

Teil I

Raumtemperatur

Ina steht im Wohnzimmer und beobachtet das Thermometer. 20 Grad. Sie geht auf den Balkon. Dort hat es 10 Grad.

Ina: Heut werd ich nicht draussen essen.

Markus: Gut dass es Wände gibt. Du hast Holzwände. Ich könnte die Temperatur innerhalb der Holzwand ausrechnen.

I: Und ich hab einen neuen Lippenstift. Die Wand hat irgendwas zwischen 10 und 20 Grad. Gut dass du gekommen bist, meine Stelze ist hervorragend.

M: Ich mein aber das Temperaturgefälle vom Wohnzimmer zum Balkon. Te von ix. Oder Hingeschrieben: $T(x)$

I: Was sollen die ganzen x immer. Mir kommt vor, x kann alles mögliche bedeuten.

M: Aja, die x bedeuten hier den Ort. Ich beginne jetzt mal von ganz vorne. Vielleicht weiter vorne als dir lieb ist. Die Genesis nach Markus.

I: Okok.

M: Am Anfang und im Mittelpunkt steht der Mensch. Also ich, da bin ich unbescheiden. Und dann verwende ich eine Fähigkeit, die nur Menschen besitzen. Nämlich ich sehe mich selbst von Außen. Tiere können das nicht. Das nennt sich Selbst-Bewusstsein.

I: Ah, das ist geil. Ich sehe mich schön, beliebt bei allen, witzig!

M: In dem Fall seh ich mich die allermeiste Zeit als Strichmännchen. Keine Hosen, keine Haare. Und außer mir existiert im ersten Moment erstmal nix.

I: Mooooooment, ich bin auch da! Mich mag jeder! Das wär ja noch schöner. Denkst du mich auch als Strichmännchen? Was soll man da erwarten von jemandem der sich selbst als Strichmännchen denkt.

M: Also zur Erklärung der x bist du noch nicht denknotwendig, daher bist du tatsächlich noch nicht da. Aber ich kann dich hineindenken, weil du's bist.

I: Ich bitte darum, aber mit Haaren. Warum geh ich sonst zum Frisör.

M: Haare sind sowas von denkunnotwendig, das ist zu viel verlangt. Du wirst erscheinen, als Strichmännchen, zu mehr reicht meine Denkkapazität nicht.

I: Das ist eine Frechheit, du bist nicht normal. Aber ich mag dich trotzdem. Hat das Strichmännchen Gefühlsregungen?

M: Ja leider. Jahrhunderte haben wir's geschafft unsere Alter Egos gefühlsfrei zu halten. Aber ja, ich habe eine Gefühlsregung: Überrascht sein. Nämlich dann, wenn ein Spielwürfel ganz oft hintereinander auf die 6 fällt.

I: Na immerhin etwas.

M: Hoffentlich kriegen wir das wieder weg, vielleicht ist es nur eine vorübergehende Krankheit.

I: Wie kommt ihr, du und dein Alter Ego jetzt auf die x .

M: Ich denke mir das Universum also komplett leer, nur ich stehe da. Nachdem ich mich derart selbst gedacht habe erschaffe ich mein Universum. Ich habe zwei Hände, echte Menschenhände diesmal. Babys sind auch immer fasziniert

von ihren eigenen Händen, das hat wohl seinen Grund. Auf der einen Seite ist die linke Hand auf der anderen Seite rechts. Merkst du, wir haben jetzt links und rechts auf Grundlage der Anatomie eingeführt.

Ich schaue mir beide Fäuste an, strecke den rechten Daumen aus und sage “eins”, denke mir eine 1. Zeigefinger. Sage “zwei”. Denke 2. Mittelfinger, “drei”, 3. So gehts weiter, 4, 5. Linke Hand 6, 7, 8, 9. Sobald ich den kleinen Finger der linken Hand hebe sage ich “einmal durch”, klappe sofort alle Finger wieder zur Faust und sage “null”. So hab ich jetzt mit den Fingern das zählen erfunden. Ich lasse die linke Hand sinken.

Ich hebe die rechte Faust, so wie wenn ich drohen würde “Universum du wirst jetzt erschaffen, ob du willst oder nicht”. Dann strecke ich den Mittelfinger nach oben aus “Fuck you, Universum”. Irgendwie so guts geht halt senkrecht nach oben, das muss nicht genau irgendwo hinzeigen, es ist ja nix da. Im Gegenteil, der Mittelfinger setzt jetzt fest, was oben und unten ist. Dann strecke ich den Daumen nach rechts, es ist ja die rechte Hand. Er sollte nicht schief nach oben zeigen, so gut’s geht geradeaus nach rechts, es ist alles nicht so genau. Und dann den Zeigefinger geradeaus nach vorne. Dazu muss ich die Handfläche vielleicht ein bisschen von mir weg nach oben drehen, nicht vergessen, der Mittelfinger muss dabei weiter nach oben zeigen. Es ist die rechte Hand, der Zeigefinger zeigt also von mir weg, er sollte so wenig wie möglich schief nach oben oder rechts zeigen.

Auf der Handfläche erscheint eine Box. Die zu mir schauende Fläche der Box hat 4 Zahlen drauf, die untereinander stehen.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Die Box hat keine besondere Form, ein beliebiges Kästchen. Die Box kann ein Würfel sein oder ein windschiefes Teil.

Dann erscheint in meiner Linken Hand eine neue Box. Sie sieht ein bisschen anders aus, etwas größer vielleicht, denk dir was aus. Sie trägt die Nummer:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Die stelle ich in Richtung meines Daumens, also recht vom Kästchen auf meiner Hand. Sie bleibt dort, schwebend. Die nächste Box, Nummer $(0, 0, 1, 0)$, geht in Richtung Zeigefinger von der Handbox weg. Die Abstände sind nicht wichtig, auch die Formen der Boxen schauen nicht alle gleich aus. Irgendwelche Kästchen. Ist das geil? Welche Freiheit in der Vorstellung. Die Box $(0, 0, 0, 1)$ geht in Richtung Mittelfinger. Die Box $(0, 0, 0, 2)$ kommt darüber hin. Box $(0, 1, 1, 0)$ diagonal zwischen Daumen und Mittelfinger.

Und so stelle ich Box um Box an ihren Platz, jede hat ihre eigene Nummer. Unendlich in alle drei Fingerrichtungen, diagonal, dazwischen, den ganzen Raum voll.

Damit haben wir die Raumpunkte erdacht. Unsere Raumpunkte sind, weil Kästchen, aus der Nähe betrachtet eben nicht punktförmig. Die die weit weg sind, schauen von mir aus tatsächlich aus wie Punkte. Die genauen Plätze der Boxen sind nicht so wichtig, Hauptsache sie sind in der richtigen Reihenfolge, entsprechend ihrer Seriennummern, in Richtung meiner drei Finger aufgereiht.

Die Matrix, die du dir denkst, sieht wahrscheinlich etwas anders aus als meine. Wir sind uns ja nur über drei Dinge grob einig: Ersten wie es aussieht wenn Daumen, Zeige- und Mittelfinger der rechten Hand in drei verschiedene Richtungen schauen und der Mittelfinger nach oben zeigt. Und zweitens sind wir uns einig wie ein Objekt aussehen muss, damit wir Box dazu sagen. Das hat viel mit unserer Vorstellung des starren Körpers zu tun, es scheint wohl jeder eine Vorstellung zu haben, was ein starrer Körper, also eine Box, ist.

Um etwa Box mit Nummer $(0, -2, 0, 3)$ zu erreichen, machst du, Ina, als Strichmännchen gedacht, zuerst Schritte nach links (nicht rechts, weil minus!), und drei Schritte nach oben. Wir wissen jetzt wie wir den Raum zählen. Die drei unteren Nummern auf einer Box geben die Anzahl der Schritte an, die du in Richtung von Daumen, Zeigefinger und Mittelfinger gehen musst um sie von mir aus zu erreichen.

I: Ein Schritt bringt mich von einer Box zur Anderen. Die Länge des Schrittes ist der Abstand von Mittelpunkt zu Mittelpunkt der Kästchen. Die Abstände kann ich mir frei denken, die Schritte sind also nicht gleich lang.

M: Ja, so ist's verständlich und gut. Ich mess aber die Länge des Schrittes nicht als Abstand von Mittelpunkt zu Mittelpunkt. Ich nehme zwei mal den Abstand vom Mittelpunkt der Box zur Wand der selben Box. Oder vom Mittelpunkt zur Ecke, je nachdem in welche Richtung du gehen willst.

I: Warum machst du das so komisch?

M: Weil ich damit leichter denken und rechnen kann. Du machst einen Schritt von einer Box zur nächsten, und ich weiss sofort die Länge des Schrittes in Centimetern, und das nur in dem ich die eine Box ansehe, die du verlassen hast. Ich muss mich nicht um die Form und Grösse der anderen Box kümmern. Ich muss nicht out of the Box denken. Du musst mir nur die Richtung deines Schrittes sagen. Die Länge des Schrittes ist eine Eigenschaft der aktuellen Box selbst und aus. Es gibt übrigens 14 Richtungen von der Mitte aus. 6 zu den Flächen und 8 zu den Ecken.

I: Ich denke mir einfach alle Boxen als gleich große Würfel, nicht als beliebige Boxen, die alle anders aussehen. Und ohne Abstände dazwischen. Dann kommt's auf dasselbe hinaus. Zweimal der Abstand Mittelpunkt zu Wand ist dann dasselbe wie der Abstand zum Mittelpunkt der nächsten Box.

M: Du nimmst dir da einiges an Freiheit heraus, aber es ist dein Universum. In der Tat kannst du die Abstände der Kästchen nach Belieben wählen, sie haben keine Bedeutung. Die Form der Kästchen haben sehr wohl Bedeutung, weil die Form ja die Länge des Schrittes angibt. Bei hohen Geschwindigkeiten wirst du mit Würfeln aber auf die Nase fallen. Ich sag nur Relativitätstheorie.

Und ohne Zwischenraum geht's im Allgemeinen nicht, bei gleich grossen Würfeln oder auch Quadern gehts aber tatsächlich lückenlos.

Newton selbst war mit diesem Würfelraum aber schon unzufrieden, er hat die Würfel die sich nicht ändern äußerst ungern gemocht. Es war seine großes Genie dass er die Krot geschluckt und sein grandioses System auf ein ungeliebtes Fundament gebaut hat.

Also, ich denke mir die Raumpunkte vorerst auch als kleine Würfel. Aber ich denke mir leeren, unphysikalischen Raum dazwischen. Unphysikalisch deswegen, weil dieser Raum nicht zählt bei der Bestimmung der Schrittweiten.

Jetzt zur Holzwand. Das Thermometer am Balkon zeigt 10 Grad an. Das Thermometer im Wohnzimmer zeigt 20 Grad an. Jetzt denk ich mir mein Universum quasi darübergerlegt, an der stelle der Thermometer erscheinen Boxen. Jetzt kann ich mit den Formeln der Physik die Temperatur für eine Box an einer Stelle im inneren der Holzwand ausrechnen. Ich errechne etwa einen Wert von 15 Grad für die Box in der Mitte. Wenn dann eine Sonde, die ich über ein gebohrtes Loch in die Holzwand halte, einen Wert von 30 Grad anzeigt, dann bin ich auf die Nase gefallen. Irgendwas hab ich falsch errechnet oder was vergessen, vielleicht das Heizungsrohr das dort verläuft. Oder die Holzart spielt eine Rolle. Das muss ich dann irgendwie einbauen in mein erdachtes Universum.

I: Ich hab immer den Eindruck, dass in deinen "Formeln der Physik" immer nur Buchstaben, vielleicht sogar griechische, vorkommen. Gar keine Zahlen.

M: Daran scheitern tatsächlich die Meisten. Im Grunde liegt das daran, dass die Formulierung des Problems immer Allgemein gehalten wird: "Seien die Temperaturen einer Holzwand der Dicke Dw auf den beiden Wandseiten gegeben durch Tb und Tw . Wie groß ist die Temperatur $T(x)$ an einem Ort x innerhalb der Wand."

I: Da wird mir schwindlig, ich geb auf.

M: Mir wird auch schwindlig bei sowas. Deswegen scheitern die Meisten komplett, weil sie sich nix unter dem Ganzen vorstellen können. Und sie haben mehr Angst als Vertrauen. Vielleicht interessiert sie das Ganze auch zu wenig, das ist auch ok. Es gibt so viele schöne Sachen auf der Welt und das Leben ist kurz. Mich aber interessiert und ich habe Vertrauen. Ohne Vertrauen, manche nennen es Glauben, geht's nicht. Ich kenne nämlich Ina, und die weiss alles. Bis ins kleinste Detail. Ich muss das selber nicht alles auf einmal durchblicken. Leider ist Ina grad nicht da, das ist mein großer Nachteil.

I: Ja, das ist dein riesengroßer Nachteil, dass ich grad nicht da bin. Aber ich muss grad meinem Nachhilfeschüler Mathe beibringen. Ich kann ja nicht überall sein.

M: Als erstes definiere ich: "Temperatur ist jene physikalische Größe die von einem Thermometer gemessen wird." Dann gebe ich der physikalischen Größe Temperatur einen Kurznamen. T . Es ist immer ein einzelner großer Buchstabe.

Ina kennt den Wert von T in jeder Box. Jetzt könnt ich auf Ina warten und inzwischen fernsehen. Oder versuchen erstmal ohne Ina auszukommen, soweit zu arbeiten bis wirklich nix mehr geht und ich die Ina fragen gehen muss. Ich frage aber ungern. Sehr ungern. Davor schöpf ich alle Möglichkeiten des Denkens aus.

I: Ja, dann wurstel erstmal allein rum. Geschieht dir ganz recht wenn du nicht fragen gehen willst.

M: Ich schreibe also für den Wert von T , eine Zahl die nur Ina kennt, etwas anderes hin: den Namen T mit einer Klammer dahinter und dann die Adresse einer Box: $T(0, 1, 0, 0)$. Name mit Klammer ist immer eine Zahl die nur Ina kennt.

So jetzt die Wand. Ich stelle mir die Wand im Querschnitt vor, in der Ebene die von Mittelfinger und Daumen aufgespannt wird. Ein unendlich hoher Balken, die linke Seite beginnt bei Box $(0, 0, 0, 0)$ und die rechte Seite ist bei Box $(0, Xw, 0, 0)$. Xw ist auch eine Zahl, nämlich die Anzahl der Schritte die nötig sind um die Wand der Breite nach zu durchschreiten. Ein Name mit ein oder mehreren kleinen Buchstaben daneben ist immer eine Zahl, so wie auch ein Name mit Klammer. Wie immer kennt die Zahl Xw natürlich nur die Ina. Wie du siehst habe ich der physikalischen Größe "Anzahl von Schritten" den Kurznamen X verpasst.

I: Die Zahl Xw wüsstest du wohl gern. Musst nur fragen.

M: Nicht um die Burg. Brauch ich nicht. Sodala, Zeit für ein physikalisches Gesetz: Die Temperatur in einer beliebigen Box ist der Mittelwert der umliegenden Boxen. Ich möchte nur Boxen in Richtung des Daumens betrachten, mein Universum besteht also nur aus einer Reihe von Boxen entlang des Daumens. Die physikalische Größe "Anzahl von Schritten" haben wir oben schon X getauft. Das Gesetz als Gleichung lautet:

$$T(0, X\text{beliebig} + 1, 0, 0) = \frac{1}{2} \cdot [T(0, X\text{beliebig}, 0, 0) + T(0, X\text{beliebig} + 2, 0, 0)]$$

Ich nehme eckige Klammern um anzuzeigen, dass zuerst die Summe gebildet und dann durch 2 dividiert werden muss. Runde Klammern würden vielleicht verwirren. Die Zahl $X\text{beliebig}$ (Name mit kleinen Buchstaben daneben sind immer eine Zahl!) ist was ganz feines: ich kann jede Zahl einsetzen die mir einfällt, die Gleichung stimmt immer. Naturgesetze sollten solche beliebig wählbaren Zahlen enthalten, find ich.

Jetzt führ ich noch ein paar Abkürzungen ein, damit ich nicht so viel schreiben muss. Sowas mach ich immer. Statt $X\text{beliebig}$ schrieb ich klein x . Klein x ist also ein beliebiger Wert der physikalischen Grösse X . Anders gesagt: eine beliebige Zahl von Schritten. Statt $T(0, x, 0, 0)$ schreibe ich einfach $T(x)$. Diese Abkürzungen sind nur formal, du kannst sie immer durch die komplizierten Ausdrücke ersetzen. Damit kann ich ein physikalisches Gesetz, ein Gebot, formulieren.

Gebot: Die Temperatur $T(x + 1)$ soll in meinem Universum keinen anderen Wert besitzen als

$$T(x + 1) = \frac{1}{2} \cdot [T(x) + T(x + 2)]$$

wir können umformen, sodass $T(x + 2)$ auf der linken Seite steht (du kannst doch noch Gleichungen auflösen? rechne nach!):

Formel für $T(x + 2)$, durch transformieren des Gebots:

$$T(x + 2) = -T(x) + 2 \cdot T(x + 1)$$

Das war eine simple mathematische Transformation, die kann jeder Computer. Anwendung von Regeln. Handwerk. Vielleicht Kunsthandwerk, weil man die richtigen Regeln verwenden muss und richtig anwenden. Ich nenne es Handwerk, im Unterschied zur Kunst. Ohne Abwertung. Ich habe vor einem Kunsthandwerker praktisch immer mehr Achtung als vor einem Künstler.

Jetzt kommt aber eine Umformung, die nicht Handwerk ist. Sie ist künstlich. Dieser nächste Kunstgriff erfordert die Erklärung, die Argumentation des Künstlers und ist verletzlich gegen den Angriff des Kritikers. Auch das Gebot selbst ist letztlich ein Kunstgriff, doch ich erkläre das Gebot nicht, es ist dogmatisch und nicht der Kritik preisgegeben.

Also, das Argument geht folgendermaßen: da x eine beliebige Zahl ist, kann ich das Gebot auch für die Box $x + 3$ hinschreiben. Ich kann also in der Formel x durch $x + 1$ ersetzen. Es ist schon was geiles mit diesen *Xbeliebig* Zahlen. Das macht den Spaß an dem Gesetzen, da hat man so viel Freiheit. Falls du nicht einverstanden bist, bitte ich um deine geneigte Kritik, vielleicht lern ich noch was.

Formel für $T(x + 3)$, durch Kunstgriff aus Formel für $T(x + 2)$ erhalten:

$$T(x + 3) = -T(x + 1) + 2 \cdot T(x + 2)$$

Jetzt kann ich wieder das Handwerk anwenden und die Formel für $T(x + 2)$ in die Formel für $T(x + 3)$ einsetzen und vereinfachen:

$$T(x + 3) = -T(x + 1) + 2 \cdot [-T(x) + 2 \cdot T(x + 1)]$$

$$T(x + 3) = -2 \cdot T(x) + 3 \cdot T(x + 1)$$

Und nochmal das Ganze für die vierte Box. Kunstgriff:

$$T(x + 4) = -T(x + 2) + 2 \cdot T(x + 3)$$

Einsetzungshandwerk und Vereinfachungshandwerk:

$$T(x + 4) = -[-T(x) + 2 \cdot T(x + 1)] + 2 \cdot [-2 \cdot T(x) + 3 \cdot T(x + 1)]$$

$$T(x + 4) = +T(x) - 2 \cdot T(x + 1) - 4 \cdot T(x) + 6 \cdot T(x + 1)$$

$$T(x + 4) = -3 \cdot T(x) + 4 \cdot T(x + 1)$$

Das können wir weiter spinnen. Ich hab das mal gemacht:

$$T(x + 5) = -4 \cdot T(x) + 5 \cdot T(x + 1)$$

$$T(x + 6) = -5 \cdot T(x) + 6 \cdot T(x + 1)$$

$$T(x + 7) = -6 \cdot T(x) + 7 \cdot T(x + 1)$$

Ich kann das beliebig weitertreiben, vielleicht siehst du ja schon vom hinschauen wies weitergeht, aber du kannst auch zu Fuss weiterrechnen, Kunstgriff plus Handwerk.

Jedenfalls kann ich die Temperatur in jeder Box ausrechnen, wenn ich nur die Temperaturen in den ersten beiden Boxen kenne. Schau dir die Gleichungen an und setze $x = 0$, das darfst ja, x ist eine beliebige Zahl. Auf der linken Seite des $=$ steht eine Box die ein paar Schritte entfernt ist, auf der rechten Seite des $=$ stehen immer $T(0)$ und $T(1)$, in jeder der drei oberen Gleichungen. So hab ich's ja auch hingedeichselt mit Handwerk plus Kunstgriff. Das war Absicht.

Jetzt kehrt Ina zurück. Sie kennt die Temperaturen aller Boxen. Ich bitte sie aber nur um zwei Zahlen:

- 1) Temperatur am Balkon. Die Antwort ist 10 Grad.

$$Tb = 10$$

- 2) Temperatur im Wohnzimmer. Die Antwort ist 20 Grad.

$$Tw = 20$$

Damit kann ich schon viel anfangen. Ich könnte auch noch nach der Dicke der Wand fragen, aber ich will nicht. Ich wähle mir die Anzahl der Schritte einfach mal selber aus, nämlich 7:

$$Xb = 7$$

Soweit hab ich nämlich oben gerechnet. Mehr kann ich zur Zeit nicht. Dann muss ich noch eine kleine handwerkliche Umformung machen, nämlich die Temperatur in der ersten Box, $T(1)$, ausdrücken als Formel von $T(0)$ und $T(7)$. Ich weiß:

$$T(7) = -6 \cdot T(0) + 7 \cdot T(1)$$

handwerkliches umformen gibt:

$$T(1) = 1/7 \cdot [T(7) + 6 \cdot T(0)]$$

Die Zahlen 10,20 und 7 eingesetzt:

$$T(1) = 1/7 \cdot [20 + 6 \cdot 10]$$

Das ist 11.43 Grad und ein paar zerquetschte. Damit kann ich mit voller Sicherheit sagen: Die Temperatur im ersten siebtel der Wand auf der Balkonseite ist irgendwo zwischen 10 und 11.44 Grad. Wenn du willst kannst mit einer Sonde nachmessen und schaun ob das stimmt. Wenn du genauere Werte von mir willst, kann ich übrigens die Anzahl der Schritte erhöhen.

