι αβίατο διότι όταν $n \geq -1$ θα απαιτεί μελλοντικές

για ~~για~~ $y[n-n_0] = \sum_{k=-\infty}^{n-n_0} x[k+2]$

για εισοδο $x[n-n_0] \Rightarrow$ ~~$y_0[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k+2-n_0]$~~ \Rightarrow

$$y_0[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k+2-n_0] \Rightarrow y_0[n] = \sum_{k=-\infty}^{n-n_0} x[k+2]$$

αρα ειναι Χρονικο Αμειταβλητο

II $y[n] = \cos(2\pi a X[n+1]) + x[n]$

για $X_1[n]$ η $Y_1[n] = \cos(2\pi a X_1[n+1]) + a X_1[n]$

για $X_2[n]$ η $Y_2[n] = \cos(2\pi b X_2[n+1]) + b X_2[n]$

$$Y_3[n] = \cos(2\pi a X_1[n+1] + 2\pi b X_2[n+1]) + a X_1[n] + b X_2[n]$$

$$Y_4[n] = \cos(2\pi a X_1[n+1]) + a X_1[n] + \cos(2\pi b X_2[n+1]) + b X_2[n]$$

το $Y_3[n] \neq Y_4[n]$ δεν ειναι γραμμικο

δεν ειναι αιτιατο για το $x[n+1]$ υπαιρει μελλοντικες τιμες

για εισοδο $x[n-n_0]$ περνουμε εξοδο

$$y_0[n] = \cos(2\pi x[n+1-n_0]) + x[n-n_0]$$

ειναι $y[n-n_0] = \cos(2\pi x[n+1-n_0]) + x[n-n_0]$

αρα ειναι χρονικο αμειταβλητο.

Άσκηση 4

$$2) \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[n]y[n-k] \Rightarrow \sum_{k=-\infty}^{\infty} u[k+3]u[n-k-3] = \sum_{k=-3}^{\infty} u[n-k-3] \Rightarrow \sum_{k=-3}^{n-3}$$

$$11) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^k u[n]u[n-k+2] \Rightarrow \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^k u[n-k+2] \Rightarrow \sum_{k=0}^{n+2} \left(\frac{1}{4}\right)^k \Rightarrow$$

από το αθροισμα

$$\sum_{n=0}^{N-1} a^n = \frac{1-N}{1-a}$$

$$\sum_{k=0}^{n+2} \left(\frac{1}{4}\right)^k = \frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+2}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+2}}{\frac{3}{4}}$$

$$111) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k u[k+2] \gamma^{|n-k|} \Rightarrow \sum_{k=-2}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k \gamma^{|n|+|k|} \Rightarrow \sum_{k=-2}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k \gamma^{|n|} \cdot \gamma^{|k|} \Rightarrow$$

$$\gamma^{|n|} \sum_{k=-2}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k \gamma^{|k|} \Rightarrow \gamma^{|n|} \left[\sum_{k=-2}^{-1} \left(\frac{1}{2}\right)^k \gamma^{|k|} + \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k \gamma^k \right] = \gamma^{|n|} \left[4\gamma^2 + 2\gamma + \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{\gamma}{2}\right)^k \right]$$

αν $1 \leq \gamma < 2$ έχουμε $\gamma^{|n|} \left(4\gamma^2 + 2\gamma + \frac{1}{1-\frac{\gamma}{2}} \right) = \gamma^{|n|} \left[4\gamma^2 + 2\gamma + \frac{2}{2-\gamma} \right]$

$\left| \frac{\gamma}{2} \right| < 1$

Άσκηση 5:

$$1) y[n] - \frac{1}{2}y[n-1] = 2x[n]$$

το πολυωνυμο είναι πρώτου βαθμού :

$$\gamma - \frac{1}{2} = 0 \text{ ορα } \gamma_1 = \frac{1}{2} \text{ σταθερός } n$$

αποκρυσση μηδενικής εισόδου είναι :

$$y_{zi}[n] = C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^n \text{ οι αρχικές συνθήκες είναι } y[n] = 3$$

$$y_{zi}[-1] = C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \Big|_{n=-1} \quad C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 3 \Rightarrow C_1 \cdot 2 = 3$$

$$C_1 = \frac{3}{2}$$

5

με σχέση η απόκριση μηδενικής εισόδου είναι

$$y_{zi}[n] = \left[\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^n \right] u[n] \quad \text{για } n \geq 0$$

