

Name: Klodjan Hidri
AM: 2726
login: hidri@csd.uoc.gr

Askisi 6

i)

α) Ο πόλος εμφανίζεται στην θέση 0.5 μέσα από το μοναδιαίο κύκλο.

β) εμφανίζεται ένα μηδέν διότι αν παραγοντοποιήσουμε με z θα έχουμε $z/z-0.5$ και ο αριθμητής δίνει 0 για $z=0$;

γ) μέγιστο εμφανίζει στο 0. πόλος που βρίσκεται στο 0.5 είναι κοντά στο μοναδιαίο κύκλο με αποτέλεσμα να αυξηθεί το πλάτος της συχνότητας γύρω από το $\omega=0$.

δ) θα εφαρμόσουμε inverse transform Z οπότε $h[n]=0.5^n u[n]$

ε) το σύστημα είναι ευσταθές λόγω του σχήματος που έχει ROC $|z|>0.5$ όπου περιλαμβάνεται ο μοναδιαίος κύκλος, υπάρχει μετασχηματισμός Fourier οπότε είναι ευσταθές

ς) ο κόκκινος κύκλος συμβολίζει τον μοναδιαίο κύκλο.

ζ) στο γράφημα μέτρου της $|H(z)|$ ο πόλος εμφανίζεται στην συντεταγμένη (0,0.5) στο $(\text{img}(z), \text{real}(z))$ με μορφή κυλίνδρου και το μηδενικό εμφανίζεται στην συντεταγμένη (0,0) στο $(\text{img}(z), \text{real}(z))$ με μορφή λακούβας

ii)

α) Το φάσμα πλάτους άλλαξε και αυξήθηκε το πλάτος του στις γειτονικές συχνότητες του $\omega=0$. Αυτό συνεβεί διότι έχουμε έναν πόλο πολύ κοντά στο μοναδιαίο κύκλο και αυτό έχει ως συνέπεια να αυξηθεί πολύ αποτομα τις πλάτες των συχνοτήτων γύρω από το $\omega=0$.

β) η κρουστική αποκρίση μειώνεται εκθετικά πιο αργά διότι τώρα έχουμε $h[n]=0.9^n u[n]$ που σημαίνει ότι είμαστε πιο κοντά στην μονάδα 1 και μειώνεται πιο αργά όσο αυξάνεται η δύναμη του για $n=0,1,2,\dots,k$

γ) το σύστημα είναι ευσταθές παρόλο πλησίασμε πολύ τον μοναδιαίο κύκλο με τον πόλο στην θέση 0.9 ο κύκλος υπάρχει στην περιοχή συγκλήσης διότι έχουμε $|z|>0.9$. Στο σύστημα υπάρχει ο DTFT οπότε είναι ευσταθές το σύστημα.

iii)

α) το φάσμα πλάτους θα αλλάξει ως εξής :

έχουμε έναν πόλο στο $|z|=1$ στην θέση 1 όπου βρίσκεται ο μοναδιαίος κύκλος. Η συχνότητα $\omega=0$ θα έχει άπειρο πλάτος και οι γειτονικές της συχνότητες θα έχουν πολύ μεγάλο πλάτος θα αυξηθούν αποτομα πολύ. Θα έχουμε και ένα μηδενικό στην θέση 0 την οποία δεν επηρεάζει το σύστημα μας ώστε να μειώνει το πλάτος μας.

β) η κρουστική αποκρίση τώρα είναι $h[n]=u[n]$ που σημαίνει ότι θα είναι σταθερή με τιμή 1 για όλες τις τιμές του $n \geq 0$ και για $n < 0$ θα είναι σταθερή με $=0$.

γ) Το σύστημα τώρα δεν είναι ευσταθές γιατί έχουμε πολύ ακριβώς πάνω στο μοναδιαίο κύκλο που σημαίνει ότι ο Fourier Transform απειρίζεται δεν ισχύει ότι $\sum |x[n]| < \infty$ το άθροισμα δεν είναι άθροισμα.