Wie du siehst ist es gar nicht nötig, von Anfang an zu wissen, welche Angaben benötigt werden um zu sicheren Aussagen zu kommen.

Natürlich kann ich jetzt auch $T(2) - T(6)$ leicht ausrechnen, ich hab ja $T(0)$ und $T(1)$ und damit kann ich, wie oben bereits festgestellt, die Temperatur in jeder Box berechnen. Problem gelöst.

Teil II

Energie mit Blumen

Ina beobachtet einen Golfball der am Gummiband festgeklebt ist.

M: Gummi plus Ball ist ein physikalisches System. Je mehr du am Gummiband ziehst, desto mehr Energie bekommt das System.

I: Gut, wenn ich anzieh und loslass, dann fliegt der Gummiball irgendwie hin und her. Aber was ist Energie?

M: Meine Antwort ist: "Energie ist das, was das Wasser zum kochen bringt". Und wenn du fertigliest, wirst du eine Idee bekommen, woher das $E = mc^2$ von Einstein kommt¹.

Ich darf erklären: in der Physik gehts letztlich um die Frage: "Wie bring ich das Wasser zum kochen?". Es ist eine "Wie" Frage, darum geht's in den Naturwissenschaften. In deinem Fall musst du den Ball zig mal an den Wassertopf schnalzen lassen damit's wärmer wird.

Es ist nur so, dass auf dem Weg zur Beantwortung der "Wie?" Frage leider die eigentlich unwissenschaftliche "Was?" Frage bisher nicht vermieden werden konnte. "Was bringt das Wasser zum kochen". Die hilflose Antwort: Energie. Je mehr du den Gummi vorm Schnalzen anziehst, desto wärmer wird der Topf pro Schnalzer. Man sagt dann: er bekommt pro Schnalzer Energie. Im 19. Jahrhundert haben sich die Physiker noch getraut, sich Energie als eine Art Stoff vorzustellen der von einem System zum Anderen fließt. Aber das ist heute ein nono, socially unacceptable.

Aber ich tu's trotzdem. Ich hab dir ja erklärt wie ich mein Universum aufbaue. Daumen, Zeigefinger und Mittelfinger geben die drei Raumrichtungen, an jedem Raumpunkt eine hohle Box. Ich nehme die Box hier als würfelförmig an. Aber die Würfel berühren sich nicht, es ist Leere dazwischen, wo nichts ist.

Ich befinde mich damit in der Tradition des Griechen Demokrit, übrigens, der den Dualismus von "Etwas" und "Nichts" verwendet. Parmenides, ein Vorgänger glaub ich, beispielsweise, wollte nur das "Etwas", weil er meinte das "Nichts" ist ja nichts, deswegen kann es das "Nichts" nicht geben. Er hat seinen Punkt, der Parmenides. Er hat daraus gefolgert, dass es keine Veränderung geben kann, durch ganz berühmte und lustige Paradoxien (sagt man Paradoxa?) mit Schildkröten und Pfeilen und so. Veränderung ist nur scheinbar, sagt Parmenides, wie der Mond der ab- und zunimmt, aber das ist nur scheinbar, wegen dem Sonnenschein. Ich find es hat was mit dem Mond. Aber damit komm ich nicht weiter vorerst, obwohl wenn du genau liest, wird dir meine Definition der Zeit weiter unten schon recht fluss- und richtungslos vorkommen, sodass im Endeffekt mein Universum doch wieder eher parmenidisch ist. Leider, muss ich sagen, aber ich kanns nicht anders.

¹Ich hab grad einen Selbstbezug auf diesen Text gemacht, sowas ist immer gefährlich und kann zu Widersprüchen führen wie "alle Kreter lügen". Denn wie sollst du in einem Text Fragen stellen, den du grad selber liest? Das sind die kleinen Freuden des Schreibenden, ich lächle in mich hinein.

Gut, was bringt das Wasser zum kochen? Antwort: Energie. Was ist Energie? Antwort: Das was das Wasser zum kochen bringt. Ich fürchte aus diesem Kreis komm ich nicht raus. Genauso wie die Frage: Was ist das Nichts zwischen den Boxen? Antwort: Das was nicht die Boxen ist. Was sind die Boxen? Hier hab ich eine Chance, es sind starre Körper. Starre Körper sind glaub ich was, wo jeder irgendwie eine Idee davon hat. Der Begriff "Idee" von etwas geht glaub ich auf Plato zurück. Mehr kann ich dazu nicht sagen. Beim besten Willen.

Aber wir können Gebote für die Energie aufstellen. Diese Gebote haben uns die Altvorderen gegeben, die Erfinder der Physik. Wenn wir diese Gebote befolgen, sind wir bisher noch nie auf die Nase gefallen. Dass allererste Gebot der ganzen Physik betrifft die Energie und lautet:

"Du sollst dir kein Universum zusammendenken, in dem Energie ins Nichts verschwindet oder aus dem Nichts auftaucht".

Dieser Satz hat verschiedene Formulierungen. Die Energie im Universum ist konstant, sagt man beispielsweise auch. Das Gebot selbst trägt die Namen "Energiesatz" oder "Erster Hauptsatz der Wärmelehre".

Damit ich nicht immer das ganze Universum denken muss, gibt's den Begriff "isoliertes physikalisches System". Das ist ein Teilbereich des Universums, beispielsweise 100 benachbarte Boxen in alle drei Richtungen. In der Physik geht's praktisch immer um isolierte Systeme, das gesamte Universum zu betrachten erachte ich als schwierig. Vor allem weil ich mir da neben vielem Anderen erstmal im klaren sein muss, ob ich da selbst drin bin oder nicht. Diese Frage möchte ich umgehen. Für so ein isoliertes System tu ich mir leichter, da bin ich nicht drin. Aber ich muss den Zu- und Abfluss der Energie ins restliche Universum genau beschreiben.

Eine einfache Möglichkeit ist, ich mach mein System gerade so gross, dass alles was ich abbilden will, Wände, Golfbälle und so, reinpasst und ich dann sagen kann: es fliesst nix zu und nix ab. Eine System wo keine Energie rein oder rauskommt, nenne ich "konservatives System". In ihm bleibt die Energie erhalten. Es ist ein kleines Universum. Solche Systeme hab ich am liebsten und sehr sehr vieles lässt sich mit der Methode auch abdecken. Gottseidank.

Diese Methode des Isolierens ist extrem mächtig. Es beinhaltet das Prinzip, dass man die Dinge dieser Welt teilen kann, dass es getrennte Objekte gibt. Ich glaube die östlichen Philosophien wollen genau dieses Einteilungsdenken als Schein entlarven und Einsicht in die Einheit der Dinge bekommen. Das mache ich hier ja gerade nicht, im Gegenteil. Diese Idee der Teilung der Dinge schreiben wir Descartes zu, wir bezeichnen ihn als Gründer des Rationalismus. Von ihm stammt das "ich denke, also bin ich". Du siehst hier sicher Parallelen zu meiner Selbstkonstruktion als Strichmännchen das sich das Universum aufbaut. Descartes hatte die Idee vom Dualismus Geist und Materie. Und ich glaube eben auch darauffolgend die Teilung der Materie selbst, aber vielleicht schiebe ich ihm in dem Punkt was unter.

Ich befinde mich mit den Unterschiebern aber in großer Gesellschaft. Newton bezeichnet man ja oft den Erfinder und Verfechter des absoluten Raums. Er selbst hat den absoluten Raum, der nur wirkt und auf den nichts zurückwirkt, nur als schwer zu akzeptierende Hilfskrücke empfunden. Einstein, der ja

mit seiner Allegemeinen Relativitätstheorie diesen Punkt aufhellen konnte, hat die Genialität Newtons gerade darin gesehen, mit einem offenbar für Newton selbst falschen Raumbegriff arbeiten zu können. Erfolg haben heißt offenbar, die richtige Krot zu schlucken aber den Rest dann kompromisslos seinen Zielen unterzuordnen. Du muss daher unterscheiden ob ein Religionsgründer seine Thesen selbst als notwendige Krot oder als Wahrheit ansieht. Leider kommen oft minderwertige Jünger hinzu, die die eigentlich als Krücke und Krot hingenommene Hilfsthese als Wahrheit verkünden, der Gründer selbst wollte das vielleicht gar nicht so verstanden haben.

Und weil wir schon dabei sind, Einstein, dem immer der Spruch "Gott Würfelt nicht" nachgesagt wird, war der, der als Erstes sofort erkannt hat, dass die Existenz von Energiepaketen ein Element des Zufalls bedingt. Einstein hatte nie ein Problem mit Zufall, er hat nur fest an existierende isolierte Körper geglaubt, die Zeit benötigen wenn sie über die Distanz miteinander wechselwirken. Und Schrödinger hat als erstes bemerkt, dass die Verschränkung, eben die Wechselwirkung über Distanz ohne Zeit, DAS neue Element seiner Quantenmechanik ist. Und grad mit dieser Idee der verschränkten Quantenzustände hatten Schrödinger und Einstein ein Riesenproblem, der Zufall in der Physik war ihnen Schnurzippegal. Ich zitiere hier Schrödinger aus seinem Artikel von 1935, Titel: "die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik", es muss sein: "... die 'Antinomien der Verschränkung' entspringen alle aus der einfachen Art, in welcher der Rechenapparat der Quantenmechanik zwei getrennte Systeme gedanklich zu einem einzigen zusammenzufügen erlaubt". Schrödinger findet also, dass der Aufbau des Ganzen aus Teilsystemen in seiner Theorie zu einfach funktioniert. Seine Theorie ist aber die Beste die wir haben zur Beschreibung des Phänomens der Verschränkung. Gut, soviel zum wichtigen und zentralen Begriff des isolierten Systems, ich wollt nur hinweisen, dass in diesem Begriff vielleicht ein Hund begraben ist, den keiner wirklich bezeichnen kann.

Wir merken, in den letzten Sätzen hab ich Worte verwendet wie verschwinden und Zufluss. Untrennbar mit Energie verbunden ist die Zeit, die ich jetzt hinzuerfinde aus meiner Vorstellung von Energie.

Ich stelle mir Energie als ein Haufen Bauklötzchen vor. Es sind ewig viele, eine Unzahl, nicht zum zählen für mich. Aber sie sind alle in der Box auf meiner Hand erstmal. Und dann gibts ein zweites Gebot in der Physik:

"Energie verteilt sich von selbst, wenn man sie nicht daran hindert"

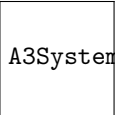
Ausgedrückt mit meinen Bauklötzen stell ich mir das so vor, dass die Hälfte der Bauklötze in meiner Box plötzlich verschwindet. Bemerke bitte, es verschwindet nicht der ganze Berg Energie, nur die Hälfte. Diese Tendenz der Energie sich zu verkrümmeln hat natürlich wieder viele Formulierungen wie "Die Unordnung im Universum steigt". Weil wenn Energie in nur einer Box ist, ist das ordentlicher, wie wenn alles verstreut ist, wie bei der Wäsche. Das Gebot selbst trägt den Namen "Zweiter Hauptsatz der Wärmelehre".

Jetzt stellt sich die Frage: wohin verkrümelt sie sich, die Energie. Da kommt ein neues Gebot rein. Salopp formuliert heißt es: "Egal was du auf der Erde anstellst, du bringst das Wasser auf Andromeda nicht sofort damit zum Kochen." Oder: "Die Geschwindigkeit der Energieübertragung ist endlich und es



IMG_20140318_165024_803_klein.jpg

Abbildung 1: Aufbau des Blumensystems (2D Ansicht)



A3System.png

Abbildung 2: Blumensystem in vier Ansichten, 3D Ansicht

geht nix schneller als diese Energieübertragung". Das Gebot selbst trägt den Namen "Prinzip von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit". Ich weiß nicht, was das Licht so besonders macht², mir kommt vor Energieübertragung ist richtiger. Aber das ist nun wirklich meine Meinung. Ich wähle die Formulierung:

"Die Energie verkrümelt sich in alle Richtungen gleich. Das braucht Zeit. Die Zeit von einer Box zur Anderen Nachbarbox ist definiert als: Zeit ist gleich Schrittweite dividiert durch die Zahl c ".

Der Zahlenwert für c ist immer gleich. Egal wie wir unser Universum denken, egal welches Koordinatensystem, auch für ein anderes Strichmännchen, von dem wir denken, dass es sich ein Universum denkt oder was auch immer. Immer gleich, einfach eine Zahl. Bisher hatte ich die Schrittweiten, das ist der physikalische Weg von einer Box zur Anderen, nie wirklich gebraucht. Ich hatte nur definiert, dass die Schrittweite im Fall dass die Boxen Würfel sind einfach die Seitenlänge des Würfels ist.

Damit ich die Zeit gut definieren kann, werde ich jetzt statt dem Würfel eine Kugel verwenden. Auch der Daumen schaut nicht mehr genau nach rechts sondern etwas nach oben. Der Zeigefinger schaut ein bisschen schräg rechts nach oben. Jede Kugel hat 12 Nachbarn, 6 davon liegen in einer Ebene. Ich habe Bilder gemacht, damit du dir das vorstellen kannst, ich nenne es Blumensystem.

Ein paar Schlagworte zu diesem Blumensystem, ich finde es ganz gut ein paar Referenzen anzugeben, wo dieses System sonst noch auftaucht. Nur nebenbei falls du dich weiter dafür interessierst. In der Festkörperphysik nennt sich dieses System kubisch flächenzentriert, fcc als Abkürzung für face centered cubic. Kupfer, Gold und Silber haben diese Kristallstruktur. Es stellt die dichtest mögliche Kugelpackung dar, also so wie man Kanonenkugeln auf einem Schiff stapeln muss, damit sie möglichst wenig Platz brauchen. Deswegen nennt man diese Kristallstruktur auch cubic close-packed, ccp als Abkürzung.

Ein Mann namens Killing (http://en.wikipedia.org/wiki/Root_system) hat sich im Jahr 1889 mit sogenannten Wurzelsystemen beschäftigt, das sind Sys-

²Parmenides, den wir oben hatten, meinte sogar, dass es ein Fehler war, dem Licht überhaupt einen Namen zu geben. Er hatte ja gemeint das Nichts gibt es nicht und irgendwie war er der Meinung dass Licht eben nichts ist. Deswegen soll man es gar nicht erst benennen.

teme die den Raum aufspannen. Das Blumensystem nannte er A3. Das Koordinatensystem, das ich ursprünglich beschrieben habe mit den Würfeln nennt er übrigens $A1 \times A1 \times A1$. Du siehst schon, das Würfelsystem lässt sich aus 3 eindimensionalen Wurzelsystemen (also die Linie ist ein Wurzelsystem) zusammenbauen, es ist reduzibel. Das Blumensystem ist irreduzibel, es funktioniert erst in 3 Dimensionen. Soviel als Referenz zum Blumensystem.

Wir stellen uns nun alle Kugeln mit 12 Rohren verbunden vor. Die symmetrische Kugelform stellt sicher, dass die Schrittweite zwischen den Kugeln immer dieselbe ist. Die Schrittweite ist ja genau der Durchmesser der Kugel (bitte nicht die Länge der Stäbe, die befinden sich im unphysikalischen Raum). Der Durchmesser der Kugel ist vom Typ der physikalischen Größe Länge, Kurzname L , der Durchmesser hat den Wert Lm , so lege ich das fest. Auch die Kugeln tragen vier Nummern. Damit kann ich jetzt einen Weg angeben wie ich die Zeit messe. Merke: Zeit macht damit vorerst nur in einem Universum mit Kugeln und 12 Nachbarn Sinn.

Ich schlage vor: wenn Energie von 12 Seiten Gleichzeitig in einer Kugel eintrifft, dann wird der Zeitzähler dieser Kugel um 1 erhöht. Der Zeitzähler ist die oberste Zahl der vier Zahlen die auf der Kugel stehen. Die Zeitspanne die dabei vergeht ist definiert als $\frac{Lm}{c}$. Ich kenne die Zahlen Lm und c nicht, muss ich auch nicht. Aber hier frage ich doch mal Ina, bitte.

Ina: Ich sage nicht welche Zahlen Lm und c separat sind. Aber du musst dir die Zahl $\frac{Lm}{c}$ als sehr sehr klein vorstellen. Die Schrittweite der Zeit ist sehr sehr klein.

M: Schön wäre, wenn $\frac{Lm}{c}$ aus physikalischen Gründen eine Ganzzahl wäre. Aber mit einer solchen Erklärung kann ich nicht dienen.

Bemerke: wir haben den Begriff der Gleichzeitigkeit verwendet um Zeit zu definieren. Der Clou ist, dass ich nur von Gleichzeitigkeit in einer einzigen Kugel spreche. Gleichzeitigkeit bedeutet, dass zwei Dinge an einem Ort, in einer Kugel, zusammentreffen. "Gleichzeitigkeit zweier Dinge an einem Ort" heißt kurz "Zusammentreffen". Ich denke Zusammentreffen ist ein ganz fundamentaler Begriff in der Physik. In der Physik geht's ja um die Frage "Wie bring ich das Wasser zum Kochen", und zu beschreiben, dass zwei Dinge zusammentreffen ist auf dem Weg zur Beantwortung auch ganz zentral, kommt mir vor, weil irgendwo muss diese unfassbare Energie ja von Einem zum Anderen. Und darüber müssen sich alle einig sein, wenn zwei zusammengetroffen sind. Und wenn dann als zweites ein Teilnehmer dieser Interaktion mit einem anderen Ding zusammentrifft, müssen sich alle einig sein, dass dieses zweite Zusammentreffen nachher passiert ist. Es geht also um die Abfolge von Zusammentreffen³.

Energie stelle ich mir ja als Bauklötze vor. Erstmal eine riesige Menge Bauklötze in der Kugel auf meiner Hand, die Bauklötze sind also sehr sehr klein. Nur in der Kugel auf meiner Hand, sonst nirgends. Ich nenne diese Form der Energie, die da liegt, jetzt Grundbausteine. Dann verschwindet die Hälfte zu

³Lee Smolin, einer der tiefen Nachdenker der Physik, behauptet, dass sich der Raum konstruieren lässt aus der Abfolge von Zusammentreffen und dass dies die moderne Vorstellung von den Gleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie ist. Das Video ist unten bei der Fussnote zur Zeit angegeben. Verstehen tu ich das nicht ganz, es klingt aber ganz sinnvoll

den Nachbarkugeln entlang der Rohre. Und zwar zufällig.

Dass die Energieklötze zufällig verteilt werden, stell ich mir so vor: Ein keiner Spieler würfelt das im Vorhinein aus, sodass im Vorhinein klar ist, wo welcher Klotz hinkommt. Aber die Klötze verschwinden auf einmal, das Spielwürfeln passiert vorher. Sollte was anderes rauskommen als ein 6tel für jedes Rohr, wär ich überrascht. Übrigens die einzige Gefühlsregung von mir als Strichmännchen. Ich würde die rechte Augenbraue hochziehen und sagen "Faszinierend", Mr. Spock ist genau der Prototyp des Wissenschaftlers, jeder gute Physiker schaut zumindest hi und da Star Treck, alles andere würde mich überraschen.

Dass immer nur die Hälfte der Grundbausteine verschwindet hat den Vorteil, dass sich die Energie gleichmäßig im Raum verteilt. Es gehen dadurch in jenen Kugeln mehr Grundbausteine weg, die schon mehr Grundbausteine drinnen haben. Ob diese Grundbausteine in unserem Kosmos wirklich umherkrümeln ist fraglich, die Physiker kennen den Begriff Vakuumenergie, aber ich weiß nicht, dieser Begriff ist so überladen. Es hat jedenfalls noch niemand geschafft Wasser damit zum kochen zu bringen, weil diese Vakuumenergie eben als vollkommen verteilt und nirgends konzentriert gedacht wird. Auch ist an meinen Grundbausteinen nicht ganz koscher, dass sie nur in den gedachten Röhren rumkrümeln. Aber meine Grundbausteine sind halt so fein zur Definition der Zeit. Du kannst die Grundbausteine als eine Art Sand einer Sanduhr betrachten. Das Ganze Rohrsystem ist eine besondere Art Sanduhr, in der die Körner zufällig in alle Richtungen rumfliegen, aber immer im Gleichtakt.

Gut, nehmen wir also an, als Beispiel, am Anfang habe ich 576 Grundbausteine in der Kugel auf meiner Hand. Nachdem die Hälfte verschwunden ist sind nur mehr 288 da. Aber bei jedem Nachbar kommen 24 an. Sobald angekommen, verliert jeder Nachbar sofort 12 Klötze. Aber, und das ist der Clou, von den 12 die jeder Nachbar verliert, kommt, wegen der Zufälligkeit von einem sechstel, ein Grundbaustein zu mir zurück. Ich bekomme von jedem Nachbar "zufällig" einen, also insgesamt wieder 12 zurück. Im selben Moment verlier ich wieder eine Hälfte, ich stehe in diesem Moment also mit $576 - 288 + 12 - 150 = 150$ Grundbausteinen da. Die Zahl der Energiebausteine hat sich also geändert, der Zeitähler der Kugel auf meiner Hand wird um 1 erhöht. Es ist eine Zeitdauer von $\frac{Lm}{c}$ vergangen, die oben an sich willkürlich gewählte Länge des Zeitschritts.