για την χρονική απόκριση έχουμε $x[n] = \delta[n]$, το σύστημα δεν είναι σε ηρεμία οπότε $y[-1] = 3$:

το $y[n] - \frac{1}{2}y[n-1] = 2x[n]$ γραφίζεται :

$$h[n] - \frac{1}{2}h[n-1] = \delta[n] \Rightarrow \text{η ρηδα χαρ. πολυωνυμου}$$

$$r - \frac{1}{2} = 0 \quad \boxed{r = \frac{1}{2}}$$

για $n=0$ $h[0] - \frac{1}{2}h[-1] = 1 \Rightarrow$ όπως $h[-1] = y[-1] = 3$

$$h[0] - \frac{1}{2} \cdot 3 = 1 \Rightarrow$$

$$h[0] - \frac{3}{2} = 1 \Rightarrow \boxed{h[0] = \frac{5}{2}}$$

$$h[n] = c_1 \left(\frac{1}{2} \right)^n u[n] \Rightarrow \text{Βρίσκουμε το } c_1:$$

$$h[0] = c_1 \left(\frac{1}{2} \right)^0 u[0] \Rightarrow c_1 \cdot 1 \cdot 1 = \frac{5}{2} \Rightarrow c_1 = \frac{5}{2} = 1$$

$$\boxed{h[n] = \frac{5}{2} \left(\frac{1}{2} \right)^n u[n]}$$

και επειδή η είσοδος είναι ~~2x[n]~~ $2x[n]$

η χρονική απόκριση του συστήματος είναι

$$h_g[n] = 2h[n]$$

$$h_g[n] = 2 \cdot \frac{5}{2} \left(\frac{1}{2} \right)^n u[n] \Rightarrow$$

$$\boxed{h_g[n] = 5 \left(\frac{1}{2} \right)^n u[n]}$$

Η απόκριση μηδενικής κατάστασης είναι :

$$y_{zs}[n] = x[n] * h_g[n] \Rightarrow$$

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{2} \right)^k u[k] \cdot 5 \left(\frac{1}{2} \right)^{n-k} u[n-k] \Rightarrow$$

$$5 \sum_{k=0}^n \left(\frac{1}{2} \right)^k \left(\frac{1}{2} \right)^{n-k} \Rightarrow 5 \left(\frac{1}{2} \right)^n \sum_{k=0}^n \left(\frac{1}{2} \right)^k \left(\frac{1}{2} \right)^{n-k}$$

$$\Rightarrow 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \sum_{k=0}^n \left(\frac{1}{2}\right)^k 2^k \Rightarrow 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot \sum_{k=0}^n \left[-\frac{1}{2} \cdot 2\right]^k \Rightarrow$$

$$5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \sum_{k=0}^n (-1)^k \Rightarrow 5 \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot \left[\frac{1}{2}((-1)^n + 1)\right] \Rightarrow 5 \left(\frac{1}{2}\right)^n \left[\frac{1}{2}(-1)^n + \frac{1}{2}\right] \Rightarrow$$

$$5 \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot \frac{1}{2} \cdot (-1)^n + \frac{5}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^n = \cancel{5 \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot \frac{1}{2} \cdot (-1)^n} + \frac{5}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow$$

$$\frac{5}{2} \left(-\frac{1}{2}\right)^n + \frac{5}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{5}{2} \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^n + \left(\frac{1}{2}\right)^n \right] \Rightarrow Y_{zs}[n] = \frac{5}{2} \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^n + \left(\frac{1}{2}\right)^n \right] u[n]$$

$$\cancel{Y_t[n]} \quad Y_t[n] = Y_{zi}[n] + Y_{zs}[n] \Rightarrow$$

$$Y_t[n] = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] + \frac{5}{2} \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^n + \left(\frac{1}{2}\right)^n \right] u[n]$$

$$11) Y[n] - \frac{1}{9} Y[n-2] = X[n-1] \quad \text{για } Y[-1]=1 \quad Y[-2]=0$$