Στο γράφημα φαίνεται ξεκαθάρια στο μέτρο $X(z)$ ο μοναδιαίος κύκλος με το κόκκινο χρώμα διακόπτεται στο $(0,1)$ και πάει στο άπειρο σε αυτό το σημείο. Αρα και με το γράφημα φαίνεται ότι το σύστημα δεν είναι ευσταθές.

iv)

α) το φάσμα πλατους θα είναι όπως το πρώτο σύστημα με $\alpha=0.5$ με λίγη διαφορά ότι στις γειτονικές συχνότητες γύρω από το $\omega=0$ να αυξάνονται στο πλάτος πιο γρήγορα από το $\alpha=0.5$. Αλλά γεννικά όσο απομακρίνεται ο πόλος από το μοναδιαίο κύκλο τόσο μειώνεται το πλάτος στο $\omega=0$ και στα γειτονικά του. Εδώ προφανώς το πλάτος στο $\omega=0$ είναι ίδιο με το πλάτος στο $\omega=0$ στο σύστημα με $\alpha=0.5$ γιατί έχουν ίδια απόσταση με τον μοναδιαίο κύκλο οι πόλοι τους.

β) η κρουστική απόκριση τώρα είναι $h[n] = (3/2)^n u[n]$ που σημαίνει ότι θα αυξάνεται εκθετικά όσο το n μεγαλώνει γιατί εδώ τώρα το α μας είναι μεγαλύτερο της μονάδας $1.5 > 1$ οπότε για $n = \text{arigo}$ η κρουστική απόκριση $= \text{απειρο}$

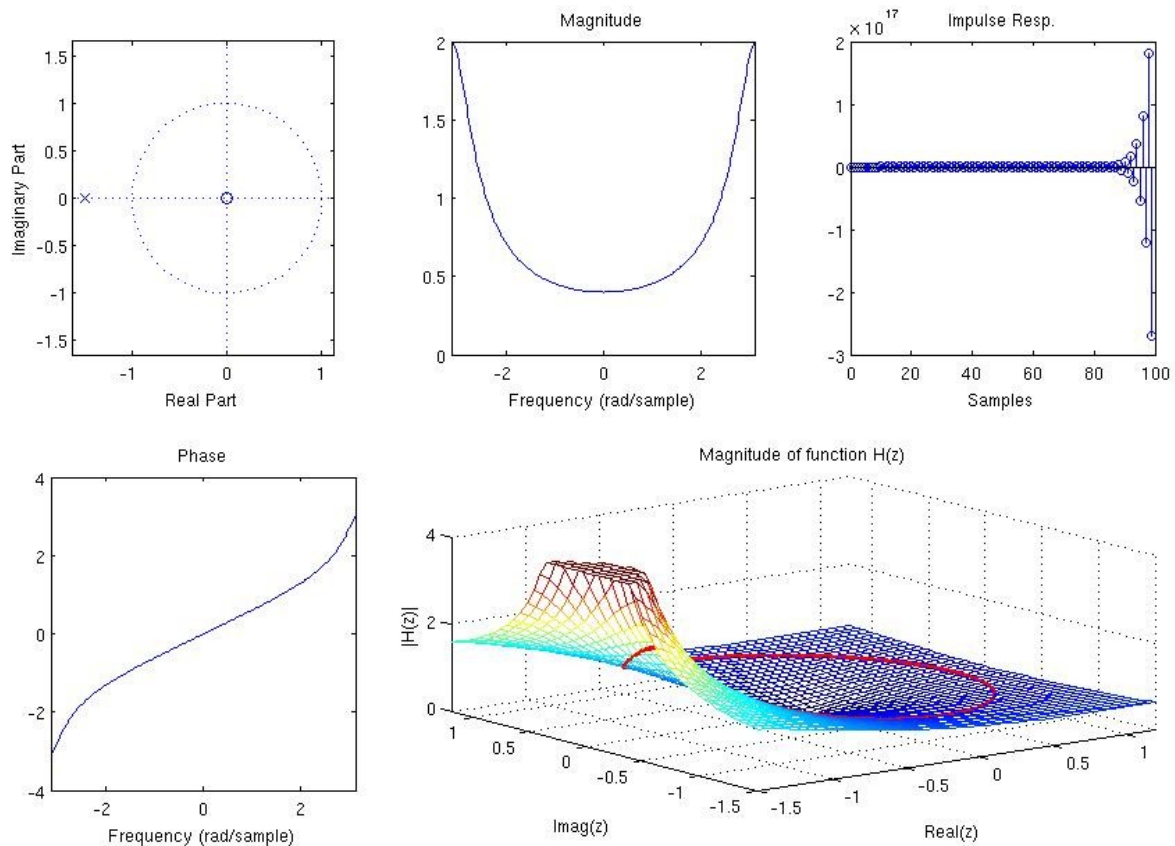
γ) το σύστημα είναι ευσταθές με τον πόλο στην θέση 1.5 γιατί ο μοναδικός κύκλος υπάρχει στην περιοχή σύγκλισης για $|z| < 1.5$. Στο σύστημα υπάρχει ο DTFT οπότε είναι ευσταθές το σύστημα.