Ich kann kurz zusammenfassend sagen: sobald ein Teil der verlorenen Energie von allen Seiten zurückkehrt, ist eine Zeit $\frac{Lm}{c}$ vergangen, und der oberste Zähler auf der Kugel wird um 1 erhöht. Und das passiert nach und nach bei jeder Kugel, die Grundbausteine verteilen sich ja im Blumensystem und marschieren im Gleichtakt. Tick, Tack. Am Ende tickt die oberste Zahl auf jeder Kugel synchron mit der auf meiner Hand. Es ticken also alle gleich, synchron sagt man. Wenn ich nun die Anfangszahl geschickt wähle, haben sogar alle die gleiche Zahl draufstehen. Ich muss die Anfangszahl als Summe der unteren drei wählen, so viele Schritte brauchen die Grundbausteine bis sie zur jeweiligen Kugel gelangen.

Ein sehr wichtiges Detail ist, dass die 12 Nachbarn die Grundbausteine derart verlieren, dass sie, obwohl aus verschiedenen Röhren kommend, gleichzeitig wieder in meiner Hand landen. Ich muss also verlangen, dass die Hälfte der Grundbausteine, die in einer Kugel auftauchen gleich, ohne Zeitverzögerung,

wieder weiterverteilt werden. Da die Schrittweite zu allen Nachbarn gleich ist, nämlich Lm , und Energie sich immer gleich herumkrümelt in den Rohren, kommen also alle 12 gleichzeitig von den Nachbarn an⁴.

Damit habe ich jetzt eine physikalische Größe, die Zeit. Ich möchte aber keinen neuen Kurznamen erfinden, sondern die Zeit auch als eine Anzahl von Schritten definieren. Nämlich die Anzahl der Schritte die diese Energiegrundbausteine durch das Rohrsystem gemacht haben seit ich diese Grundbausteine von meiner Hand losgelassen habe. Der Kurzname ist also auch X . Ich muss halt nur in den Formeln sicherstellen, dass du verstehst in welche Richtung der Schritt X gemeint ist, Richtung Zeit, Daumen, Zeigefinger oder Mittelfinger. Ich werde daher die Richtung des Schrittes durch einen hochgestellten Index kennzeichnen, X^0 ist dabei die Zahl der Schritte in Richtung Zeit. Ich denke mich selbst bei dieser Art Schritt, dem Zeitschritt, selbst unbewegt, nur ändert sich die oberste Zahl auf der Kugel, sodass sozusagen die Kugel vor meinen Augen weggeht und eine neue Kugel ankommt. So eine Art Running Sushi, wo ich nur durch mein offenes Fenster greifen kann und ein Sushi nach dem Anderen erscheint ohne dass ich mich dagegen wehren kann. Weg ist weg. Die neue Kugel kommt aus einer anderen Dimension sozusagen, eine die ich nicht sehe. So stelle ich mir das vor, wenn manche Leute behaupten, Zeit ist die vierte Dimension. Bei mir ist es die nullte Dimension, deswegen X^0 für die Schrittzahl in Richtung Zeit. X^1 ist die Zahl der Schritte Richtung Daumen, X^2 und X^3 die Zahl der Schritte Richtung Zeige- und Mittelfinger.

Du merkst vielleicht, dass ich mir sauschwer getan habe, mit der Definition der Zeit. Es gibt ein sehr gutes Interview im Internet zu dem Thema: <http://www.closetotruth.com/video-profile/What-is-Time-Julian-Barbour-/2195>. Kurzgefasst geht es darum, dass es eigentlich ein Wunder ist, dass die Dinge im Gleichschritt gehen. Und in der Praxis benützt die Menschheit dieses im Gleichschritt gehen um die Zeit zu definieren, indem sie 10 Atomuhren oder so über die Welt verteilt. Die Sache ist nur, dass es ein extremer Aufwand ist, die Zeitanzeige dieser Uhren wirklich im Gleichschritt zu halten, man muss beispielsweise die Kontinentaldrift miteinbeziehen. Die Dinge gehen eben doch nicht so ganz von selbst im Gleichschritt, wenn du genau hinschaust.

Ich habe oben auch nichts anderes gemacht, als zu verlangen, dass es einen Energieprozess gibt, der die Zeit vorantreibt sozusagen. Im Blumensystem ist mir das einfacher vorgekommen, als im Rechtwinkeligen System, weil der Abstand zu allen Nachbarn gleich ist. Und dabei bleiben sicher viele Fragen offen, wenn jemand genau nachfragt was das eigentlich soll mit diesen Grundbausteinen. Es ist eben ein künstliches System, eine Sanduhr, die keinerlei Entsprechung in der Natur findet. Das bringt mich zum Schluss, dass der Zeitparameter in der derzeitigen Physik wirklich eine Frage der Wahl ist, welcher physikalische Prozess an zwei Orten im Gleichschritt abläuft. Und zusätzlich die Wahl, welche Methode verwendet wird zum Nachschauen, dass die zwei tatsächlich synchron

⁴Interessant wäre jetzt, die Zeit nicht als genauen Wert, sondern als Wahrscheinlichkeitswert irgendwie zu definieren, dadurch dass eben wirklich nicht alle zur gleichen Zeit ankommen, sondern nur zufällig verteilt. Ich fürchte aber, dass das zwar eine interessante Untersuchung, aber über meine geistigen Kapazitäten und Fleiß geht

sind, denn ich kann ja nicht einfach die beiden Zeitanzeigen gleichzeitig anschauen. Und eben die realen Atomuhren zeigen uns, dass dieser Prozess verdammt kompliziert ist in der Praxis. Vielleicht mache ich es mir zu einfach mit der Zeit hier in meiner Erklärung. Aber ich hab bisher nichts Besseres verstanden. Jedenfalls spreche ich hier dieser derart von mir definierten Zeit eine fundamentale Existenz ab, einfach weil mir diese Definition im Vergleich zu dem was wir als Zeit fühlen viel zu einfach und auch viel zu unintuitiv ist. Aber: diese Definition der Zeit wird uns zu Einsteins berühmter Formel $E = mc^2$ führen. Jedenfalls find ich meine Definition von Positionen von Objekten ist viel fundamentaler, glaub ich, das geht mit den drei Fingern und der Vorstellung vom starren Körper relativ intuitiv. Aber da gibt's mehrere Meinungen⁵.

⁵Was ich hier gemacht habe, ist die Verräumlichung der Zeit. Prinzipiell lässt das dann in der Theorie Zeitreisen zu. Auch mit dem Grossvater Paradox (ich bring meinen Grossvater um, ich werd nicht geboren, wer bringt Grossvater um?) kommt man irgendwie zurecht, wenn ich Wahrscheinlichkeiten des Geborens einführe. Das geht also irgendwie. Aber: es geht auch dass ich Shakespeare seinen Hamlet bringe, sodass niemand Hamlet schreiben muss. Das mit Hamlet ist absolut kein logisches Paradox, es muss nicht gelöst werden über Wahrscheinlichkeiten, innerhalb der Physik ist's gar kein Problem das es zu lösen gilt. Und da liegt der Hund begraben mit meiner Verräumlichung der Zeit, es ist logisch korrekt, aber niemand muss kreativ sein und die Zukunft gestalten, das Drama wird nicht von Menschen erschaffen, Drama verliert seine eigentliche Bedeutung. Vielleicht haben die Informatiker das ultimative Argument gegen einen Hamlet, der von selbst entsteht: das Universum müsste den Hamlet irgendwie errechnen und das muss erklärt werden. Deswegen versuchen einige den Zeitparameter aus der Physik ganz rauszukriegen, es gibt eine Theorie names Shape Dynamics, erfunden von Julian Barbour im Video oben, die braucht keine Zeit. Ich hab aber keine Ahnung von Shape Dynamics. Ich zitiere dazu <http://www.closetotruth.com/video-profile/What-is-Time-Andreas-Albrecht-/2144>: "Times seems to disappear when you study physics... when you try to discuss time in the context of the universe you have to go back to the simple idea that you isolate part of the universe and call it your clock and time evolution only is about the relationship between some parts of the universe and that thing you called your clock". Der Zugang, als ersten Schritt das Universum als Ganzes ohne Zeitparameter zu beschreiben ist mir zu viel, aber vielleicht ist das der richtige Weg. Ich finds aber spannend, dass der Begriff Zeit hier mit dem Begriff des Isolierens von geschlossenen Teilsystemen auftritt (für Kenner: die Entropie, oft als der Zeit ihre Richtung gebend aufgefasst, wächst auch nur in isolierten Systemen; in offenen Systemen, beispielsweise beim System Mensch wächst sie im Allegemeinen nicht). Sehr cool finde ich auch die Aussage im Interview, dass die Wahl der Uhr und damit die Definition des Zeitparameters, die Gleichungen der Physik bestimmt. Du kannst wohl den Zeitparameter so definieren, Albrecht behauptet dass er dazu publiziert hat, dass beispielsweise keine Elektronen in der Physik vorkommen. Aber das ist alles zu schwierig für mich zu verstehen, ich hab die Publikationen nicht gelesen, ich kanns fast nicht glauben gerade weils mir so vernünftig und elegant vorkommt und sich deshalb so eine Art Ergebnis gut verlauten lässt. Auf der anderen Seite gibts Leute wie Lee Smolin, die dran glauben, dass Zeit etwas ganz fundamentales ist und nicht verschwinden sollte: <http://www.closetotruth.com/video-profile/How-Can-Space-and-Time-be-the-Same-Thing-Lee-Smolin-/1278>

Ich hab oben meine Definition des Zeitparameters als raumähnliche Dimension angegeben, also meine Uhr beschrieben, und kann weitermachen. Ob Zeit nun fundamental in der Physik bleibt, und wenn ja, ob sie als raumähnliche Dimension oder besser als Parameter ganz anderer Art angesehen werden soll, und ob diese Definition sich dann besser mit unserer intuitiven Vorstellung deckt, weiss zur Zeit (hihi) niemand. Mir scheint mit dem Wort Zeit werden mehrere Eigenschaften verbunden: Das Jetzt als das Wirkliche; Fluss und Bewegung; Richtung und damit der Unterschied zwischen Vergangenheit und Zukunft. Es ist schwer, all ihre Aspekte in einfacher Form darzustellen, wir wissen nichtmal ob die Zeit total fundamental oder nur eine Erfindung des Geistes ist. Ich verwende Zeit als Zahl um die Momente von Ereignissen zu kennzeichnen, das ist glaub ich nicht ganz dasselbe wie wenn ich eine Zeitdauer messe,

Jetzt kommen wir zum Begriff des räumlichen Abstandes. Im Bild vom Blumensystem haben wir Mittelfinger und Daumen als jeweils rote Striche, einer senkrecht nach oben, einer schräg nach rechts oben, gezeichnet. Die Kugeln in dem System sind halbwegs gleichmässig verteilt, so wie die Punkte im Bild. Jede Kugel hat 4 Zahlen draufstehen, die oberste Zahl ist die Zeit, die unteren drei Zahlen geben die Schritte an, die ich jeweils in Richtung Daumen, Zeigefinger und Mittelfinger machen muss um zu einer betrachteten Kugel zu gelangen.

Nun lege ich zum erstenmal die Winkel und die Längen der Finger fest. Ich habe ja oben schon die physikalische Grösse namens Länge, Kurzname L , verwendet. Die Länge des Daumens ist die unbekannte Zahl, die nur die Ina kennt, ich hatte sie oben schon Lm getauft. Du siehst, Länge ist auch so eine Sache, die nicht weiter erklärt wird, sie hat was mit der Vorstellung von starren Körpern zu tun, die jeder Mensch wohl hat. Die Länge von Zeigefinger und Mittelfinger ist auch Lm . Die drei Finger sind also gleich lang. Der Durchmesser der Kugeln ist also auch gleich Lm , wir hatten ja schon zu aller Anfang festgelegt, dass der Durchmesser der Kugeln die Schrittweite zum Nachbarn ist, der Zwischenraum zwischen den Kugeln ist sowas wie unphysikalischer Raum. Abstand und Schrittweite meinen ein und dasselbe.

Die Winkel kann ich tatsächlich als Zahl. Weil mein Koordinatensystem ja 6 Wurzeln oder Strahlen hat, bleibt gar nix anderes übrig, als dass der Winkel dazwischen ein sechstel des vollen Kreisumfanges ist. Wir haben also gerade die physikalische Grösse Winkel definiert, Kurzname W , nämlich als Bruchteil des Kreisumfanges. $W(1, 2)$, der Winkel zwischen Daumen und Zeigefinger ist also $W(1, 2) = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$. Der Winkel zwischen Daumen und Mittelfinger wird mit $W(1, 3)$ bezeichnet, er ist, betrachte das schön symmetrische Bild des Blumensystems, auch $W(1, 3) = \frac{\pi}{3}$, genauso wie $W(2, 3) = \frac{\pi}{3}$. Irgendwie find ich es interessant, dass die Winkel ganz klar als Zahl, die sofort bekannt ist, aus der Vorstellung hervorgehen. Bei den Längen ist das ja nicht der Fall. Auch sind Winkel, nebenbei gesagt, eine sogenannte dimensionslose Zahl, weil sie aus Division hervorgeht, also einen Bruchteil darstellt. Schön wärs überhaupt nur solche Zahlen als Denkanfang zu verwenden, find ich, bekannt und Dimensionslos. Dann müsste ich nie die Ina fragen.

I: Jaja, schon klar.

M: Damit ist das Blumensystem in Zahlen hingeschrieben, Längen und Winkel. Damit kannst du's zeichnen, ohne mein Bild gesehen zu haben. In Wahrheit schreiben Physiker ihr Koordinatensystem immer als Zahlen hin, anstatt zu zeichnen. Das macht ja auch Sinn, weil Zeichnungen sind immer ungenau. Es hat sich eingebürgert die Winkel und Längen eines Koordinatensystems in eine Tabelle zu schreiben. Manchmal ist es gar nicht so leicht ein System nach der Tabelle zu zeichnen, sodass viele es gar nicht versuchen. Sie machen sich dann, auch in den einfachen Fällen, keine Mühe mehr zu zeichnen, es ist ja auch nicht

und schon gar nicht dasselbe wie die Begriffe Jetzt, Fluss und Richtung gut zu beschreiben. Ich denke, die Behandlung über in Gedanken konstruierte Uhren ist zwar kümmerlich und hoffentlich nicht der letzte Vorschlag zum Thema, aber die Methode der uhrengetriebenen, symmetrischen, snapshotartigen, verräumlichten, hamleterzeugenden Zeit ist logisch möglich, egal ob die Zeit nun in Wahrheit fundamental oder ein Hirngespinnst ist

nötig, mit Zeichnungen kann man ja nicht rechnen. Aber ich finde ein Bild der Dinge zu entwerfen gibt den Genuss an der Sache. Die Tabelle enthält die Zahlen Länge mal Länge mal Winkel in jeder Kombination. Vom Winkel nimmt man aber den Cosinus, diese Zahl ist zwischen 0 und 1, so wie bei Wahlen zwischen 0 und 100%, ich mein mit 2π und sowas fängt ja niemand was an. Der Cosinus macht's also irgendwie vielleicht sogar einfacher am Ende. Die Tabelle sieht komplett ausgeschrieben folgendermaßen aus:

$$\begin{pmatrix} L1 \cdot L1 \cdot \cos(W(1,1)) & L1 \cdot L2 \cdot \cos(W(1,2)) & L1 \cdot L3 \cdot \cos(W(1,3)) \\ L2 \cdot L1 \cdot \cos(W(2,1)) & L2 \cdot L2 \cdot \cos(W(2,2)) & L2 \cdot L3 \cdot \cos(W(2,3)) \\ L3 \cdot L1 \cdot \cos(W(3,1)) & L3 \cdot L2 \cdot \cos(W(3,2)) & L3 \cdot L3 \cdot \cos(W(3,3)) \end{pmatrix}$$

Es ist also immer derselbe Ausdruck Länge mal Länge mal Winkelcosinus, durchnummeriert nach folgendem Schema:

$$\begin{pmatrix} 11 & 12 & 13 \\ 21 & 22 & 23 \\ 31 & 32 & 33 \end{pmatrix}$$

Sehen wir uns die Tabelle für das Blumensystem an. Der Winkel zwischen einem Finger und sich selbst ist null. Der Cosinus von null ist eins $\cos(0) = 1$. Die Winkel der Finger untereinander sind festgelegt als $\frac{\pi}{3}$. Der Cosinus ist einhalb, $\cos(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$. Dazu hab ich ein Bild gemacht.

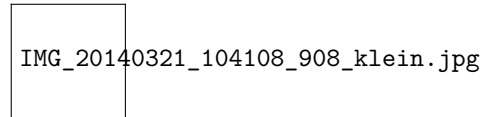


Abbildung 3: Der Cosinus von $\frac{\pi}{3}$ ist einhalb

Als Längen $L1$, $L2$, $L3$ habe ich die Zahl Lm gewählt $L1 = L2 = L3 = Lm$. Damit ergibt sich die Tabelle fürs Blumensystem:

$$\begin{pmatrix} Lm \cdot Lm & \frac{Lm \cdot Lm}{2} & \frac{Lm \cdot Lm}{2} \\ \frac{Lm \cdot Lm}{2} & Lm \cdot Lm & \frac{Lm \cdot Lm}{2} \\ \frac{Lm \cdot Lm}{2} & \frac{Lm \cdot Lm}{2} & Lm \cdot Lm \end{pmatrix}$$

Wie du siehst ist die Tabelle symmetrisch, die 3 Zahlen links unten sind gleich den 3 Zahlen rechts oben. Das ist bei jedem Koordinatensystem der Fall, einfach deswegen, weil der Winkel zwischen Daumen und Zeigefinger immer derselbe ist wie der Winkel zwischen Zeigefinger und Daumen. Es sind ja dieselben zwei Finger. Dasselbe gilt für die Multiplikation der Längen.

Das Blumensystem ist also jetzt genau definiert. Die Tabelle trägt den Namen "metrischer Tensor", ich bezeichne ihn mit dem Kurznamen G , eigentlich nimmt alle Welt klein g , aber ich bleibe bei Kurznamen mit Großbuchstaben. Der metrische Tensor selbst ist eine neue Art von Objekt, keine einfache physikalische Größe die eine einzige Zahl, etwa Gm oder so, in jeder Kugel hat. G

hat 9 Zahlen in einer Kugel, deswegen verwenden wir zwei Indizes, die jeweils von 1 bis 3 gehen. Die Zahlen sind G_{ij} . Im Blumensystem beispielsweise ist $G_{32} = \frac{Lm \cdot Lm}{2}$ und $G_{22} = Lm \cdot Lm$.

Und jetzt kommt der Trick: ich lege fest was der Abstand zwischen zwei Kugeln ist. Hier ist wichtig zu verstehen, dass die Anzahl der Schritte noch nicht den Abstand gibt. Denn wir wissen ja nicht wie lange die Schritte sind. Ich mein aus der Zeichnung könnten wir's rausmessen, aber die Zeichnung ist ein Mittel der Vorstellung und rausmessen geht nicht. Wir tun so als hätten wir die Zeichnung nicht. Nur unsere drei Finger als Vorstellung was der Raum ist, und den metrischen Tensor, dessen Zahlen wir an sich komplett frei wählen können, er legt ja erst das Koordinatensystem durch Längen und Winkel fest. Sieht der Tensor so aus wie oben, können wir das Blumensystem zeichnen. Das ist die Reihenfolge.

Hätten wir ein einfaches rechtwinkeliges Koordinatensystem, so wie im ersten Kapitel, wäre der Abstand Lr eines Würfels von mir weg einfach der Pythagoras:

$$Lr \cdot Lr = Lm \cdot Lm \cdot x^1 \cdot x^1 + Lm \cdot Lm \cdot x^2 \cdot x^2 + Lm \cdot Lm \cdot x^3 \cdot x^3$$

Die $x^1 \ x^2 \ x^3$ sind die Anzahl der Schritte in Richtung Daumen, Zeige- bzw Mittelfinger. Anzahl von Schritten haben ja den Kurznamen X , $X_{beliebig}$ ist eine Zahl die ich frei wählen kann und trotzdem die jeweilige Formel immer stimmt und klein x steht für $X_{beliebig}$. Bitte die Hochgestellten Zahlen nicht mit "x zum Quadrat oder x zur Dritten" verwechseln.

An sich ist der Pythagoras eine Definition des Abstandes. Leider tu auch ich mir schwer das erstmal zu akzeptieren, weil er ja mit dem Lineal nachgemessen werden kann. Auch gibt es Beweise für den Pythagoras. Ich hab aber das Gefühl, dass diese Beweise beispielsweise auf Ähnlichkeiten von Dreiecken beruhen, und das wird wieder nicht genau erklärt woher das kommt. Irgendwo muss man ja immer anfangen. Also sag ich jetzt, der Pythagoras ist der Anfang als eine Definition von Abstand zwischen Würfeln. Danach kann ich dann Koordinatensysteme und Dreiecke zeichnen. Vorher nicht.