Το πολυωνυμο στην εξίσωση:

$$r - \frac{1}{9} = 0 \Rightarrow r = \frac{1}{9} \Rightarrow$$

$$Y_{zi}[n] = C_1 \left(\frac{1}{9}\right)^n \quad \text{για } Y[-1]=1 \Rightarrow$$

$$Y_{zi}[-1] = C_1 \left(\frac{1}{9}\right)^{-1} = 1 \Rightarrow C_1 \cdot 9 = 1 \Rightarrow \boxed{C_1 = \frac{1}{9}}$$

$$Y_{zi}[-2] = C_1 \left(\frac{1}{9}\right)^{-2} = 0 \Rightarrow C_2 \cdot 81 = 0 \Rightarrow \boxed{C_2 = 0}$$

another zero-input response:

$$Y_{zi}[n] = \frac{1}{9} \left(\frac{1}{9}\right)^n \Rightarrow$$

$$Y_{zi}[n] = \left(\frac{1}{9}\right)^{n+1} u[n]$$

$$Y_{z5}[n] = \left[\left(\frac{1}{9} \right) \cdot \frac{1-y^n}{8} \right] u[n]$$

$$Y_t[n] = Y_{zi}[n] + Y_{z5}[n] \Rightarrow$$

$$Y_t[n] = \left(\frac{1}{9} \right)^{n+1} u[n] + \left[\left(\frac{1}{9} \right)^n \frac{1-y^n}{8} \right] u[n]$$

Ασκηση 6

ii) $Y[n] + 0.1Y[n-1] - 0.06Y[n-2] = X[n] - 2X[n-1]$

το σύστημα βρίσκεται σε ηρεμία για $Y[-1], Y[-2] = 0$

Βήμα 1: Ρίζες του $\gamma^2 + 0.1\gamma - 0.06 = 0 \Rightarrow (\gamma - 0.2)(\gamma + 0.3)$

με $\gamma_1 = 0.2, \gamma_2 = -0.3$

η ομογενής λύση: $Y_h[n] = C_1(0.2)^n + C_2(-0.3)^n$

Βήμα 2: το σύστημα είναι αδιαφοροποίητο η $X[n] = \delta[n]$ και $h[n] = 0 \quad n < 0$;

$$h[n] + 0.1h[n-1] - 0.06h[n-2] = \delta[n] - 2\delta[n-1]$$

για $n=0$

$$h[0] + 0.1h[-1] - 0.06h[-2] = \delta[0] - 2\delta[-1]$$

$$h[0] = 1$$

για $n=1$

$$h[1] + 0.1h[0] - 0.06h[-1] = \delta[1] - 2\delta[0]$$

$$h[1] + 0.1 = -2$$

$$h[1] = -2 - 0.1 \Rightarrow$$

$$h[1] = -2.1$$

$$Y_h[0] = C_1(0.2)^0 + C_2(-0.3)^0 = h[0] \Rightarrow$$

$$Y_h[0] = C_1 + C_2 = 1$$

$$Y_h[1] = C_1(0.2)^1 + C_2(-0.3)^1 = h[1] \Rightarrow$$

$$C_1 \cdot 0.2 - C_2 \cdot 0.3 = -2.1$$

πρέπει να λύσουμε το σύστημα $C_1 + C_2 = 1$
 $0.2C_1 - 0.3C_2 = -2.1$

$$\begin{matrix} C_1 = -3.6 \\ C_2 = 4.6 \end{matrix}$$

Η χρονική απόκριση : $x[n] = \delta[n]$ το σύστημα δεν

πναι σε ηρμία : $y[-1] = 1, y[-2] = 0$

το $y[n] - \frac{1}{g}y[n-2] = x[n-1]$ γραφεται :

$$h[n] - \frac{1}{g}h[n-2] = \delta[n]$$

η ρίζα του χαρακτηριστικού πολυωνυμου :

$$r - \frac{1}{g} = 0$$

$$r = \frac{1}{g}$$

για $n=0$

~~h[0] - \frac{1}{g}h[-2] = 1~~ \Rightarrow

$$h[0] - \frac{1}{g} \cdot 0 = 1$$

$$h[0] = 1$$

$$h[n] = c_1 \left(\frac{1}{g}\right)^n u[n] \quad \text{Βρίσκουμε το } c_1$$

$$h[0] = c_1 \left(\frac{1}{g}\right)^0 u[0] \Rightarrow$$

$$1 = c_1 \cdot 1 \cdot 1 \Rightarrow$$

$$c_1 = 1$$

$$\Rightarrow h[n] = \left(\frac{1}{g}\right)^n u[n]$$

η είσοδος είναι $x[n-1]$ οπότε

η χρονική απόκριση του συστήματος είναι

$$h_g[n] = h[n-1] \Rightarrow$$

$$h_g[n] = \left(\frac{1}{g}\right)^n u[n-1]$$

Η απόκριση μόνιμης κατάστασης :