v)

α) Η σχέση αυτή διαφέρει στο ότι εδώ έχουμε το σήμα στο χρόνο $x[n] = (-0.9)^n u[n]$ δηλαδή αλλαγή προσήμου στο 0.9 που είχαμε στην σχέση 3.

γ) το σύστημα είναι ευσταθές με τον πόλο στην θέση -0.9 γιατί ο μοναδικός κύκλος υπάρχει στην περιοχή σύγκλισης για $|z| > |-0.9|$. Στο σύστημα υπάρχει ο DTFT οπότε είναι ευσταθές το σύστημα. Και από το γράφημα φαίνεται ο κόκκινος κύκλος οπότε ευσταθές.

vi)



α) Η σχέση αυτή διαφέρει στο ότι εδώ έχουμε το σήμα στο χρόνο $x[n] = (-1.5)^n u[n]$ δηλαδή αλλαγή προσημου στο 1.5 που είχαμε στην σχέση 4.

γ) το σύστημα είναι ευσταθές με τον πόλο στην θέση -1.5 γιατί ο μοναδικός κύκλος υπάρχει στην περιοχή σύγκλισης για $|z| > 1.5$. Στο σύστημα υπάρχει ο DTFT οπότε είναι ευσταθές το σύστημα. Και από το γραφήμα φαίνεται ο κόκκινος κύκλος οπότε ευσταθές.

vii) Όσο ο πόλος κινείται στο πραγματικό άξονα το φάσμα πλάτους αλλάζει συνεχώς: όταν βρίσκεται ο πόλος στις θετικές τιμές του πραγματικού άξονα το φάσμα πλάτους στο $\omega = 0$ το πλάτος έχει το μέγιστο ύψος από όλες τις συχνότητες και όσο πλησιάζει τον μοναδιαίο κύκλο το πλάτος του $\omega = 0$ αυξάνεται παρα πολύ. Όταν βρίσκεται ο πόλος στις αρνητικές τιμές του πραγματικού άξονα αλλάζει τελείως πλάτος σε σχέση με τις θετικές τιμές των πόλων. Οι συχνότητες γύρω από το $\omega = 0$ και για το $\omega = 0$ το πλάτος αυτών των συχνοτήτων μειώνεται δραματικά και όσο απομακρυνόμαστε από το $\omega = 0$ δηλαδή στα άκρα του φάσματος το πλάτος μεγαλώνει και όσο πιο κοντά ο πόλος στο μοναδιαίο κύκλο τόσο πιο πολύ αυξάνεται το πλάτος στα άκρα του φάσματος.