Der Abstand Lb in jedem beliebigen durch irgendein G gegebenes Koordinatensystem, ist definiert als:

$$\begin{aligned} Lb \cdot Lb = & G_{11} \cdot x^1 \cdot x^1 + G_{12} \cdot x^1 \cdot x^2 + G_{13} \cdot x^1 \cdot x^3 + \\ & G_{21} \cdot x^2 \cdot x^1 + G_{22} \cdot x^2 \cdot x^2 + G_{23} \cdot x^2 \cdot x^3 + \\ & G_{31} \cdot x^3 \cdot x^1 + G_{32} \cdot x^3 \cdot x^2 + G_{33} \cdot x^3 \cdot x^3 \end{aligned}$$

Das ist eine ganz schön lange Formel, in Wahrheit aber supereinfach. Es ist der verallgemeinerte Pythagoras für beliebige Koordinatensysteme. Der normale Pythagoras ist einfach mal so hingeschrieben wie in der Schule $c \cdot c = a \cdot a + b \cdot b$. Der Allgemeine ist halt $c \cdot c = a \cdot a + b \cdot b + a \cdot b$ oder so, es kommt die Mischung $a \cdot b$ vor. Mit irgendwelchen Zahlen multipliziert davor vielleicht noch. Denk an den Cosinussatz: $c \cdot c = a \cdot a + b \cdot b - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\gamma)$, ein verallgemeinerter Pythagoras bei schiefen Winkeln. Und die obige Formel mit dem metrischen Tensor G gibt für Schritte in nur zwei Richtungen des Blumensystems tatsächlich die selben Ergebnisse wie der Cosinussatz (die relevanten Dreiecke im Blumensystem haben

stumpfe Winkel von 120 Grad, nicht 60, deswegen geht das Plus der Formel in ein Minus über, aber das kannst dir selbst durchüberlegen mit den Bildern als Hilfe wennst magst).

Damit die wichtige Formel oben kürzer zu schreiben ist, verwenden wir die Indizes G_{ij} . Ich schreibe mal die Kurzform für obige Formel, Abstand Lb einer beliebigen Kugel von mir weg, hin:

$$Lb \cdot Lb = \sum_{i,j=1}^3 G_{ij} \cdot x^i \cdot x^j$$

Damit habe ich das Summenzeichen eingeführt. In der Praxis lassen viele das Summenzeichen weg und schreiben nur $G_{ij}x^ix^j$ mit dem Hinweis dass über gleiche Indizes, die einmal oben und einmal unten stehen, summiert wird.

Sodala, Abstand wäre definiert. Jetzt wieder zum System Gummi+Ball. Das System Gummi plus Ball ist für sich genommen ein isoliertes System. Ich vernachlässige, dass sich der Ball in der Luft befindet und Energie, was auch immer Energie des Balles bedeuten mag, dass also diese ominöse Ballenergie irgendwie in Luft übergeht verbiete ich. Mit den Grundbausteinen die die Zeit machen hat die Ballenergie jedenfalls nix am Hut, nur damit du da nicht irgendeinen Zusammenhang reinliest.

Letztlich müssen wir eine Formel für Energie des Systems Ball+Gummi erraten. Das ist die zentrale Aufgabe. Und dann schau ob wir auf die Nase fallen beim rumrechnen in Richtung der Frage: "Wie warm wird das Wasser mit der Zeit". Wie wir rumrechnen müssen, sobald die Energie erraten ist, haben uns Newton und Co. gelehrt.

Wir führen also die Energie als physikalische Größe ein, Kurzname E. Als Erinnerung: physikalische Größen haben immer einen Kurznamen und in jeder Kugel einen Wert. Oder sogar mehrere Werte gleichzeitig, wie beim metrischen Tensor. Den Wert kennen wir eigentlich nie, den Wert kennt nur die Ina. Die physikalischen Größen die wir bereits kennen sind: Die Anzahl der Schritte eines Strichmännchens zur Kugel, Kurzname X . Die Länge, Kurzname L . Winkel, Kurzname W . Die Temperatur, Kurzname T . Und den metrischen Tensor G , fürs Blumensystem hat er in jeder Kugel 9 Werte die jeweils von Kugel zu Kugel gleich sind. Die Kugel haben ja dieselben Durchmesser.

Ich definiere jetzt meine Energie des Systems Gummi+Ball: Als erstes denke ich mir den Gummi in Richtung des Mittelfingers. Der zeigt nach wie vor genau nach oben. Wenn ich anziehe geht der Golfball nur nach oben, nicht seitwärts. Es gibt auch keine Gravitation, keine Erdanziehung, nur Gummi und Ball. Dann versuche ich es mit folgendem Gebot: "Die Energie des Systems Gummi+Ball ist keine andere als die Anzahl der Schritte die der Ball von mir entfernt ist."

Jetzt ist es so, dass du bei einem dickeren Gummi fester anziehen musst um ihn länger zu machen. Mit meinem Gebot bin ich also auf die Nase gefallen. Ich will meine Energie von der Gummiart abhängig machen. Das ist kompliziert, und ich weiß nicht wie das richtig geht. Was mach ich in diesem Fall?

I: Ina fragen, die weiß alles. Oder allein weiterwursteln, weil du zu Stolz zum Fragen bist.

M: Ich frage nicht und mache auf die denkbar einfachste Art weiter. Ich setze fest, dass die Energie nur von den Schritten abhängt und von sonst nix. Es könnte ja die Temperatur eine Rolle spielen, das will ich grad nicht, deswegen gibts ja keine Luft. Ich wüsste nichtmal wie ich das hinschreiben soll. Aber in weiser Voraussicht spar ich mir den Buchstaben E auf. Ich nenne jene Form der Energie, die nur von der Grösse X abhängt, potentielle Energie und gebe ihr den Kurznamen V .

Gebot für die Energie:

$$E(0,0,0,X_{beliebig}) = V(X_{beliebig}) = V(x)$$

Und dieses $V(x)$ macht in Wahrheit Probleme. Diese Potentielle Energie hängt von der Länge des Gummis ab. Wenn ich mir jetzt den Ball auf Andromeda vorstelle und ich zieh einen Centimeter bei mir an, dann bekommt der Ball nach der Formel sofort mehr potentielle Energie, und das darf aber nicht sein, weil egal was ich auf der Erde mache, es wird sicher das Wasser auf Andromeda nicht sofort zum kochen bringen, das war ein Grundgebot. Aber das lassen wir jetzt. Deswegen nennen wir den Teil der Mechanik der potentielle Energie verwendet die "klassische Mechanik". Hier stellen wir die "was ist auf Andromeda" Frage nicht.

Jetzt kommen wir zum Begriff der Bewegung. Einer des schwierigsten Begriffe überhaupt. Ich schwindel mich ein bisschen drumrum und sage einfach, dass der Ball, als Punkt gedacht, meinetwegen sein Mittelpunkt, in verschiedenen Kugeln auftaucht. Wir sagen: der Ball bewegt sich auf einer Bahn. Er bewegt sich weil er Energie hat. Wieder wird alles auf diesen unfassbaren Begriff Energie geschoben. Die Energie, die Weg und Zeit miteinander verbindet heißt kinetische Energie, Kurzname K . Salopp formuliert ist die kinetische Energie wie folgt definiert:

Masse multipliziert mit räumlichem Abstand ist gleich zweimal kinetische Energie multipliziert mit zeitlichem Abstand. Abstand ist derjenige, den der Körper auf seiner Bahn zurücklegt. Masse ist eine neue physikalische Größe, Kurzname M , über die ich leider nicht viel sagen kann, außer dass sie halt den Körper charakterisiert. Masse ist also hier gleichzeitig mit kinetischer Energie eingeführt, beides ist irgendwie unklar. Aber die Formel können wir hinschreiben.

Mit der Abkürzung $K(XBahn^0,^1,^2,^3)$ für $K(XBahn^0, XBahn^1, XBahn^2, XBahn^3)$, der kinetischen Energie in einer Bahnkugel, und Mm für die Zahl die die Masse des Golfballs angibt, schreibe ich mal die Formel hin:

$$Mm \cdot \sum_{i,j=1}^3 G_{ij} \cdot \Delta X Bahn^i \Delta X Bahn^j = 2 \cdot K(XBahn^0,^1,^2,^3) \cdot \frac{Lm}{c} \Delta X Bahn^0 \cdot \frac{Lm}{c} \Delta X Bahn^0$$

(Hinweis Dezember 2024: der Text stammt aus 2015 oder so. Diese Gleichung kommt aus Schrödingers zweite Mitteilung "Quantisierung als Eigenwertproblem" wo er schreibt $ds^2 = 2\overline{T}(q_k, q_k) dt^2$, also die Kinetische Energie die

Metrik des Konfigurationsraumes vorgibt. Im eindimensionalen euklidischen Fall ist ja $\bar{T} = \frac{m}{2}v^2$ und gibt also $\frac{m}{2}$ als Koeffizient der Metrik vor, wenn man statt dem v das Δx setzt. Da Δx kontra-variant ist, müssen die Koeffizienten von \bar{T} als ko-variante Form gesehen werden, damit was Sinnvolles-Invariantes rauskommen kann. Meine obige Definition ist, so mein ich jetzt, eine Tautologie, drum kommt unten ja auch $\sum_{\mu,\nu=0}^4 \hat{G}_{\mu\nu} \Delta X Bahn^\mu \Delta X Bahn^\nu = 0$ raus. Es war halt ein Ansatz um zu schauen was rauskommt, weil ich Schrödinger nicht richtig zu lesen wusste. Der Ganze weitere Text scheint nicht allzu schlau aus jetziger 2024 Sicht)

Diese Formel bedarf natürlich der ausführlichen Erklärung, sie ist aber genau die Formel $\frac{mv^2}{2}$, die du für die kinetische Energie vielleicht noch aus der Schule kennst.

Der Golfball beschreibt also eine Bahn. Was heißt das genau? Erstmal taucht er nacheinander irgendwo in den Kugeln des Blumensystems auf. Er bewegt sich weil er Energie hat. Genauer kann ich das nicht mehr beschreiben, das Wort Bewegung.

Die $X Bahn^i$ sind die 4 Zahlen auf einer beliebigen Bahnkugel, i steht für den Index der Richtung, er geht von 1 bis 4. Die Zahlen der Formel sind die Zahlen die einer einzigen Bahnkugel zugeordnet sind, nämlich die 4 Zahlen die draufstehen und den metrischen Tensor, der für alle Kugeln im Blumensystem gleich ist. Die Formel beschreibt Beziehungen zwischen den Zahlen einer einzigen Bahnkugel. Und dieselbe Formel gilt für jede beliebige Bahnkugel.

Wir können den Bahnkugeln eine Reihenfolge geben, nämlich aufsteigend nach der obersten Zahl X^0 , der Zeit, die ja auf jeder Kugel draufsteht. Damit haben wir vorher und nachher eingeführt, anhand der aufsteigenden Sortierung. Nochmal muss ich betonen, dass es überhaupt nicht logisch oder leicht zu sehen ist, dass der Golfball sich in der Zeit bewegt und mal da mal dort auftaucht. Hast du das mal akzeptiert, ist der Rest bis zur oberen Formel für die kinetische Energie formal, kunsthandwerkliche Umformung und Abkürzung.

Auf der linken Seite des $=$ steht der räumliche Abstand zwischen der betrachteten Bahnkugel und ihrer vorhergehenden Bahnkugel. Es kommen die gänzlich neuen Symbole Δ vor. Die brauche ich, da ich bis jetzt nur den räumlichen Abstand einer beliebigen Kugel von mir weg definiert habe, als $\sum_{i,j=1}^3 G_{ij} x^i x^j$.

$\Delta X Bahn^i$ heißt: Zahl der Schritte von mir zu einer Bahnkugel in Richtung i , minus der Schrittzahl von mir zur vorhergehenden Bahnkugel in Richtung i . Die Schrittzahlen sind ja durch die 4 Zahlen auf der Kugel gegeben, in die 4 Richtungen von mir weg. Zeitrichtung inklusive, die nullte Richtung, beim Schreiben der Formel tun wir tatsächlich so, als ob Zeit nichts Besonderes wäre. In Wahrheit, das hatte ich ja gesagt, ist der Zeitschritt ein Running Sushi Schritt, passiv in der nullten Dimension kannst du sagen wenn du willst. Aber das stört hier nicht weiter, die Kugeln sind ja schön in einer Reihenfolge der Zeit und damit haben wir der besonderen Rolle der Zeit ein für alle mal Rechnung getragen. Ohne Reihenfolge hätten die Δ ja keinen Sinn. Damit gibt die Zeit sich jetzt zufrieden und lässt sich wie eine normale Dimension behandeln.

Du musst dir vorstellen, dass der Golfball als Punkt gedacht irgendwie schief

zwischen den Kugeln durchfliegen kann und damit nicht unbedingt von einer Nachbarkugel zur anderen Nachbarkugel fliegt. Die Schrittzahl von einer Bahnkugel zur anderen ist in jeder Dimension ungleich eins, nicht nur in der Zeitdimension.

Ein Beispiel: Die zehnte Bahnkugel trägt die Zahlen $(XBahn^{0,1,2,3}) = (1010, 7, 4, 1)$ die neunte Bahnkugel trägt die Zahlen $(909, 8, 0, -5)$. Damit ergibt sich $\Delta XBahn^0 = 1010 - 909 = 101$, $\Delta XBahn^1 = 7 - 8 = -1$, $\Delta XBahn^2 = 4 - 0 = 4$ und $\Delta XBahn^3 = 1 + 5 = 6$.

Die Formel für den räumlichen Abstand zweier beliebiger Kugeln, ausgedrückt mit den Δ , also $\sum_{i,j=1}^3 G_{ij} \cdot \Delta X^i \Delta X^j$ ist die allgemeingültige Definition. Sie geht in unsere erste Definition über, diejenige ohne die Δ in der Formel. Diese gab ja den Abstand zu mir an, und das ist der Abstand zur Kugel $(0, 0, 0, 0)$. Und dann ist ΔX^i gleich X^i . Und das gibt die ursprüngliche Formel für den räumlichen Abstand ohne die Δ .

Auf der rechten Seite des $=$ steht einfach die kinetische Energie in einer Bahnkugel, multipliziert mit dem Zeitabstand zur vorhergehenden Bahnkugel. Der Zeitabstand ist ja in unserem Blumensystem gegeben durch $\frac{Lm}{c}$ mal der Anzahl der Zeitschritte. Der Begriff Zeit hat ja sowieso nur im Blumensystem einen halbwegs definierten Sinn. Die Zeitschritte zwischen zwei Kugeln sind hier logischer und konsequenterweise auch mit dem Δ hingeschrieben als ΔX^0 . Ein Faktor 2 ist auch noch da, das ist eine Sache der Definition, das hat sich so eingebürgert.

Damit haben wir auch schon die physikalische Größe Geschwindigkeit, Kurzname \dot{X} , gesprochen Ixpunkt, eingeführt. Nämlich als Anzahl der Schritte von der vorhergehenden Bahnkugel dividiert durch die Zeitschritte die dafür benötigt wurden:

$$\dot{X}Bahn^i = \frac{\Delta XBahn^i}{\Delta XBahn^0} \quad i = 1, 2, 3$$

Hier habe ich durch die Notierung $i = 1, 2, 3$ drei Gleichungen gleichzeitig hingeschrieben, die Gleichung gilt für jedes der i , also für jede Raumrichtung Daumen, Zeige- und Mittelfinger separat. Wir haben jetzt also schon drei physikalische Größen, die nicht nur aus einer Zahl sondern aus mehreren bestehen: der metrische Tensor, Kurzname G , mit den neun Zahlen G_{ij} $i, j = 1, 2, 3$, die Schrittzahl, Kurzname X , mit den vier X^i $i = 0, 1, 2, 3, 4$ und die Geschwindigkeit, Kurzname \dot{X} , mit den drei \dot{X}^i $i = 1, 2, 3$. Du kannst auch $\dot{X}^0 = 1$ setzen damit's gerecht ist und auch die Geschwindigkeit vier Komponenten hat, aber das brauche ich in den Formeln nicht.

Interessant ist auch noch was anderes. Mit der Abkürzung $K(XBahn^{0,1,2,3})$ für $K(XBahn^0, XBahn^1, XBahn^2, XBahn^3)$, der kinetischen Energie in einer Bahnkugel, schreibe ich die obige Formel nochmal in Matrixform:

$$Mm \cdot \begin{pmatrix} Lm \cdot Lm & \frac{Lm \cdot Lm}{2} & \frac{Lm \cdot Lm}{2} \\ \frac{Lm \cdot Lm}{2} & Lm \cdot Lm & \frac{Lm \cdot Lm}{2} \\ \frac{Lm \cdot Lm}{2} & \frac{Lm \cdot Lm}{2} & Lm \cdot Lm \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta XBahn^1 \\ \Delta XBahn^2 \\ \Delta XBahn^3 \end{pmatrix} =$$

$$= 2 \cdot K(XBahn^0,^1,^2,^3) \cdot \frac{Lm}{c} \Delta X Bahn^0 \cdot \frac{Lm}{c} \Delta X Bahn^0$$

Nun definiere ich einen neuen Tensor $\tilde{G}_{\mu\nu}$:

$$\tilde{G}_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 2 \cdot K(XBahn^0,^1,^2,^3) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -Mm \cdot c \cdot c & -\frac{Mm \cdot c \cdot c}{2} & -\frac{Mm \cdot c \cdot c}{2} \\ 0 & -\frac{Mm \cdot c \cdot c}{2} & -Mm \cdot c \cdot c & -\frac{Mm \cdot c \cdot c}{2} \\ 0 & -\frac{Mm \cdot c \cdot c}{2} & -\frac{Mm \cdot c \cdot c}{2} & -Mm \cdot c \cdot c \end{pmatrix}$$

dann gilt für jede Bahnkugel:

$$\sum_{\mu, \nu=0}^4 \tilde{G}_{\mu\nu} \Delta X Bahn^\mu \Delta X Bahn^\nu = 0$$

Es ist genau dieselbe Formel für die kinetische Energie, überhaupt nix Neues, reines mathematisches Kunsthandwerk. Aber, in dieser vierdimensionalen Schreibweise ist der raumzeitliche Abstand der Bahnkugeln, definiert über den vierdimensionalen \tilde{G}_{ij} , gleich null. Ich finde das eine interessante Darstellung. Du siehst auch das $Mm \cdot c \cdot c$. Nachdem links oben eine Form der Energie steht, nämlich die kinetische Energie, liegt vielleicht nahe, auch $Mm \cdot c \cdot c$ als Energieform zu sehen. In der Tat, es ist Einsteins berühmte Formel $E = mc^2$, die Energie die in der Masse steckt. Sie taucht auf wegen unseren Definitionen von Raum- und Zeitabstand, Masse und kinetischer Energie. Ich finde das tatsächlich faszinierend, dass einfach die Wahl der Zeitschrittweite als $\frac{Lm}{c}$ zu so einem Ergebnis führt. Und dieses Ergebnis ermöglichte den Bau der Atombombe.

Nun spannen wir endlich den Gummi an, und lassen dann los. Am Anfang ist die gesamte Energie E_{gesamt} gleich $V(XStart^0,^1,^2,^3)$, die gesamte Energie ist also die potentielle Energie gegeben durch den Gummi. E_{gesamt} zur Erinnerung, ist eine Zahl, die wir nur nicht kennen, weil die Art des Gummis und damit $V(\dots)$ unbekannt ist. Nach dem Loslassen geht die Energie nicht verloren, der Gummi lässt aber an Zugstärke nach, sodass die potentielle Energie geringer wird. Es bleibt nur mehr die kinetische Energie K in die umgeschichtet wird, für die dann gilt:

$$K(XBahn^0,^1,^2,^3) = E_{gesamt} - V(XBahn^0,^1,^2,^3)$$

Damit beschließe ich dieses Kapitel. Als Ausblick kann ich sagen, dass die Kenntnis der letzten Formel ausreicht um die Bahn des isolierten Systems Gummi plus Ball berechnen zu können.

Teil III

Zeitwellen und Wellenpunkte

1 Zeitwellen

Zum Thema Zeit: Ich habe manchmal gehört, dass die Entropie eines Systems verwendet werden kann um den Zeitpfeil vorzugeben. Ich halte das mittlerweile für Blödsinn, in Teil II war ich noch unentschlossen in dem Punkt. Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik sagt: "zwei Körper die in Berührung kommen, der eine kalt der andere warm, tauschen Wärme aus, sodass der wärmere nicht wärmer sondern kälter wird" oft anders formuliert "die Unordnung eines geschlossenen Systems, genannt Entropie, steigt mit der Zeit" oder "es gibt kein Perpetuum Mobile, von nix kommt nix"

Ich sage mal in Alltagssprache: der zweite Hauptsatz ist schlichtweg falsch. Mit sowas muss ich vorsichtig sein, und sagen was falsch genau meint. In der Physik ist ja alles ein Modell und richtig oder falsch sind da nicht die richtigen Wörter. Nur ist der zweite Hauptsatz so eine heilige Kuh, weil von nix kommt nix, basta. Der zweite Hauptsatz ist also in dem Sinne falsch, wie die Newtonsche Mechanik falsch ist, nämlich wir besitzen etwas Besseres. Der zweite Hauptsatz ist durch die statistische Mechanik abgelöst, genauso wie die Newtonsche Mechanik durch die Allgemeine Relativitätstheorie abgelöst wurde. Trotzdem rechnen wir Raketenbahnen mit Newton und Motoren nach dem zweiten Hauptsatz.