$$y_{zs}[n] = x[n] * h_g[n] \Rightarrow$$

$$y_{zs}[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} u[k] \left(\frac{1}{g}\right)^{n-k} u[n-k-1] \Rightarrow \sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{1}{g}\right)^{n-k} = \left(\frac{1}{g}\right)^n \cdot \sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{1}{g}\right)^{-k} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{g}\right)^n \sum_{k=0}^{n-1} g^k \Rightarrow \left(\frac{1}{g}\right)^n \cdot \frac{1-g^n}{1-g} = \left(\frac{1}{g}\right)^n \cdot \frac{1-g^n}{-g} \Rightarrow$$

οπότε η ~~αριθμητική~~ χρονική αποκρίση :

$$h[n] = [-3.6(0.2)^n + 4.6(-0.3)^n] u[n]$$

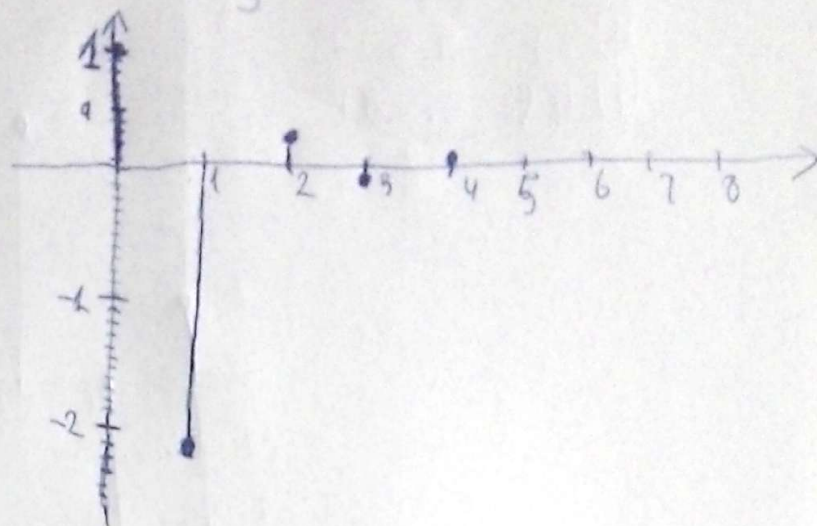
για $h[0] = 1.000$

$h[1] = -2.100$

$h[2] = 0.270$

$h[3] = -0.153$

$h[4] = 0.031$



iii) $y[n] + 1.1y[n-1] - 0.26y[n-2] = x[n] - 2x[n-1]$

$\gamma^2 + 1.1\gamma - 0.26 = 0 \quad (\gamma - 0.2)(\gamma + 1.3) \quad \gamma_1 = 0.2, \gamma_2 = -1.3$

$y_h[n] = C_1(0.2)^n + C_2(-1.3)^n$

Το σύστημα είναι αίσιατο οπότε $h[n] = 0 \quad n < 0$, και $x[n] = \delta[n]$

$h[n] + 1.1h[n-1] - 0.26h[n-2] = \delta[n] - 2\delta[n-1]$

για $n=0$

~~$h[0] + 1.1h[-1] - 0.26h[-2] = 1$~~ $h[0] + 1.1h[-1] - 0.26h[-2] = 1$

$h[0] = 1$

για $n=1$

~~$h[1] + 1.1h[0] - 0.26h[-1] = \delta[1] - 2\delta[0]$~~ $h[1] + 1.1h[0] - 0.26h[-1] = \delta[1] - 2\delta[0]$