Die statistische Mechanik sagt: es kann auch passieren, dass die Staubteilchen einer Brownschen Bewegung zufällig in einer Hälfte des Behälters landen, und das kann man sehen! Der zweite Hauptsatz gilt nicht immer. Ist so. Zur Brownschen Bewegung schau bitte in Wikipedia nach, http://en.wikipedia.org/wiki/Brownian_motion. Lege ich dir Bilder mit Brownscher Bewegung vor, wirst du es nicht schaffen sie der Zeit nach zu ordnen. Die einzige Chance ist, wenn ich die Staubkörner an einem Platz starten lasse, dann kannst du die ersten paar Bilder schon ordnen nach der Zeit, aber vielleicht schwindeln sich ein paar spätere Bilder hinein, weil sie so aussehen wie die ersten 20 oder so. Obwohl sie vielleicht Bilder jenseits des 10.000ten Schnappschusses sind in Wahrheit.

Ich behaupte, nach einer Idee von Popper im Buch "die Welt des Parmenides", dass es keine irreversiblen Gesetze braucht um den Zeitpfeil zu definieren. Es ist die Möglichkeit Anfangsbedingungen vorzugeben, die schon eine Richtung der Zeit ermöglicht. Anfangsbedingung heißt, ich gebe am Anfang vor, dass alle Staubteilchen an einem Ort sind. Ein physikalischer Vorgang wird ja nicht nur durch die physikalischen Gesetze bestimmt, sondern durch Gesetz plus Anfangsbedingungen. Die Gesetze geben nur den Rahmen vor. Gesetz plus Anfangs und Randbedingungen, das macht eine Rechnung in der Physik aus. Ich glaub das wird oft vergessen, weil immer so viel Gewicht auf das Auffinden der Gesetze gelegt wird, es ist ja so schwer, deswegen. Aber Randbedingungen sind für die Beschreibung genauso wichtig.

Und, wie oben gezeigt, ist ein thermodynamischer Prozess wie die Brown-

sche Bewegung gar nicht so geeignet für die Definition des Zeitpfeils. Viel besser ist die Ausbreitung von Licht. Weil wenn ich das Licht einschalte, also als Anfangsbedingung vorgebe, dass das Licht von einem Punkt ausgeht, dann breitet es sich schön Kugelförmig über den Raum aus. Stell dir vielleicht einen Stein vor, der ins Wasser fällt und Wellen macht auf einem ruhigen See.

Der Zeitpfeil ist einfach gegeben, durch Wasserwellen oder Licht: je mehr Raum ausgeleuchtet ist, desto später ist es. Und genau die Taktik verwende ich bei der Definition der Zeit in meiner Sanduhr des Blumensystems. Die Gesetze der Energieklötze sind absolut reversibel in der Zeit: mal kommt was hinzu, mal kommt was weg, wenn du nur eine Kugel filmst, kannst du den Film nachher rückwärts laufen lassen, ein Anderer wird nicht sagen können, ob er rückwärts läuft oder vorwärts. Aber: am Rand der Uhr kannst du das sehr wohl sagen, durch die Anfangsbedingung ist einfach sichergestellt, dass weit draußen keine Grundbausteine sind. Und wenn du einen Film siehst, der zeigt, dass sie dort ankommen, dann weißt du, dass er vorwärts läuft. Siehst du einen Film in dem sie von dort verschwinden, weißt du dass er rückwärts läuft.

Der Prozess von kontrahierenden Wellen ist natürlich physikalisch möglich, aber nicht mit so einfachen Anfangsbedingungen wie "ein Stein fällt ins Wasser" oder "das Licht wird eingeschaltet". Dieser kompliziertere Vorgang geht dann nicht mit Anfangsbedingungen allein, ich brauche auch noch spezielle räumliche Bedingungen wie vielleicht Schaufelräder, die die Welle des Steins zurückdrängen oder so.

Ich sage nicht, dass es nicht schön wär, ein paar irreversible Gesetze zu haben, es gibt ja auch eins vom Beta Zerfall. Aber das Gesetz ist so speziell, den Beta Zerfall als Uhr zu definieren halte ich für nicht zweckmäßig. Im Einklang mit der Meinung von Richard Feynman übrigens in einem seiner Vorträge auf <http://vega.org.uk/video/subseries/8>. Aber es braucht keine irreversiblen Gesetze um den Zeitpfeil zu definieren, es geht mit reversiblen Gesetzen und speziellen Anfangsbedingungen, dann habe ich eine Uhr. Dass vielleicht die Entropie steigt, aufgrund der Anfangsbedingungen kann sein oder auch nicht, aber die Entropie hat nicht immer mit Zeit zu tun, sie kann auch zufällig abnehmen, der zweite Hauptsatz gilt ja nicht.

Es gibt irreversible Prozesse der Strahlung. Es ist wohl noch immer eine Debatte ob diese irreversiblen Prozesse etwas mit Entropie zu tun haben oder nicht. Ich gehe davon aus, dass die Strahlungsirreversibilität nix mit dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik zu tun hat. Da gibts andere Meinungen, Hans Dieter Zeh sagt in seinem Buch "The Physical Basis of the Direction of Time" wohl, dass Strahlung auf Thermodynamik zurückgeht, dies scheint die Meinung der Mehrheit. Huw Price in seinem Buch "Time's Arrow and Archimedes' Point. New Directions for the Physics of Time" sagt wohl dass Strahlung unabhängig ist von Thermodynamik. Habe beide Bücher nicht gelesen. Ich nehme, wie gesagt, die Unabhängigkeit an, eben weil ich Thermodynamik nicht versteh und glaube dass statistische Mechanik ein Ablöse der Thermodynamik ist. Statistische Mechanik ist nicht einfach eine Erklärung der Thermodynamik, wie oft

behauptet wird, sie ist mehr.⁶

Einen hab ich noch, ein Argument von Feynman: für eine Fluktuation vom ungeordneten Gleichgewicht ist unser Universum viel zu geordnet. Wo man hinschaut mit dem Teleskop ist Ordnung. Planeten, Sonnen, brav im Uhrwerk. Für das Entstehen des Lebens wär so viel Ordnung gar nicht nötig. Boltzmann hatte ja angenommen, dass unser Universum ewig als Suppe existiert. Suppe, Einheitsbrei ist die Beste Anschauung für maximale Unordnung, maximale Entropie. Und wir sind nur da, laut dieser Denke, weil der Zufall Ordnung geschaffen hat, die zerbrochene Tasse des Universums sei quasi durch einen extremen Zufall vom Boden auf den Tisch zurückgefliegen, und dadurch leben wir und besitzen Zeit. Also durch einen zufälligen Bruch des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik. Aber jetzt geht alles wieder seinen normalen Gang nach dem 2. Hauptsatz. Oder so ähnlich sagt diese für mich fälschliche Denkweise, ich will dem großen Boltzmann nix reinwürgen. Aber für diese Erklärung der Zeit ist einfach zu viel Ordnung. Der bescheidene Gigant Boltzmann wollte seine geniale Theorie der statistischen Mechanik als Erklärung der Thermodynamik in einem unwahrscheinlichen Universum im Ungleichgewicht sehen. Er wollte sie retten, erklären nicht ablösen. Meine Bewunderung ist grenzenlos für diesen Mann, ich kann nur seine Idee nicht verstehen, sie stammt wohl von seiner Bescheidenheit.

Zu sagen, dass der zweite Hauptsatz der Thermodynamik falsch ist, passt natürlich vielen nicht, weil er so praktisch ist, in der Erklärung der Welt und der Zeit. Aber durch die Aufgabe dieses Satzes und Verwerfung als fundamentales Gesetz gewinne ich viel an Klarheit in meinem Weltbild und im speziellen der Vorstellung von Veränderung. Wie gesagt, diesen Mut so ein fundamentales Gesetz von seinem Thron zu stoßen, hab ich von Popper, bei dem hab ichs gelesen. Aber die statistische Mechanik leitet nunmal den zweiten Hauptsatz nicht her, sie ersetzt ihn durch was Genaueres. Davon bin ich tatsächlich überzeugt.

Interessant ist auch, dass ich hier von Wellen spreche, die in diesem Sinne

⁶Ich zitiere die Mitteilung von Popper in Nature von November 1956: "The Arrow of Time. It is widely believed that all irreversible mechanical processes involve an increase in entropy and that 'classical' (that is, non-statistical) mechanics, of continuous media as well as of particles, can describe physical processes only in so far as they are reversible in time [See, for example, Max Born, 'Natural Philosophy of Cause and Chance']. This means that a film taken of a classical process should be reversible, in the sense that, if put into a projector with the last picture first, it should again yield again a possible classical process. This is a myth, however, as a trivial counterexample will show. Suppose a film is taken of a large surface of water initially at rest into which a stone is dropped. The reversed film will show contracting circular waves of increasing amplitude. Moreover, immediately behind the highest wave crest, a circular region of undisturbed water will close in towards the centre. This cannot be regarded as a possible classical process. (It would demand a vast number of distant coherent generators of waves the coordination of which, to be explicable, would have to be shown, in the film, as originating from one centre. This however, raises precisely the same difficulty again, if we try to reverse the amended film.)

Thus irreversible classical processes exist (On the other hand, in statistical mechanics all processes are, in principle, reversible, even if the revision is highly improbable.) Although the arrow of time is not implied by the fundamental equations, it nevertheless characterizes most solutions. For example, in applying Maxwell's theory, the initial conditions determine whether we choose to work with retarded or with advanced potentials, and the resulting situation is, in general, irreversible.

die Zeit durch Anfangsbedingungen mit sich bringen. Ich werde mich deswegen weiter mit Wellen beschäftigen, die Punktmechanik, die die Bahnen von Massenpunkten als zentrales Thema hat, ist mir zuwenig. Wellen passen einfach besser, weil sie Dinge in Zeit und Raum sind, Punktteilchen sind ja grad nicht verteilt im Raum.

2 Wellenpunkte

Damit kommen wir zu Tennisball zurück. Wie lässt sich der mit etwas beschreiben, was in Zeit und Raum verteilt ist. Kurz gefragt, was ist die Welle des Golfballs?

Schreiben wir dir Formel für die kinetische Energie nochmal hin:

$$\sum_{i,j=1}^3 G_{ij} \cdot \dot{XBahn}^i \dot{XBahn}^j = 2 \cdot K(XBahn^0, {}^1, {}^2, {}^3)$$

mit den Geschwindigkeiten $\dot{XBahn}^i = \frac{\Delta XBahn^i}{\Delta XBahn^0}$ und dem metrischen Tensor G:

$$G_{ij} = \begin{pmatrix} Mm \cdot c \cdot c & \frac{Mm \cdot c \cdot c}{2} & \frac{Mm \cdot c \cdot c}{2} \\ \frac{Mm \cdot c \cdot c}{2} & Mm \cdot c \cdot c & \frac{Mm \cdot c \cdot c}{2} \\ \frac{Mm \cdot c \cdot c}{2} & \frac{Mm \cdot c \cdot c}{2} & Mm \cdot c \cdot c \end{pmatrix}$$

Jetzt kommt ein etwas komischer Trick. Ich benutze ein mathematisches Kunsthandwerkstück um aus den G_{ij} , ich nenne das ab jetzt $GLower$, also aus diesem bekannten $GLower$ ein $GUpper$, G^{ij} zu machen. Der Trick nennt sich Matrixinversion, steht in jedem Algebrabuch⁷ was das ist. Das Feine ist, du brauchst nicht zu wissen, wie das geht, es gibt Computerprogramme dafür, ich hab ein kleines Programm in der Sprache Python geschrieben, das alles besorgt was ich hier beschreibe, eben auch die Berechnung von $GLower$ aus $GUpper$. Ok, der Befehl dazu im Code ist `GUpper=GLower.inv()`, so einfach ist das, siehe unten. Das Ergebnis für $GUpper$ ist:

$$G^{ij} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2 \cdot Mm \cdot c \cdot c} & -\frac{1}{2 \cdot Mm \cdot c \cdot c} & -\frac{1}{2 \cdot Mm \cdot c \cdot c} \\ -\frac{1}{2 \cdot Mm \cdot c \cdot c} & \frac{3}{2 \cdot Mm \cdot c \cdot c} & -\frac{1}{2 \cdot Mm \cdot c \cdot c} \\ -\frac{1}{2 \cdot Mm \cdot c \cdot c} & -\frac{1}{2 \cdot Mm \cdot c \cdot c} & \frac{3}{2 \cdot Mm \cdot c \cdot c} \end{pmatrix}$$

Aus den $xUpper$, x^i , mach ich noch die $xLower$, x_i . Das Kunststück ist die Matrixmultiplikation von $GLower$ mit $xUpper$, der Befehl im Code ist einfach `XLower=GLower*XUpper`. Es ist nicht ganz so undurchsichtig wie die Matrixinversion, ich kann die Matrixmultiplikation als Formel hinschreiben:

$$x_i = \sum_{j=1}^3 G_{ij} \cdot x^j$$

⁷z.B Erwin Kreyszig, Advanced Engineering Mathematics

Ich kann immer nur $GLower$ mit $xUpper$ multiplizieren oder $GUpper$ mit $xLower$ multiplizieren. Es darf nie Upper mit Upper zusammenkommen. Aber, und das ist der Witz, es kommt dasselbe raus wenn ich den Abstand von x zu meiner Hand berechne, egal ob ich Lower oder Upper verwende:

$$AbstandUpper = \sum_{i,j=1}^3 G_{ij} \cdot x^i x^j = AbstandLower = \sum_{i,j=1}^3 G^{ij} \cdot x_i x_j$$

Den Beweis für diese wichtige Formel habe ich programmiert, wie im Folgenden zu sehen. Der Befehl im Code für den Abstand ist übrigens $AbstandUpper=(GLower*XUpper).dot(XUpper)$ bzw. $AbstandLower=(GUpper*XLower).dot(XLower)$.

```

from sympy import *
a, X1, X2, X3=symbols('a_X1_X2_X3')

#First I define XUpper
XUpper=Matrix([ X1, X2, X3 ])

#and GLower
GLower=Matrix([
    [a**2, a**2/2, a**2/2],
    [a**2/2, a**2, a**2/2],
    [a**2/2, a**2/2, a**2]
])

#The matrix GLower can be any matrix,
#like the most general below
#just remove the next five comments:

a11, a12, a13 = symbols('a11, a12, a13 ')
a21, a22, a23 = symbols('a21, a22, a23 ')
a31, a32, a33 = symbols('a31, a32, a33 ')
#GLower=Matrix([
#[a11, a12, a13], [a21, a22, a23], [a31, a32, a33]])

#Using GLower, I calculate the distance of XUpper
AbstandUpper=(GLower*XUpper).dot(XUpper)

#With the following definition,
GUpper=GLower.inv()
XLower=GLower*XUpper

#I can calculate the distance with GUpper as well
AbstandLower=(GUpper*XLower).dot(XLower)

#i.e. ResultLower is equal ResultUpper
#no matter how GLower looks like:
Zero=AbstandUpper - AbstandLower
print(simplify(Zero)) # printout is always 0!

```

```

print(simplify(GUpper))
print(simplify(AbstandUpper))
print(simplify(AbstandLower))
print(simplify(XLower))

```

Noch was Schönes ist, dass auch die Geschwindigkeiten vom Typ Upper sind. Geschwindigkeiten, gesprochen ixpunktbahn, sind also Upper $\dot{X}Bahn$. Das ist irgendwie plausibel, die Upper $\dot{X}Bahn$ werden ja aus den Upper $XBahn$ gebildet: $\dot{X}Bahn^i = \frac{\Delta X Bahn^i}{\Delta X Bahn^0}$.

Ina: Dann kann ich auch die Lower XPunkt bilden, genau mit dem selben Trick, nämlich über den Lower G.

Markus: Yep. Du hast grad die Impulse erfunden, so nennt man nämlich die Lower XPunkt. Und die Impulse sind der Erste Schritt in Richtung Beschreibung des Systems Gummi plus Golfball als Welle, als Strahlung. Der ganze Begriff "Bahn" hängt ja an dem Begriff der Geschwindigkeit. Bewegung des als Punkt gedachten Golfballs zwischen den Kugeln des Raums in der Zeit. Die Geschwindigkeiten will ich irgendwie durch was Anderes ersetzen, etwas dass sich mit der Zeit gar nicht ändert am Besten, sondern nur vom Ort abhängt.

Die Idee ist im Grunde, nicht die Bahn eines einzelnen Golfballes mit fester Gesamtenergie $EBahn$ zu beschreiben, das ist eh fad, kann man machen aber wen interessiert das. Interessant ist immer die Energie. Ich will vielmehr einen Vergleich mehrerer Golfbälle die aber unterschiedliche Gesamtenergien haben. Also nicht die Veränderung des Ortes des Golfballs mit der Zeit, sondern die Veränderung der Wirkung mit der Gesamtenergie. Wirkung ist eine neue physikalische Größe, Kurzname W , das werden wir noch genauer sehen. Hab ich mal die Wirkung $W(Ebeliebig, XBeliebig^{1,2,3})$ dann kann ich daraus die Bahn für jeden Golfball mit gegebener Gesamtenergie $EBahn$ berechnen, wenn ich das will. Du siehst, in W habe ich die Zeit $XBeliebig^0$ nicht mehr, an ihrer Stelle tritt die Gesamtenergie $Ebeliebig$, die ich aber wählen kann, die Gesamtenergie ist eine neue Koordinate. Ich geb zu, das Ganze scheint etwas willkürlich, aber die ganze Physik ist eine Spielerei ohne Ziel, man hofft auf dem Weg was zu finden.

Soweit das große Bild. Aber der erste Schritt ist die Einführung des Impulses, das ist die Geschwindigkeit umgerechnet in den Lower Typus:

$$Impuls = \dot{X}Bahn_i = \sum_{j=1}^3 G_{ij} \cdot \dot{X}Bahn^j$$

Soll ich die Impulse mal hinschreiben? Es sind ja drei in jede Richtung, Daumen, Zeige- und Mittelfinger:

$$\begin{pmatrix} \dot{X}Bahn_1 \\ \dot{X}Bahn_2 \\ \dot{X}Bahn_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Mm \cdot c \cdot c \cdot \dot{X}Bahn^1 + \frac{Mm \cdot c \cdot c}{2} \cdot \dot{X}Bahn^2 + \frac{Mm \cdot c \cdot c}{2} \cdot \dot{X}Bahn^3 \\ \frac{Mm \cdot c \cdot c}{2} \cdot \dot{X}Bahn^1 + Mm \cdot c \cdot c \cdot \dot{X}Bahn^2 + \frac{Mm \cdot c \cdot c}{2} \cdot \dot{X}Bahn^3 \\ \frac{Mm \cdot c \cdot c}{2} \cdot \dot{X}Bahn^1 + \frac{Mm \cdot c \cdot c}{2} \cdot \dot{X}Bahn^2 + Mm \cdot c \cdot c \cdot \dot{X}Bahn^3 \end{pmatrix}$$

Die kinetische Energie oben habe ich ja über die Geschwindigkeiten (Typ Upper!) definiert. Ich kann sie aber auch über die Impulse hinschreiben, in dem

ich die Uppers und Lovers vertausche. Das darf ich auch in diesem Fall, oben hatte ich das im Programm zwar nur für die x gezeigt, aber es ist plausibel, Typ Upper ist Typ Upper, egal ob absolute Schritte oder Schritte dividiert durch Schritte. Die kinetische Energie ist also, mit den Impulsen (Typ Lower!) hingeschrieben:

$$\sum_{i,j=1}^3 G^{ij} \cdot \dot{X}Bahn_i \dot{X}Bahn_j = 2 \cdot K(XBahn^{0,1,2,3})$$

Ich habe einfach die Lower Indizes der in G_{ij} nach oben geschrieben, dafür musste ich die Upper Indizes in X^i und X^j nach unten geben. Eine einfache Jonglierübung, aber ich musste ziemlich rumklären damit du weißt, was das eigentlich heißt. Und du darfst nur unter dem Summenzeichen jonglieren, denn die Indizes fallen ja grad durch die Summe im Ergebnis weg, auf der rechten Seite der Gleichung sind ja keine Indizes i oder j . Unterm Deckmäntelchen der Summe ist halt so mancher Trick möglich.

Nun der nächste Schachzug. Am Ende von Kapitel 2 hatten wir das Ergebnis, dass für den Golfball immer und zu jeder Zeit gilt, dass die kinetische Energie immer Gesamtenergie minus potentieller Energie ist, $K(XBahn^{0,1,2,3}) = EBahn - V(XBahn^{0,1,2,3})$. Nun, das dürfen wir einsetzen oben:

$$\sum_{i,j=1}^3 G^{ij} \cdot \dot{X}Bahn_i \dot{X}Bahn_j = 2 \cdot (EBahn - V(XBahn^{0,1,2,3}))$$

Soweit solltest du das nachvollziehen können. Was jetzt kommt ist die Eliminierung der Zeit. Das geschieht erstens dadurch, dass wir nicht einen Golfball, sondern alle möglichen betrachten, in dem wir $EBahn$ durch $Ebeliebig$ ersetzen und zweitens dass wir die Impulse durch etwas Anderes ersetzen, das aber nicht mehr von der Zeit abhängt, aber dafür von $Ebeliebig$. Der Trick geht auf Hamilton zurück, er hat sich mit dem Newtonschen System beschäftigt, wollte aber eine eher Wellenartige Beschreibung der Dinge.

Hamilton sagt sich: gut, die Impulse sind vom Typ Lower. Kann ich die nicht irgendwie anders hinschreiben. Irgendwas, was sicher auch vom Typ Lower ist, aber vielleicht nicht mehr diese Anschauung hat von Bahn und Geschwindigkeit oder so. Und in der Tat, er kam auf was: Wenn du für $EBahn$, eine Zahl die nur die Ina kennt, ein $Ebeliebig$ setzt, musst du die Impulse ersetzen durch den Ausdruck der eine neue physikalische Größe enthält: Wirkung. Die Ersetzung als Formel:

$$EBahn \rightarrow Ebeliebig$$

$$\dot{X}Bahn_i \rightarrow \frac{\Delta W(Ebeliebig, XBeliebig^{1,2,3})}{\Delta XBahn^i}$$

Dieses W hat Hamilton glaub ich als rein mathematische Größe eingeführt. Das W nennt sich in diesem Zusammenhang die "Erzeugende der kanonischen Transformation der Klasse I", es gibt 4 Klassen im übrigen⁸.

Wieso ist $\frac{\Delta W(Ebeliebig, XBeliebig^{1,2,3})}{\Delta X Bahn^i}$ vom Typ Lower? Die Wirkung W selber hat gar keinen Typ, sie hat ja keinen Index irgendwo stehen. So wie andere physikalische Größen auch, die nur aus einer Zahl bestehen. Typ Lower oder Typ Upper hat nur eine Bedeutung bei physikalischen Größen, die aus mehreren Zahlen bestehen und als Matrix geschrieben werden. Aber wenn ich die Änderung der Wirkung (Änderung weil ja das Δ dasteht!) durch etwas dividiere das von Typ Upper ist, warum hab ich dann was vom Typ Lower? Die Antwort hat etwas mit Transformationsverhalten zu tun zwischen Koordinatensystemen, aber Anschaulich ist das schwer zu erklären. Akzeptiers einfach, ich kanns zwar rechnen aber so richtig richtig einen Begriff hab ich auch nicht davon.

Du siehst, W ist nicht nur auf einer Bahn definiert, sondern muss zumindest auch für Bahnen die knapp daneben sind einen Wert haben. Sie ist also im Raum nicht komplett lokalisiert. Warum? Sehen wir uns als Beispiel den Ausdruck $\frac{\Delta W(Ebeliebig, XBeliebig^{1,2,3})}{\Delta X Bahn^i}$ an. Er bedeutet: nimm den Wert von W in einer Bahnkugel und subtrahiere den Wert von W in jener Kugel, die so viele Schritte in Richtung Daumen liegt, wie die vorhergehende Bahnkugel. Ein konkretes Beispiel: zwei hintereinanderliegende Bahnkugeln sind $X(2,2,2,2)$ und $X(10,10,10,10)$. Dann bedeutet $\frac{\Delta W(EBasis + Ebeliebig, XBeliebig^{1,2,3})}{\Delta X Bahn^i}$ ausgeschrieben $\frac{W(10,10,10,10) - W(10,2,10,10)}{10-2}$. Hast du gemerkt? Das zweite $W(10,2,10,10)$ ist nicht in der vorhergehenden Bahnkugel! Ich muss die Wirkung W in der Umgebung der aktuellen Bahnkugel kennen! Dort wo der Golfball nie und nimmer war! Das ist ein Riesenschritt den Hamilton da gemacht hat. Eine physikalische Größe, die sowohl auf der Bahn als auch in der Bahnumgebung definiert ist. Das ist wohl der Preis dafür, dass ich die Zeit durch die Energie ersetzt habe.

Ich schreib jetzt mal die Gleichung hin, sie ergibt sich aus der von Hamilton vorgeschlagenen Ersetzung der Impulse in der Formel für kinetische Energie:

$$\sum_{i,j=1}^3 G^{ij} \cdot \frac{\Delta W(e, x^1, x^2, x^3)}{\Delta X Bahn^i} \cdot \frac{\Delta W(EBasis + e, x^1, x^2, x^3)}{\Delta X Bahn^j} =$$

$$= 2 \cdot (EBasis + e - V(XBahn^{1,2,3}))$$

Ich habe in der obigen Formel, damits kürzer wird, die EBeliebig und XBeliebig wieder durch die Kleinbuchstaben e und x ersetzt. Was bringt die Gleichung jetzt? Gut, nehmen wir an, die Ina kennt drei Dinge einer Golfballbahn: den Anfangspunkt Xa , den Endpunkt Xf (f für final) und die Bahnenergie $EBahn$. Endpunkt meint sowohl Ort und Zeit, also die 4 Zahlen auf der Bahnkugel $Xf = (Xf^1, Xf^2, Xf^3, Xf^4)$. Ich bitte die Ina den Anfangspunkt auf $Xa = (0,0,0,0)$ zu setzen, das macht sie gerne für mich. Der Golfball fliegt

⁸Es wär interessant die Erzeugenden der anderen 3 Klassen in der Weise zu untersuchen, wie ich das hier mit der Klasse I Funktion mach. Vielleicht tu ich das mal.

also von meiner Hand weg. Und der Zweck der obigen Formel ist, eine Relation zwischen Energie $EBahn$ und Endpunkt Xf herzustellen. Weils Spaß macht.

Ich beschreib mal grob wie das geht: zuerst integriere ich die Gleichung. Dadurch erhalte ich aus dem $\Delta W(e, x^1, x^2, x^3)$ als Ergebnis der Rechnung das $W(e, Xf^1, Xf^2, Xf^3)$. Bemerke: beim ΔW sind die Parameter x beliebig, die Wirkung W selbst ist der Wert am Endpunkt. Ich kann also für den Endpunkt die Wirkung ausrechnen, die Energie kann ich beliebig vorgeben. Ich gebe also die Energie des Golfballs selber beliebig vor, und ich kann seine Wirkung am Endpunkt ausrechnen. Leider weiß ich nicht, zu welchem Zeitpunkt diese Wirkung entfaltet wird. Aber jetzt kommt eine weitere Formel, die ich noch nicht verraten habe:

$$\left. \frac{\Delta W(EBeliebig, Xf^1, Xf^2, Xf^3)}{\Delta EBeliebig} \right|_{EBeliebig=EBahn} = Xf^0$$

oder ausgeschrieben, damit klärt sich auch das $|_{EBeliebig=EBahn}$ etwas auf:

$$\frac{W(EBahn, Xf^1,^2,^3) - W(EBahn + Eklein, Xf^1,^2,^3)}{Eklein} = Xf^0$$

Ich habe also meinen Golfball mit Energie $EBahn$ und dem Endort (Xf^1, Xf^2, Xf^3) . Ich rechne in der obigen Formel die Wirkungs Differenz zu einem Golfball aus, der eine etwas höhere Energie $EBahn + Eklein$ hat. Die Wirkungs Differenz zum etwas schnelleren Golfball, anders gesagt. Das kann ich ja, ich kann ja die Wirkung wie oben gesagt, für jede beliebige Energie berechnen. Und das Ergebnis ist die Anzahl der Zeitschritte, die mein Golfball bis zum Endort braucht. Et Voila: Verbindung zwischen Energie $EBahn$ und Endpunkt Xf hergestellt.

Interessant finde ich, dass die Wirkung eine Verbindung zwischen den verschiedenen Golfbällen herstellt. Die Wirkung für eine einzige Energie hat wenig Bedeutung. Es ist die Relation zu den anderen Golfbällen, die erst die Würze ausmacht. Die Wirkung ist eine Beschreibung aller Golfbälle gleichzeitig, und das muss sie sein, damit die Zeit wieder hereinkommt am Ende. Ich hab die Zeit am Anfang wegbekommen durch den Trick von Hamilton, aber erkennen müssen, dass das Neue, was da reinkommt, nämlich die Wirkung, unbedingt für mehr als einen einzigen Golfball bekannt sein muss, damit ich die Zeit wieder herstellen kann. Ich finde die Beschreibung über die Wirkung einfach super.

Ich hab die Rechnung mal ausprogrammiert, für einen Golfball der nur Richtung Daumen fliegt, dem ich einen Schubs gebe, sodass er die Energie $Ebahn$ erhält. Als Potentielle Energie hab ich $V(x) = \frac{x^2}{2}$ angenommen, es ist das harmonische Potential, es macht die Rechnungen schön einfach. Die Bewegung eines Balls an einer Spiralfeder wird dadurch ganz gut abgebildet. Der harmonischer Oszillator ist das bei weitem liebste Workhorse des Physikers⁹.

⁹Ein bisschen überspitzt könnte man sagen: ein theoretischer Physiker ist derjenige, der Ausschau hält nach Problemen, denen mit dem harmonischen Oszillator beizukommen ist. Für einen Menschen mit Hammer ist alles ein Nagel. Der theoretische Physiker versucht erstmal mit dem harmonischen Oszillator draufzuhauen. Der Ökonom erstmal mit den Gesetzen des freien Marktes. Der Soldat mit dem Gewehr. Es ist also wichtig was du lernst, denn das

Der Endpunkt hat die Koordinaten $Xf = (Tf, Xf, 0, 0, 0)$, die Energie ist $EBahn$. Der Code ist:

```

from sympy import *
e = Symbol('e', positive=True)
EBahn = Symbol('EBahn', positive=True)
x, Xf, Tf, dWdx = symbols('x Xf Tf dWdx')
#dWdx is the partial derivative of W with respect to x
eq_Equation=Eq(dWdx**2/2, e - x**2/2)
ex_dWdx= solve(eq_Equation, dWdx)
#use only positive solution:
ex_dWdx= ex_dWdx[1]
ex_W=simplify(integrate(ex_dWdx, (x, 0, Xf)))
ex_t=simplify(diff(ex_W, e).subs(e, EBahn))
eq_t=Eq(Tf, ex_t)
ex_E=simplify(solve(eq_t, EBahn)[0])
print(' \[ '+latex(eq_Equation).replace('dWdx',
'\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)')+ '\] ')
print(' \[_W(e, Xf)=\int_{0}^{Xf} dW=\int_{0}^{Xf} '+
latex(ex_dWdx) + 'dx_\] ')
print(' \[_W(e, Xf)=_'+latex(ex_W)+' \] ')
print(' \[_Tf=_\left.\frac{\partial W(e, Xf)}{\partial e}\right|_{e=EBahn}= '+
latex(ex_t)+' \] ')
print(' \[_Ebahn=_'+latex(ex_E)+' \] ')

```

Der Output ist:

$$\frac{\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)^2}{2} = e - \frac{x^2}{2}$$

$$W(e, Xf) = \int_0^{Xf} dW = \int_0^{Xf} \sqrt{2e - x^2} dx$$

$$W(e, Xf) = \frac{Xf}{2} \sqrt{-Xf^2 + 2e} + e \arcsin\left(\frac{\sqrt{2}Xf}{2\sqrt{e}}\right)$$

$$Tf = \left. \frac{\partial W(e, Xf)}{\partial e} \right|_{e=EBahn} = \arcsin\left(\frac{\sqrt{2}Xf}{2\sqrt{EBahn}}\right)$$

$$Ebahn = \frac{Xf^2}{2 \sin^2(Tf)}$$

Die letzte Formel gibt die Beziehung zwischen den drei Zahlen Tf , Xf und $EBahn$ an.

Was ist nun die Bahn eines einzigen wirklichen Golfballs? Es sind die Endpunkte jener Golfbälle, die dieselbe Energie $EBahn$ besitzen. In unserer Rechnung hatten wir ja aus der Gleichung nur Energie und Endpunkt eines einzigen

wirst du auch verwenden, egal welches Problem vorliegt. Und wenn jemand mit einem bessern Werkzeug daherkommt, ist eine gangbare Methode denjenigen erstmal zu bekämpfen mit deinen Werkzeugen, damit er nicht deinen Platz einnimmt.

Golfballes berechnet. Die Grundgleichung selbst war für beliebige Energien und Bahnpunkte jedes denkbaren Golfballs. Die Wirkung W war für jede beliebige Energie und einen festen Endpunkt. Die Bahn, also Endpunkte mit derselben Energie, kann ich als Gleichung angeben, mit der Energie als Parameter:

$$x(t) = \sqrt{2EBahn} \sin t$$

Spannend ist noch was Anderes: wenn ich die beliebige Gesamtenergie in der Grundformel ersetze durch $e \rightarrow EBasis + e$, dann muss ich bei der Berechnung der Zeit das Differential an der Stelle $e = EBahn - EBasis$ berechnen, und es kommt dieselbe Bahn raus.

$$\begin{aligned} \frac{\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)^2}{2} &= EBasis + e - \frac{x^2}{2} \\ W(e, Xf) &= \int_0^{Xf} dW = \int_0^{Xf} \sqrt{2EBasis + 2e - x^2} dx \\ W(e, Xf) &= EBasis \arcsin\left(\frac{\sqrt{2}Xf}{2\sqrt{EBasis + e}}\right) + \frac{Xf}{2} \sqrt{2EBasis - Xf^2 + 2e} + e \arcsin\left(\frac{\sqrt{2}Xf}{2\sqrt{EBasis + e}}\right) \\ Tf &= \left. \frac{\partial W(e, Xf)}{\partial e} \right|_{e=EBahn-EBasis} = \arcsin\left(\frac{\sqrt{2}Xf}{2\sqrt{EBahn}}\right) \\ Ebahn &= \frac{Xf^2}{2 \sin^2(Tf)} \end{aligned}$$

Du siehst, die Wirkung W hat eine etwas andere Form, klar, die Ersetzung $e \rightarrow EBasis + e$ zieht sich einfach durch. Aber die Formel für die Bahn ist am Ende dieselbe. Die kannst also die Gesamtenergie am Anfang in der Gleichung beliebig hoch wählen, nur musst du auch die Bahnenergie mit $EBahn = EBasis + e$ angeben. Der absolute Wert der Bahnenergie hat überhaupt keine physikalische Bedeutung. Das ist eine ganz Allgemeine Sache in der klassischen Mechanik.

Als Letztes noch: vergleiche mal den Ausdruck $W(e, Xf)$ und Tf . Wenn ich in $W(e, Xf)$ das e durch $EBahn$ ersetze, ist der letzte Teil gleich Tf . Ausgesprochen heißt das: die Wirkung W ist im Allgemeinen für beliebige Energien und Endpunkte gegeben. Setze ich aber für die beliebig wählbare Energie e die Bahnenergie $EBahn$ fest, taucht in der Formel für W jene Zeit Tf auf, die der Golfball mit der Energie $EBahn$ bis zum Ort Xf benötigt. Noch dazu hatten wir grad festgestellt, dass die Tf und Xf für dieselbe Energie $EBahn$ grad die Bahnpunkte sind. Ich kann also für ein festes $EBahn$ die Wirkung W schreiben als:

$$W(EBahn, XBahn) = \frac{XBahn}{2} \sqrt{-XBahn^2 + 2EBahn} + EBahn \cdot TBahn$$

TBahn nicht beliebig!!

Ums nochmal zu sagen, diese Gleichung gilt nur für die X und T , die auf der gleichen Bahn, gegeben durch $EBahn$ liegen. Sie dürfen nicht irgendwie beliebig gewählt werden. Dafür gilt diese Art der Formel ganz Allgemein für jede beliebige Form der potentiellen Energie $V(X^1, X^2, X^3)$, nicht nur für den harmonischen Oszillator. Die potentielle Energie V darf nur nicht von der Zeit X^0 abhängen! Ich kann also immer eine neue Funktion \tilde{W} einführen:

$$\tilde{W}(EBahn, TBahn, XBahn) = W(EBahn, XBahn) - EBahn \cdot TBahn \quad TBahn \text{ nicht beliebig!!}$$

todo: irgendwas stimmt mit dem minus $EBahn$ nicht, eigentlich gibt meine Rechnung plus, das minus ist hineinerklärt. Bitte nochmal mit Schrödingers paper vergleichen. Irgendwo hab ich gelesen, dass wenn man Legendre Transformation von Lagrange auf Hamilton naiv macht, das falsche Vorzeichen rauskommt. Vielleicht ist das auch hier bei mir der Fall bzw. musst ichs deswegen hinbasteln weil ich das Minus nicht ganz verstanden habe.

Diese Form wird uns in einem der nächsten Teile beschäftigen (weiß noch nicht wann ich das schreiben werde). Als kleines Gustostückerl verrate ich, dass dieses W als Phase einer Materiewelle Ψ postuliert wird. Erstmals hat das Erwin Schrödinger vorgeschlagen im Jahr 1926 und die Materiewelle als Formel hingeschrieben. Gleichzeitig gibt er den Bahnbegriff komplett auf. Damit landet er von der klassischen Mechanik des Golfballs bei der Quantenmechanik des Elektrons. Das sowas geht grenzt an eine Wunder. Was diese Materiewelle Ψ wirklich ist, weiß bis heute kein Mensch.

Ich denk mir halt: die Wirkung W selbst ist schon eine rein mathematische Größe. Und sie muss für verschiedene Bahnen bekannt sein, an verschiedenen Orten, für verschiedene Energien. Das hatten wir oben erwähnt, sonst geht die Rechnung nicht. Die Wirkung ist eine Beschreibung alle denkbaren Golfbälle, es gibt keine Wirkungsfunktion für nur einen Golfball. Erst durch die Wahl des Endortes, also die Angabe einer Randbedingung in Physikersprache, kann ich die Wirkungsfunktion W überhaupt hinschreiben. Die Gleichung selbst kennt ja nur die ΔW . Und dann muss ich noch die Energie der Bahn festlegen, wieder eine Randbedingung, damit die Laufzeit eines einzigen Balles überhaupt klar definiert ist. Habe ich aber alle Randbedingungen festgelegt, habe ich tatsächlich die Wirkungsfunktion eines einzigen Golfballes. Und diesen letzten Schritt kriegt man für die Wellenfunktion Ψ nicht hin.

Aber mit der Wellenfunktion ist es glaub ich ähnlich wie mit der Wirkungsfunktion. Die Schrödinger-Gleichung kennt erstamls nur die $\Delta \Psi$. Dann wird mithilfe von Randbedingungen eine Funktion Ψ errechnet, durch Integration. Diese Integration hat aber eben keinen Anfangsort oder Endort als Randbedingung. Es gehen eben auch andere Tricks. Und das Ergebnis gilt halt nicht nur für ein Elektron sondern für alle denkbaren Elektronen mit verschiedenen Energien. Das Wasserstoffproblem zeigt das sehr deutlich: das Ergebnis der Rechnung ist eine einzige Formel für verschiedene Energien. Genau wie wir das bei der Wirkung hatten, sie gilt für beliebige Energien. Und damit gibt man sich dann zufrieden. Man kann ja schon sehr viel sagen über das System damit. Ob und wie man

die Laufzeit errechnen kann weiß keiner. Vielleicht ist die mathematische Größe Ψ einfach nicht geschaffen dafür, dass man sie mit solchen klassischen Randbedingungen aus der Gleichung rausquetschen kann. Manchmal braucht man gar keine Randbedingungen um schon was sagen zu können, manchmal sind die Randbedingungen einfach nur Konsistenzbedingungen für die Materiewelle, die dann schon zu nachmessbaren Ergebnissen führt. Es gibt aber Vorschläge für klassische Anschauungen, Schlagwort Bohmsche Mechanik, die ich sehr schätze, sie bringt aber keine neue Physik, weil bis jetzt kein Experiment erdacht werden konnte, das die Berechnung einer Bahn nötig hätte um die Anzeigen auf den Messapparaten zu erklären.

todo: Kann ich aus dem gekoppelten Harmonischen Oszillator irgendwie die Wellengleichung $\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0$ herleiten? Mit dem Hamilton-Jacobi Formalismus nämlich, mit Newton ists in <http://en.wikipedia.org/wiki/Waveequation> sehr gut drin. Der gekoppelte Oszillator und das Triatomic molecule ist in www.astro.caltech.edu/~golwalph106abph106abnotes.pdf. Aber leider nicht als Hmilton-Jacobi. Buch von Rovelli (Quantum Gravity), Kapitel 3 (Mechanik), Formel 3.20 steht: "The Hamilton Jacobi Equation can be obtained from the classical limit of the Schrödinger equation". Aber die Herleitung steht nicht drin :- (Schön wär das hinzukriegen. Double Pendulum is described after Equation 3.60.

Teil IV

Eistmcquadrat

Wir müssen uns über das Paradigma der Physik unterhalten. Was existiert? Die Antwort ist: kleine Kügelchen. Wir versuchen alle Phänomene der Natur mit dem Verhalten kleiner Kügelchen zu erklären. Kügelchen die im dreidimensionalen Raum an einem Ort sind. Und dieser dreidimensionale Raum sieht von jedem Kügelchen aus anders aus. Jedes Kügelchen sieht die anderen Kügelchen in einem Abstand zu sich und zueinander. Nehmen wir mal vier Kügelchen und geben wir ihnen Namen: Alice und Bob sowie Yasmina und Zaara. Alice und Bob sind tendenziell die Beobachter, Yasmina und Zaara haben exotische Namen, sind interessant und werden beobachtet. Jetzt ist es leider so, dass der Abstand zwischen Yasmina und Zaara aus der Sicht von Alice nicht derselbe sein muss wie der den Bob sieht. Alice und Bob messen mit dem Maßband nach und siehe da, es kommt nicht dasselbe raus. Wie kann das sein? In Wahrheit ist es auch so, dass es darum geht, dass Alice und Bob verschiedene Zahlen für die Abstände in ihren Rechnungen verwenden müssen, damit sich zum Schluss alles ausgeht. Jaja, meine Kügelchen können rechnen.