$h[1] + 1.1 = -2$

$h[1] = -3.1$

$y_h[0] = C_1(0.2)^0 + C_2(-1.3)^0 = h[0] \Rightarrow$

$C_1 + C_2 = 1$

$y_h[1] = C_1(0.2)^1 + C_2(-1.3)^1 = h[1]$

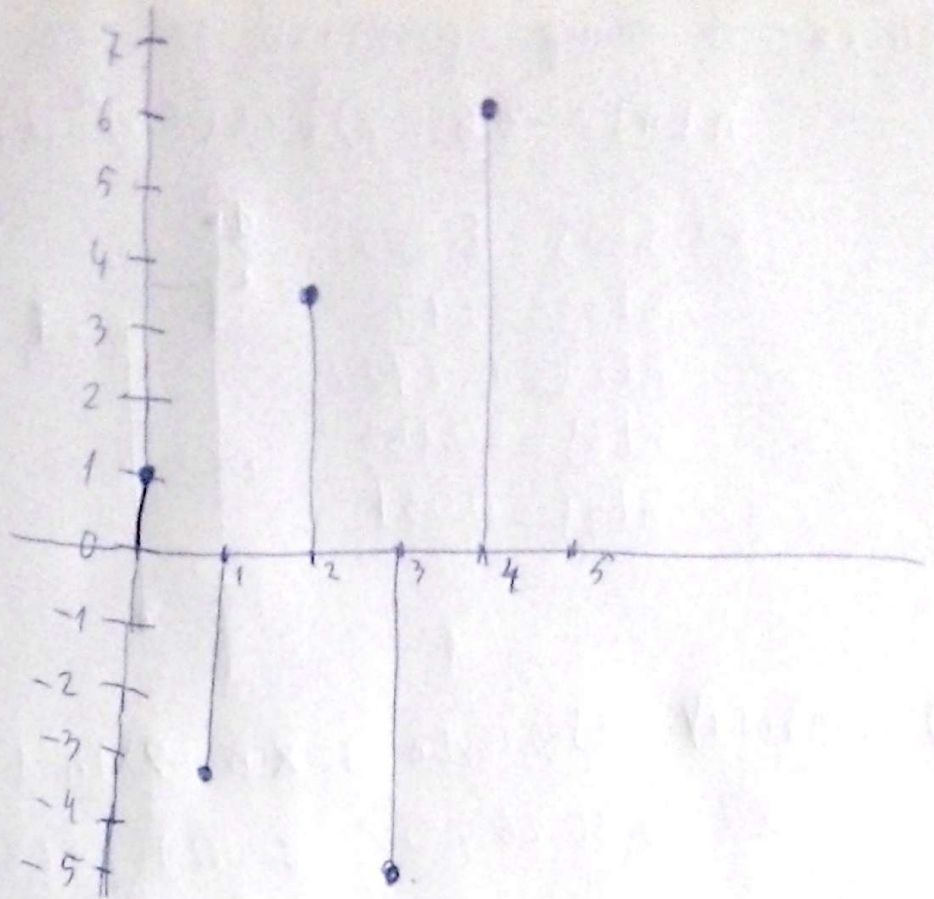
$C_1(0.2) + C_2(-1.3) = -3.1$

λύνουμε $\left\{ \begin{array}{l} C_1 + C_2 = 1 \\ 0.2C_1 - 1.3C_2 = -3.1 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} C_1 = -1.2 \\ C_2 = 2.2 \end{array}$

οπότε η χρονική αποκρίση :

$h[n] = [-1.2(0.2)^n + 2.2(-1.3)^n] u[n]$

για $h[0] = 2.000$
 $h[1] = -3.100$
 $h[2] = 3.670$
 $h[3] = -4.830$
 $h[4] = 6.281$



IV για $x[n] = 2u[n]$ η ~~εισοδος~~ εισοδος του συστήματος

θα είναι

$$x[n] - 2x[n-1]$$

$$\Leftrightarrow \frac{2u[n] - 4u[n-1]}{1 - 2z^{-1}}$$

Με αυτή την εισοδος θα

υλοποιήσουμε την ~~εισοδος~~ ~~εισοδος~~ συνάρτηση filter(b,a,x)

Παρατηρήσεις: Στο πρώτο σύστημα παρατηρούμε ότι για $n=1$ η filter() απαιτεί αρνητική τιμή και για όλες τις υπολοίπες τιμές απαιτεί θετικές τιμές και επίσης όσο το n μεγαλώνει η συνάρτηση φράσσεται σχεδόν στο 2 δηλαδή από την $n > 4$ έχουμε σχεδόν ίδιες τιμές στο 2.

Στο δεύτερο σύστημα παρατηρούμε ότι για $n \leq 4$ έχει σχεδόν τιμές στο 0, και για $n > 4$ οι τιμές του σήματος μεγαλώνουν στο πλάτος και για $n > 4$ και $n = \text{πάρρηξ}$ τιμές το πλάτος μεγαλώνει προς τις αρνητικές τιμές και για $n > 4$ $n = \text{αρτίες}$ τιμές το πλάτος μεγαλώνει προς τις θετικές τιμές. Επίσης όσο το n μεγαλώνει το πλάτος του μεγαλώνει εκθετικά.