Das mit diesen Abständen ist eben der Ganze Wahnsinn den die Relativitätstheorie anpackt, es gibt die Allgemeine und die Spezielle. Ich gehe mal zweitere an. Die Spezielle beschäftigt sich zwar auch mit Abständen, aber der Hauptteil dreht sich um die Geschwindigkeiten der Kügelchen. Geschwindigkeit ist Weg

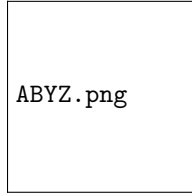


Abbildung 4: Unsere vier Kügelchen

durch Zeit, aber genauer will ich das gar nicht ausführen, es reicht sich einfach Geschwindigkeit als Eigenschaft eines Kügelchens vorzustellen, wir werden mit Abständen und Zeiten Gott sei Dank nichts weiter zu tun bekommen. Ein Auto hat eine Geschwindigkeit, wir haben eine Idee davon was das ist, es ist eine Eigenschaft des Autos, damit können wir schon was anfangen. Klar könnten wir auch wieder mit den Fingern und dem Blumensystem arbeiten, aber das ist mir zu mühsam. Wir haben nur Alice, Bob, Yasmina und Zaara, die auf einer Leine aufgefädelt hintereinander nach rechts flitzen, und das mit verschiedenen Geschwindigkeiten. Geschwindigkeit ist natürlich eine physikalische Größe, Kurzname V . Die Geschwindigkeit von Zaara aus der Sicht von Bob ist eine Zahl die nur die Ina kennt, ich bezeichne sie mit $VZaara_{Bob}$ oder kürzer VZ_B . Die Geschwindigkeit von Bob aus der Sicht von Alice hat die Bezeichnung VB_A . Du siehst, V steht für Geschwindigkeit, gleich dahinter steht von Wem und klein steht aus welcher Sicht.

Und jetzt kommt der Clou, der Hammer, der Wahnsinn, den kein Mensch versteht. Aber es ist so. Die Geschwindigkeiten addieren sich nicht einfach. Es ist nicht so dass die Geschwindigkeit von Zaara aus der Sicht von Alice gleich die Geschwindigkeit von Zaara aus der Sicht von Bob plus die Geschwindigkeit von Bob aus der Sicht von Alice ist. Es gilt also nicht:

$$VZ_A = VZ_B + VB_A$$

sondern, und das versteht keiner, ich sage nochmal, es gilt:

$$VZ_A = \frac{VZ_B + VB_A}{1 + \frac{VZ_B}{c} \frac{VB_A}{c}}$$

Der Buchstabe c steht für die Lichtgeschwindigkeit, eine sehr große Zahl. Falls die Kügelchen langsam sind, addieren sich die Geschwindigkeiten daher praktisch nach der ersten Formel. Gut, ist etwas unangenehm diese Regel, aber was solls. Wir gehen weiter. Irgend ein schlauer Kerl, ich weiß nicht obs vor Einstein schon jemand rausgefunden hat, ich glaub fast, hat den Impuls als Eigenschaft eines Kügelchens definiert. Impuls ist eine physikalische Größe, Kurzname P . Beispielsweise ist Zaaras Impuls PZ_A aus der Sicht von Alice gegeben durch:

$$PZ_A = \frac{MZ_A \cdot VZ_A}{\sqrt{1 - \frac{VZ_A^2}{c^2}}}$$

Dabei habe ich eine neue Größe eingeführt, die Masse, Kurzname M. MZ_A ist nichts anderes als die Masse von Zaara aus der Sicht von Alice. Die Masse ist überhaupt etwas sehr schlecht greifbares, es ist eine Zahl die man für jedes Kügelchen festlegen kann. Falls beispielsweise Yasmina und Zara zusammenstoßen und nachher zwei Dinge rauskommen, die nicht mehr die Masse von Yasmina und Zaara haben, dann sagen wir, es ist nicht mehr Yasmina und Zaara. Aber wenn man die beiden Kügelchen nur leicht zusammenstoßen lässt, dann kommen hinterher immer wieder zwei Dinge raus mit der Masse von Yasmina und Zaara und wir sagen es ist Yasmina und Zaara.

Masse ist also eine Eigenschaft der Kügelchen wenn sie ganz langsam dahinfliegen und leicht aneinanderstoßen. Das scheint mir schon eine starke Einschränkung zu sein, wer weiß welche Massen die Kügelchen haben, wenn sie schnell sind? Wir setzen in unsere Formeln jene Zahl ein, die wir bei langsamen Stößen festgestellt haben. Basta. Das ist die Masse. Und da langsam auch bedeutet, dass sich die Geschwindigkeiten einfach addieren, ist die Masse aus der Sicht jedes Teilnehmers gleich. Die Masse von Zaara ist die selbe Zahl für Alice und Bob. So hat man das gewählt, mit der Masse. Mir kommts etwas hatschert vor, weiß aber auch nix Besseres. Nochmal: die Masse eines Kügelchens kann nur festgestellt werden, weil wir die Erfahrung gemacht haben, dass es leichte Stöße gibt, bei denen vorher und nachher dieselben Bestandteile vorhanden sind. Nur die Geschwindigkeiten ändern sich. Und jetzt gehen wir her und basteln Formeln für hohe Geschwindigkeiten, in denen diese langsame Masse vorkommt. Viele sagen auch Ruhemasse zur Masse, es ist ein und dasselbe, es gibt keine Unruhemasse. Masse ist Masse überall und für jedes Kügelchen für jeden gleich. Ein verdammt klassisches Konzept, diese Masse.

Und hier müsst ich die Geschichte weiterschreiben, hatte aber lieber was Anderes gemacht.

Teil V

Gemischtes

3 Heterogene Gegenstücke

1. Burning Man
2. Foo Camp
3. TED
4. Breakout Labs

5. Edge
6. Sci Foo
7. Y Combinator
8. Thies-Fellowship-Programm
9. INET
10. FQXi
11. SummitSeries

Krugman on in INET talk https://www.youtube.com/watch?v=xd0Uz__ebzA:
 What society do you look for? Pretty much what Rolls thought: what society do you want to be born in, not knowing whether you are born as a son of a top executive or a secretary.

1. Canetti: Gewissen der Worte
2. Allan Janik: Wittgensteins Vienna
3. Rossegger: Weltgift

4 Gedanken

4.1 Todo

Die SRT muss gehen! Zwei Wege sollten dazu parallel beschritten werden: 1) Längenkontraktion als emergenten Effekt erklären und 2) eine Allgemeine RT aufstellen, die in einem Satelliten die Hamiltonmechanik ergibt.

Ad 1) Die Hauptmotivation muss sein, die spezielle RT, also die Längenkontraktion, irgendwie dynamisch zu beschreiben, ohne Synchronisation von Uhren mit Lichtstrahlen. Janossy “Relativity based on physical Reality” hat das versucht, er geht von Deformationen der Atombindungen bei Beschleunigung aus (nicht überzeugend!) und Uhren die bei Beschleunigung langsamer werden. Fakt ist, die Spezielle muss gehen in einem ersten Schritt, um dann als sekundärer Effekt, emergent, wieder zu erscheinen. Ein Schritt dazu ist vielleicht erstmal eine echte Einteilchentheorie des Elektrons aufzustellen (wobei man im ersten Schritt vielleicht auf die Masse-Energieäquivalenz $E = m \cdot c^2$ verzichten muss da es keine Teilchenumwandlung gibt).

Ad 2) In der Hamiltonmechanik gibts nur Potentiale, keine Kraft. Ich finde der Begriff der Kraft muss verschwinden, ich habe $F = m \cdot a$ nie verstanden. $F = m \cdot a$ scheint mir kein Gesetz sondern einfach eine Definition der Kraft zu sein. Bei Hamilton gibts auch keine Masse-Energieäquivalenz $E = m \cdot c^2$, ich glaube im ersten Schritt muss man darauf verzichten. Also kein Impulszuwachs (oder anders aber bereits kritisiert in Wikipedia: Massenzuwachs) mit der Geschwindigkeit. Vielleicht ist ein Weg die Modified Newton Dynamics (MOND)

zu studieren und mit dieser neuen Theorie zu replizieren, das wäre dann ein Kriterium für diese neue Gravitationstheorie.

Allgemein kann es sein, dass jede Theorie, so wie MOND, gesehen werden muss als effektive Beschreibung der Dynamik vor dem Hintergrund des Universums (kosmische Hintergrundstrahlung, dunkle Materie, Äther). Und die SRT einfach zu wahr ist, als dass sie diesen Hintergrund vernachlässigt. So wie bei der Erklärung des freien Falls eines Steins ohne Luft: extrem richtig und klar und schön, aber in der Erdatmosphäre schlicht falsch. Vielleicht ist die SRT/Elektrodynamik nur im mesoskopischen Bereich richtig, so wie ein Wassertropfen die Luft nicht spürt, eine Daunenfeder aber schon. In dem Sinne wären die Galaxien wie Daunenfedern (sie haben ja eine höhere Rotationsgeschwindigkeit als die ART verlangt).

1. Capon R.S. 1954: A Unified Formalism in Mechanics, Mathematische Annalen, Bd 127; p305-318; hier bekommt er relativistische Massendefekte
2. Letztes Kapitel Mermin "Its about Time". Allgemeine ohne Spezielle.
3. Lanczos: "The Variational Principles of Mechanics" (Eikonal Approximation)
 - Wellengleichung, insbesondere aus zwei gekoppelten Feldern (siehe unten). Herleitung der Wellengleichung aus dem Hamilton-Jacobi Formalismus. Vielleicht beisst sich da dann die Quantisierung in den Schwanz: aus Teilchen entstehen Wellen, die ergeben Quantisiert Teilchen, die wieder Wellen ergeben u.s.w.
 - Smiklassische Analyse : Zeitabhängige Schr.-Gl. aus zeitfreier in höherer dimension oder so? weiss nicht woher ich das hab
 - Die Hamilton-Jacobi Gleichung aus der ersten der vier möglichen kanonischen Transformationen entstanden ist. Welche Gleichungen entstehen aus den anderen drei möglichen Transformationen?

4.2 Mixed

- Julian Barbour: "The angles are real", distances are not $\Psi = S \cdot e^{i\varphi}$, φ ist ein Winkel.
- Wikipedia: If a quantum System has two or more subsets that are entangled, than each subsystem must be treated as a mixed state, even if the complete system is in a pure state.
- Mermin: if two density matrices share a common (pure) state, then there can be circumstances under which each density matrix describes the knowledge available to a particular observer of one and the same physical system.
- Ist eine Allgemeine Relativitätstheorie ohne Spezielle möglich?

- Freeman Dyson: Bohr-Rosenfeld (Gedankenexperiment zur Detektion von einzelnen Photonen in der QED soweit ich weiss) konnten Photonen nur isolieren, weil man den Effekt der Testladung eliminieren kann. Aber eine schwere Masse kann man nicht abschirmen, daher wird's schwer Gravitonen nachzuweisen, und zwar schon im Gedankenexperiment.
- Zitterbewegung. lt. Susskind sind die Dirac α 's Geschwindigkeiten.

$$\hat{H} = \overleftrightarrow{\alpha} \hat{p} + \overleftrightarrow{\beta} m$$

Wenn aber α Geschwindigkeiten sind, was sind dann die β ? Ich hab Zitterbewegung immer noch nicht verstanden, vielleicht ist es profitabel Schrödinger hier nochmal zu studieren.

- Bondis K-Kalkül hat denselben Grundsatz wie Dopplereffekt. Bessere Herleitung der speziellen mit Dopplereffekt als Postulat, da er direkt beobachtet wird und vielleicht $E = h \cdot \nu$ drin hat (siehe Homepage von Embacher).

4.3 Flemings Model

Gordon Fleming hyperplane dependent quantum field theory. Fleming hat wohl ein Kollapsmodell entwickelt, dass mit der SRT konsistent ist. Maudlin 1996, p191, ist mit dem Modell aber nicht ganz zufrieden. Fleming hat auf die Kritik geantwortet in

1. Perspectives on Quantum Reality; Rob Clifton
2. From Physics to Philosophy; Butterfield Jeremy 1999
3. Philosophie der Quantenphysik; Cord Friebe 2014

Könnte es sein, dass die Verschmierung des Ortes deswegen ist, weil der Massenschwerpunkt in jeder Hyperfläche woanders ist und die Messung "zufällig" eine Hyperfläche auswählt?

Maudlin p187: in the situation where two particles travel along time like hyperbolic trajectories, EVERY inertial frame would regard itself as center-of-mass frame.

Hyperbel:

$$1 = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$$

sieht ein Bischen aus wie die Minkowski Metrik.

4.4 Zeit aus der Legendretransformtion

Energie des Gesamtsystems ist:

$$E = \frac{P^2}{2M} + f(p, m)$$

dabei ist P der Impuls des klassischen Teilchens. Die Funktion $f(p, m)$ ist noch fraglich wie die aussieht. Nun ist die Geschwindigkeit des klassischen Teilchens:

$$V = \frac{\partial E}{\partial P} = \frac{P}{M}$$

es folgt:

$$P = M \cdot V$$

Die Legendretransformierte von E ist:

$$F = P \cdot V - E = MV^2 - \left(\frac{MV^2}{2} + f(p, m) \right) = \frac{MV^2}{2} - f(p, m)$$

Nun definieren wir einen Parameter μ , über den die Bahn des klassischen Teilchens beschrieben wird. Der Ort des Teilchens ist X , und die Änderung des Ortes $dX = V d\mu$. Es folgt:

$$F d\mu^2 = \frac{M}{2} dX^2 - f(p, m) \cdot d\mu^2$$

das hat Ähnlichkeiten mit der Minkowskimetrik:

$$ds^2 = dt^2 - dx^2$$

Ich würde also die Zeit definieren als die Strecke die ein Stein zurücklegt $dT^2 = \frac{M}{2} dX^2$ oder so.

Die Idee ist ein Hybrid Modell zu entwickeln: eine Verbindung aus klassischer Hamilton und zeitfreier Schrödingermechanik. Der klassische Teil ist dann die Uhr. Daraus soll dann aus dem Formalismus heraus die Lorenztransformation für Zeit und Ort herauskommen. Das geschieht dadurch, dass die Uhr für den bewegten Beobachter anders aussieht, weil der Trennstrich zwischen Hamilton und Schrödinger Teil anders gesetzt wird. Teile der Uhr des ruhenden Beobachters werden vom bewegten Beobachter dem Schrödinger Teil zugerechnet. Damit ändert sich die Definition der Zeit. Die spezielle Relativistik kommt aus dem Hybridmodell sozusagen hervor aus der Dynamik.

Interessant ist, dass in dem Festkörperphysikpaper "Background Independent Quantum Field Theory" von Olaf Dreyer (hep_th/0409048) steht: "A consequence of the setup as it is presented here is that special relativity is no longer fundamental. It only arises in the limit in which the spin model looks smooth and it does so only because the dispersion relation is relativistic. This is to be contrasted with the usual view of quantum field theory in which special relativity plays a fundamental role. In our approach, the emergence of special relativity is a dynamical effect." Im Buch geht's darum, dass Elementarteilchen und quantisierte Festkörperschwingungen viele Gemeinsamkeiten haben, das Vakuum des Universums hat also eine Verwandtschaft mit flüssigem Helium.

Ein weiterer Schritt wäre die Entwicklung einer Art allgemeiner Relativistik, die aber nur Raumkrümmung kennt und keine Zeitkrümmung, also in der Tradition 3+1. Gravitationstheorie ohne Zeitkrümmung, anders gesagt, Gravitationstheorie ohne spezielle Relativitätstheorie. Das wird schwierig, weil Gravitation eigentlich fast nur Zeitkrümmung ist. Diese Theorie (sobald wir sie haben) dann statt der klassischen Hamilton Mechanik in den Formalismus der Feldquantisierung reinstecken. Aus Verbindung mit Schrödinger sollte die uns bekannte ART (also Gravitation mit spezieller RT als Kern) rauskommen.

Ein freies Teilchen in der Zeit:

$$e^{i(kx-\omega t)}$$

Zwei freie Teilchen:

$$e^{i(kx-k'y)}$$

Zeit entsteht dadurch, dass man das ganze Universum approximiert als Teilchen das nach links fliegt. Ich könnte mir auch im weiteren Schritt fragen, wie würde die Zeit in die Formeln eingehen wenn ich das Universum mit einem Teilchen das sich nach links dreht? Also nicht der lineare Impuls k' , sondern der Drehimpuls L ist das ω .

Ein weiterer Schritt wäre Zeit aus Planeten die sich umeinander drehen. Das wäre die ephemeris time. Jedes Manifold kann in einen höherdimensionalen euklidischen R^n eingebettet werden. Ich hab die Frage, ob die ART schon in einem euklidischen R^n formuliert wurde. Etwas 9 dimensional, sodass Zeit als eine Kombination entsteht aus mehreren Koordinaten des R^9 , als Resultat einer constraint-Bedingung, die den R^9 zum R^4 zusammenschrumpfen aber krümmen lässt. Und dieser R^9 ist dann zu interpretieren als der Konfigurationsraum der Planeten, und nicht etwas als ein höherdimensionales Universum.

Andererseits kann ich (ich glaub auch Janossy schreibt das) argumentieren, dass sich eine Uhrendifferenz nur durch Beschleunigung ergibt. D.h. eine Zeitdilatation erfolgt nicht über Ortsänderung (Distanz), wie bei Planeten über Ephemeris Time so wie ich das oben vorgeschlagen hatte. Vielmehr erfolgt die Zeitmessung über Impulsänderung statt über Ortsänderung. Ein Quantenteilchen wechselt das Inertialsystem und daraus folgt, dass es altert.

Noch cooler wärs, wenn in dem obigen Zweigeteilten System zwei Uhren existieren. Die Impulsänderung der Quantenteilchen dient als Uhr für die Steine. Und die Ortsänderung der Steine dient als Uhr für die Quantenteilchen.

Dazu Smolin, Relational Quantum Mechanics, in The Bekenstein Bound gr-qc/9508064v2.pdf, page 13: "If we follow the example of general relativity we have a clue, which is that the extension of the [Standard Quantum] theory to the cosmological case should correspond to the restoration of a gauge symmetry, such that the standard theory, with fixed external observers, is obtained by breaking it in some way. What should this new gauge symmetry be? Given what has been said, it is clear that it should arise from treating the observer and the quantum system on an equal footing, so that the split between them can be made arbitrarily.

Thus, our goal is not to eliminate the observer, it is instead, to relativize him. We would like a formalism that allows us to divide the universe arbitrarily into two parts, and call one part of it the observer and the other the system. We would like there to be something like a gauge symmetry, that expresses the arbitrariness of the split.”

Ein isoliertes System kann durch einen zeitfreien Zustand beschrieben werden. Ich denke: es gibt gar keine Zeit in diesem System. Die Zeit kommt rein durch die Definition eines Subsystems als Beobachter, als Subjekt. Dieses Subjekt kann sich nicht selbst beschreiben, ist also purer Geist. Dieser Geist wird in den gängigen physikalischen Formeln durch den Parameter Zeit, den Buchstaben t , ausgedrückt. Jetzt ist es so, dass es keine Definition des “Jetzt” für dieses Subjekt gibt oder anders gesagt es keinen Sinn macht ein “Jetzt” als Zeitpunkt zu definieren. Das ist weil beispielsweise Farbe als Frequenz einer Schwingung entsteht und man deswegen warten und erinnern muss, um die Farbe eines Lichtstrahls zu erkennen. Daher gibt es für das Subjekt nur erinnerte Vergangenheit, also ein Bild dessen, was in den letzten Sekundenbruchteilen war. Es gibt kein Bild des “Jetzt”. Weiters kann es sein, dass das Subjekt ein klareres Bild des früheren Vergangenheitsabschnitts hat (sagen wir zwischen T-2 bis T-1), hingegen ein unklarerer Bild der jüngeren Vergangenheit (also T-1 bis T-0). Dadurch würde die Zukunft eigentlich schon bei T-1 beginnen, wenn wir Zukunft als das ansehen, worüber das Subjekt weniger weiss als über das was vorher war. Das “Jetzt” wäre damit ein Zeitabschnitt der früheren Vergangenheit, das aber erst definiert ist, wenn schon ein verschwommenes Bild der Zukunft gemalt werden kann vom Subjekt. Die noch frühere Vergangenheit (T-10 bis T-2) ist dann schon wieder verschwommener. Das “Jetzt” ist also der Abschnitt, über den dem Subjekt maximale Kenntnis (vielleicht des Ortes eines Teilchens) vorliegt. Obwohl für später folgendes auch schon was vorliegt. Damit ist des “Jetzt” für ein einzelnes Subjekt erstens einmal nicht genau definiert sondern hängt vom betrachteten physikalischen System ab (braucht man länger um rot zu erkennen als blau? was heisst das für bewegte Beobachter, wo es ja eine Rotverschiebung gibt?). Und zweitens ist für zwei Subjekte das “Jetzt” nicht dasselbe, aber es gibt keine Möglichkeit das ineinander umrechnen sondern das jeweilige “Jetzt” muss daher einfach als Gleichzeitig passiert angenommen werden. Zwei Subjekte reden über Dinge der Vergangenheit und nehmen jene Zeitspanne als Gleichzeitig passiert an, die jeweils der Zeitspanne maximaler Information/Kennntnis entspricht. Es gibt kein real Gleichzeitig.

Lesch & Co, Materie und Geist (<https://www.youtube.com/watch?v=kBo2J5KPAvM>) gegen Ende des Videos: “Wir haben zwei Perspektiven auf ein und dasselbe. Wir haben die Äussere Perspektive, wir kucken Materie an und beobachten physikalische Prozesse. Was das Hirn macht und was andere biologische Lebensprozesse machen, können wir nur von Innen verstehen. Das heisst von Innen gesehen ist alles so eine Art geistiger Prozess. Von innen gesehen ist also alles eigentlich psychisch. Die Theoretische Physik ist also auch ein psychisches Phänomen. Es gibt keinen direkten Weg vom physikalischen Prozess zur Psyche. Aber wir haben die Wahl der Sichtweise. Wir müssen die beiden Perspektiven aufeinander beziehen, wiewohl unvollkommen. Man darf nicht sagen: Geist hat mit Materie

nichts zu tun und umgekehrt.” Ich sage (mit Kant?): in unseren Formeln ist das t die Beschreibung unseres Geistes, die x die Beschreibung des physikalischen Systems.

4.5 Zeit als Randbedingung

Die Minkowskimetrik:

$$d\tau^2 = dt^2 - dx^2$$

Es kann mich keiner dran hindern, folgende Größe eines Haufens sich bewegnender Steine zu berechnen:

$$d\tau^2 = \sum_{i=n+1}^N dX_i^2 - \sum_{i=1}^n dx_i^2$$

Dabei teile ich das System von N Steinen willkürlich in zwei Teile, nämlich n kleine Steine und $N - n$ große Steine. Die dX sind Änderungen des Ortes der sich bewegnenden Steine. Wenn ich jetzt die erste Summe als Zeit betrachte, also Zeit als Steckle die die großen Steine zurücklegen. Dann wäre die Minkowskimetrik eine Art Randbedingung (Constraint) an das System. Es ist die Frage: ist der Constraint holonom oder nicht holonom und was heisst das in Bezug auf die Frage ob man eine Lagrangefunktion aufstellen und minimieren kann? Umgeformt:

$$1 = \sum_{i=n+1}^N \left(\frac{dX_i}{d\tau} \right)^2 - \sum_{i=1}^n \left(\frac{dx_i}{d\tau} \right)^2$$

In der Ansicht von Heinrich Hertz ist die potentielle Energie nichts als die kinetische Energie eines versteckten Systems. Und Geschwindigkeitsquadrate sind kinetische Energien:

$$1 = \sum_{i=n+1}^N \frac{2K_i}{M_i} - \sum_{i=1}^n \frac{2k_i}{m_i}$$

In dem Sinn kann man die obige Formel lesen als:

$$1 = V - T$$

Und $V - T$ ist der Lagrange.

4.6 Invarianz der Wellenfunktion

Maudlin p.177 Ψ itself is not invariant under a Galilean transformation. Instead it is:

$$\Psi \rightarrow \exp \left(i \frac{m}{\hbar} \vec{v}_0 \cdot \vec{q} \right) \cdot \Psi$$

siehe auch Dürr, Goldstein 92':

$$\Psi \rightarrow \exp(i \vec{p} \cdot \vec{x}) \cdot \Psi$$

Kommt das etwas ein Teilchen mit Impuls p hinzu? Also sieht ein bewegter Beobachter ein Teilchen mehr?

4.7 Bücher zu Hybrid Modelle

1. Wütrich Christian 2005: To quantize or not to quantize: fact and folklore in quantum gravity; Philosophy of Science 72. p777-788
2. Hugget, Callender 2001: Why quantize gravity (or any other field). Ph. of Sc. 68, p382-394
3. Albers, Kiefer 2008: Measurement analysis of quantum gravity, Phys Rev D 78
4. Peres, Terno 2001: Hybrid classical-quantum dynamics, Phys Rev A63
5. Terno 2006: Inconsistency of quantum-classical dynamics, and what it implies, Foundations of Physics 36, p102-111
6. Callender, Hugget 2001: Introduction, Physics meets Philosophy at the Planck scale; Cambridge University Press p1-30

4.8 Bücher zu GRW

1. Bell p205
2. Goldstein 2008: On the common structure of Bohmian Mechanics and GRW
3. Tumulka 2006: A relativistic version of the GRW model
4. Maudlin 2011: Quantum non-locality and relativity

4.9 Bücher zu Hertz

1. Capon R.S. 1954: A Unified Formalism in Mechanics, Mathematische Annalen, Bd 127, p305-318; hier bekommt er relativistische Massendefekte
2. Ehrenfest 1904?: die Bewegung starrer Körper in Flüssigkeiten und die Mechanik von Hertz
3. Brill, A 1909: Vorlesungen zur Einführung in die Mechanik raumerfüllter Massen; Leipzig 1909; p120-130; eine hydrodynamische Abhandlung zu Hertz, 5 Jahre nach Ehrenfest.
4. Paulus 1916: Ergänzungen und Beispiele zur Hertzschen Mechanik
5. Schrödinger hat wohl in einem Manuskript zur Hertzschen Mechanik gearbeitet, Kuhn 1967 Sources for History of Quantum Physics.

4.10 Misc Bücher

1. causal triangulation: hep_th\0509010
2. Particular clear exposition of angular momentum in Sec 11.3 of V. Devanathan “Quantum Mechanics” – naja, eher formal und keine Philosophie wenn ich den amazon preview anschau
3. Schrödinger: Science and Humanism
4. Schrödinger: Was ist ein Naturgesetz
5. Schadevaldt: Die Anfänge der Philosophie bei den Griechen
6. Galileo: Unterredungen (alle Körper fallen gleich schnell, rein aus Logik)
7. Dieter Teufel: Bohmian Mechanics
8. Dürr/Goldstein: Quantum Physics without Quantum Philosophy
9. Janossy: Theory of Relativity Based on Physical Reality

4.11 Hertz und Relativistik

Herz p239: Voraussetzung ist immer, dass die Änderungsgeschwindigkeiten nicht dasjenige Mass übersteigen, welches erlaubt, das System als zyklisches zu behandeln. (Anziehung zwischen Magneten sind nur so lang als ihre Geschwindigkeit weit unterhalb der Lichtgeschwindigkeit liegt.

Janossy 188: Erklärung von Magnetischem Feld aus Ladungsdichte geht nur unter Vernachlässigung des Terms $\frac{v^2}{c^2}$. Bitte genau verstehen, sollte eigentlich genau passen.

Die Integrale von Hertz

p 271:

$$1) \int (T - U) dt$$

$$2) \int (T + U) dt$$

$$3) \int \frac{ds}{\sqrt{U + h}}$$

$$4) \int \sqrt{U + h}$$

$$5) \int T dt$$

Diese Integrale nehmen bestimmte ausgezeichnete Werte an.

1)+2) bezieht sich auf die Bewegung des Systems.

3)+4)+5) beziehen sich nur auf die Bahn des Systems.

1)+3) Lagen des Systems gelten als gleich, wenn alle (auch zyklische) Koordinaten den gleichen Wert haben. Hier ist die physikalische Bedeutung einfach.

2)+3)+5) Lagen des Systems gelten als gleich, wenn nur sichtbare Koordinaten gleiche Werte haben. Hier ist die physikalische Bedeutung verwickelt. Dabei hat 5) den trügerischen Schein einer Bedeutung die physikalisch einfach ist.

5) setzt die Energieerhaltung voraus

1)+2) lässt die Energieerhaltung folgen

3)+4) ist unabhängig von der Energieerhaltung.

4.12 Wellengleichung

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\nabla \times B = \frac{\partial E}{\partial t}$$

daraus folgt:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\nabla \times \nabla \times E$$

Ist die Wellengleichung weil $\nabla E = 0$ lt Maxwell.

D.h. erste Ableitung zweier Felder ist gekoppelt dasselbe wie zweite Ableitung eines einzigen Feldes. Schrödinger beginnt mit der Wellengleichung zweiter Ordnung in Ψ . Kann man daraus eine gekoppelte Gleichung eines Tensors machen, in erster Ordnung.

Klein-Gordon braucht Ψ und $\frac{d\Psi}{dt}$ als anfangsbedingung. Im klassischen Limit geht es aber in die Schrödinger Gleichung über, die nur Ψ als Anfangsbedingung braucht. Sobald klassisch wird, braucht man also kein $\frac{d\Psi}{dt}$. Dirac braucht's auch nicht, d.h. Spinteilchen, also Teilchen die auf Magnetfeld reagieren. Wobei mir auch nicht klar ist, was das jetzt bedeuten soll.

4.13 Über zyklische und adiabatische Variablen, eher eine Sackgasse

Zyklische Variablen haben keinen Ort, aber einen Impuls (damit ist die Geschwindigkeit irgendwie mitdefiniert). Die zyklischen Variablen müssen (im Bild von Hertz) schnell sein, damit sie genug Energie haben um etwas zu bewirken. Schnell sein heißt relativistisch.

Vermutung: Kann es sein, dass relativistisch und zyklisch immer einhergehen? dass relativistische Teilchen keinen Ort haben können und also als Welle erscheinen?

Adiabatische Variablen sind sichtbar aber langsam. Siehe Jasper Lützen p215 und Referenzen, Helmholtz schreibt über Elimination von adiabatischen Variablen. Im Landau glaub ich stand, dass adiabatische Größen quantisiert sind in der alten Quantentheorie.

Vermutung: Alles was langsam ist, ist klassisch, sichtbar und quantisiert. Sobald's schnell wird, verliert der Begriff Ort seinen Sinn, es wird unsichtbar, Geschwindigkeit verliert seinen Sinn, es gibt nur mehr Impuls, keine Masse. Deswegen existiert streng genommen nur die Ruhemasse. Zeit ist vielleicht definiert durch die eliminierbaren adiabatischen Variablen.

4.14 Zu Emcquadrat

Ein lustiger Vergleich, der Masse, Zeit und Länge über die Energie in Zusammenhang bringt:

$$\Delta E = c^2 \cdot \Delta m = h \cdot \Delta \nu = m_0 \cdot g \cdot \Delta h$$

In Anlehnung an de Broglie könnte man sagen, dass alles was Masse hat auch eine innere Uhr hat, also innere Freiheitsgrade. So eine Art Uhrwerklösung der Masse aus inneren Dingen, die einen Drehimpuls haben, aber keine Masse.

Mir gefällt eine andere Formel als $E(m) = mc^2$ viel besser, nämlich:

$$E(m) = \ln \left(\frac{m}{M} + 1 \right) \approx \frac{m}{M} - \frac{1}{2} \left(\frac{m}{M} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{m}{M} \right)^3$$

Dabei ist M eine Naturkonstante, die sehr groß ist zahlenmässig. Das ist ein Schönheitsfehler, weil $\frac{1}{c^2}$ sehr klein ist... aber gut, es folgt

$$E(a) + E(b) = \ln \left(\left(\frac{a}{M} + 1 \right) \left(\frac{b}{M} + 1 \right) \right) = \ln \left(\frac{ab}{M^2} + \frac{a}{M} + \frac{b}{M} + 1 \right) \approx \frac{a+b}{M}$$

Man könnte auch beginnen mit

$$M(E) = \ln \left(\frac{E}{c^2} + 1 \right) \approx \frac{E}{c^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{E}{c^2} \right)^2$$

Da c^2 gross ist, würde die Reihenentwicklung auch zulässig sein.

4.15 Momentum

Susskind, Vorlesung Special Relativity: 3 Arten von Momentum:

1. Mechanical $p = m \cdot v$
2. Canonical $p = \frac{\partial L}{\partial q}$
3. Noether Momentum, invariant under space translation $\sum p_i \cdot \delta q_i$

4.16 Wahrscheinlichkeit

Wahrscheinlichkeit interpretiert als Zeit, die man länger warten muss, dass eine Teilchenspur am Ort X erscheint im Vergleich zur Zeit dass es an Y erscheint. Zeit erfordert den Zufall, erst der Übergang in einen wahrscheinlicheren Zustand lässt die Zeit voranschreiten. Das würde bedeuten, dass die Zeit nicht überall gleich vergeht. Und es entspricht mehr dem Zeitkonzept aus Entropie. Im Gegensatz zum Zeitkonzept aus Wellenausbreitung.

Teilchen am Ort ist ein klassisches Konzept. Sobald es zu viel Energie bekommt, kann es nicht mehr als ein Teilchen beschrieben werden. Es gibt dann nur mehr Energiequanten des Feldes, die zwar auch Elektronen genannt werden, aber nicht dasselbe sind wie ein langsames Elektron. Photonen können nie klassisch, langsam werden, sie sind immer Energiequanten.

4.17 GRW Blitz

Esfeld <http://philsci-archive.pitt.edu/10058/1/GRWf-1013.pdf> “GRW Theory”: Instead of accepting the conclusion that there is one privileged, albeit unknown foliation of space-time into spatial hypersurfaces that are ordered in time, one may envisage to maintain that what there is in nature depends on the choice of a hypersurface - so that different facts exist in nature relative to the choice of a particular foliation of space-time (See Fleming 96 “Just how radical is hyperplane dependence?”, Myrvold 2002 “On peaceful coexistence”, Fine 2005 “Tense and reality”). However, if one is willing to endorse such a relativism, any of the known proposals for a primitive ontology of QM can then easily be made relativistic.

Ich denke, eine physikalische Theorie muss definieren, ob es ein “jetzt” gibt und was das heißt. Das kann zum Beispiel bedeuten: Die Dinge, die “jetzt” gleichzeitig sind, hängen von der Wahl der Hypersurface ab. Wie oben Esfeld schreibt.

Meine andere Idee ist eine Theorie, die nicht sagt, was jetzt gleichzeitig existiert. Es gibt nur Aussagen über das was in der Vergangenheit existiert hat und das was in der Zukunft existieren wird. Der Zeitpunkt, wann etwas existiert hat, ist umso genauer und genauer bekannt, je länger in der Vergangenheit das Ding existiert hat. Wir können sagen: zwei Elektronen hatten gleichzeitig vor einem Jahr zu Mittag diese Wellenfunktion (“Ortsverschmierung”) gehabt und werden ein Jahr in der Zukunft zu Mittag gleichzeitig folgende Wellenfunktion haben. Und wir können sagen: zwischen gestern Mittag und morgen Mittage hat Elektron 1 den Ort x_1 und das Elektron 2 den Ort x_2 . Aber wir wissen nicht wann, weil wir nicht wissen was jetzt gleichzeitig heißt. Vielleicht muss man $x_1(x_2, t_2)$ und $t_1(x_2, t_2)$ angeben oder besser $x_1(x_2)$, sodass die Funktion unabhängig von t_1 und t_2 ist. Wie das mit der Energieerhaltung aus Zeithomogenität funktioniert ist mir nicht klar. Man könnte also angeben eine Funktion $F(x_1, t_1, x_2, t_2)$ für die folgendes Grenzverhalten gelten muss:

für kleine t_1, t_2 ist der Ort x_1 abhängig von x_2 , es gibt aber keine Zeit t :

$$F(x_1, t_1, x_2, t_2) = F(x_1, t_2, x_2, t_1) = 1$$

$$\frac{\partial F}{\partial t_1} = \frac{\partial F}{\partial t_2} = 0$$

...

$$\frac{\partial^n F}{\partial t_1^n} = \frac{\partial^n F}{\partial t_2^n} = 0$$

für große t_1 und t_2 gibt es eine Zeit t , aber die Orte sind nicht genau definiert:

$$F(x_1, t_1, x_2, t_2) = F(x_1, t_2, x_2, t_1) = G(x_1, x_2, t)$$

$$\frac{\partial F}{\partial t_1} = \frac{\partial F}{\partial t_2}$$

...

$$\frac{\partial^n F}{\partial t_1^n} = \frac{\partial^n F}{\partial t_2^n}$$

4.18 Über die Eigenschaft einer befriedigenden physikalischen Theorie

Die Welt ist unsere Vorstellung, das sagt Kant, Schopenhauer, der psychologische Konstruktivismus. Unser Hirn ist eine vorgegebene Schaltung, ein Schrank mit vorgegebenen Schubladen. Z.B. zeichnen Blinde Bilder von Vögeln, Schiff und Meer. Die Bilder sind also schon da. Der Raum, Kausalität, Zeit, das sind unsere Konstruktionen.

Also kann eine physikalische Theorie nur ein Bild sein, was ein Homo Sapiens sich zusammendenkt um die Konsequenzen einer bestimmten Handlungsweise vorhersagen zu können.

Dazu gibt es jetzt mehrere Ansichten.

Erste Ansicht: eine physikalische Theorie soll vorhersagen, was eine Messung ergeben wird, was observ-able ist. Das wäre die Schulbuchdeutung der Quantentheorie: Observable sind Operatoren auf einen Zustand im n -dimensionalen Konfigurationsraum. Der Ort des Geschehens ist der Ort des Messinstruments.

Zweite Ansicht: eine physikalische Theorie sollte be-ables haben, also mathematische Objekte, die im dreidimensionalen Raum zu einem bestimmten Zeitpunkt einen Wert haben. Das ist, weil Raum und Zeit die wichtigsten Schubladen sind, die unser Hirn hat. Ohne diese Schubladen zu füllen ergibt sich kein befriedigendes Bild der Welt. Elektromagnetisches Feld ist ein Paradebeispiel. Ein Teilchen der Bohm'schen Version der Quantenmechanik ist ein weiteres Beispiel für ein be-able.

Dritte Ansicht: Eine Theorie sollte eine intuitive Story des Geschehens erzählen, die in Worten gefasst werden kann ohne Mathematik. Das wäre der

Versuch der QBisten, die den Quantenmechanischen Zustand abschaffen wollen und nur mit Wahrscheinlichkeiten im Bays'schen Sinne arbeiten wollen. Also mit der Definition Wahrscheinlichkeit als Anweisung für Einsätze eines Spielers der optimale Ergebnisse unter Einbeziehung der ihm vorliegenden Information erzielen will. Und Toy Models, die intuitiv das Ergebnis eines Versuchs vorher-sagen lassen, ohne dass es dem Hirn als paradox erscheint.

Vierte Ansicht: eine Theorie sollte mathematisch exakt definiert sein. Bei der QED ist das zum Beispiel nicht der Fall.

Fünfte Ansicht: Eine Theorie sollte gewisse Erhaltungssätze nicht verletzen: Energieerhaltung, Impulserhaltung. Das ist die sogenannte Strukturenontheologie.

4.19 Das Variationsproblem

14.7.2015

zu lösen ist ein Problem, das in der Literatur so hingeschrieben wird: finde jenes $q(t)$, sodass

$$\delta \int_a^b F(q(t), q'(t), t) dt = 0$$

Diese Zeichenkombination versteht erstmal keiner, ich werd das aufhellen. Als erstes beginnen wir mit mit einem Ausdruck \hat{A}

$$\hat{A}(q(t), t) \equiv \sin(q(t) + \frac{dq}{dt}) - \int t \cdot q(t) dt$$

Im Unterscheid zu einer Funktion kann ein Ausdruck auch Integration und Differentiation beinhalten, deswegen das Dach über dem Buchstaben. Das $q(t)$ kann immer noch eine beliebige bekannte Funktion sein, beispielsweise $\tan(t)$. Nun definieren wir $\delta[\hat{A}]$:

$$\delta[\hat{A}(q(t), t)] \equiv \hat{A}(q(t) + \epsilon\Phi(t), t) - \hat{A}(q(t), t)$$

Dabei ist $\Phi(t)$ eine beliebige Funktion, und ϵ eine beliebig kleine Zahl. Für diese beiden dürfen wir uns nichts konkretes vorstellen, durch das δ kommen also zwei Objekte hinzu. Das Ziel wird sein, diese durch Umformung irgendwie wegzubekommen. Die Operation δ angewandt auf einen Ausdruck \hat{A} heisst also folgendes: Im Ausdruck \hat{A} ersetzen wir $q(t)$ durch $q(t) + \epsilon\Phi(t)$, variieren $q(t)$ also ein bisschen, und ziehen den ursprünglichen Ausdruck ab. Nehmen wir für $q(t)$ beispielsweise Tangens her, sieht das so aus:

$$\delta \left[\sin(\tan(t) + \frac{d(\tan(t))}{dt}) - \int t \cdot \tan(t) dt \right] = \sin(\tan(t) + \epsilon\Phi(t) + \frac{d(\tan(t))}{dt} + \epsilon \frac{d\Phi}{dt}) - \int t \cdot (\tan(t) + \epsilon\Phi(t)) dt - \left[\sin(\tan(t) + \frac{d(\tan(t))}{dt}) - \int t \cdot \tan(t) dt \right]$$

Ein verdammt langer Ausdruck, aber an sich nichts magisches, einfach einsetzen und subtrahieren. Ich könnte diese Wurst noch weiter auflösen, aber das war ja nur ein erstes Beispiel, und ist nicht weiter der Mühe wert.

Ich wende mich jetzt dem wirklichen Problem zu

$$\hat{A}(q(t), t) \equiv \int_a^b F(q(t), q'(t), t) dt$$

Unter F kannst du dir eine konkrete Funktionen vorstellen, etwa Sinus und Cosinus oder was Anderes. Unsere Aufgabe ist zu ergründen, für welche Funktion $q(t)$ wohl die Variation des gesamten Ausdrucks Null wird:

$$\delta \int_a^b F(q(t), q'(t), t) dt = 0$$

Das Ergebnis wird natürlich von unserer Wahl der Funktion F abhängen, wir wollen aber eine Methode finden, die für jede Wahl von F gleichermaßen funktioniert.

Das δ bezieht sich, wie oben gezeigt, auf die $q(t)$. Die $q(t)$ werden verschoben, variiert zu $q(t) + \epsilon\Phi(t)$. Für das Variationsproblem wird also t am Besten als Konstante betrachtet, das $q(t)$ wird an der Stelle t variiert, verschoben.

Nichtsdestotrotz meint $q'(t)$ die Ableitung nach t . Aber: die Funktion $q(t)$ wird zuerst verschoben, das Ganze dann abgeleitet. Hier der Vorgangs δ genau hingeschrieben für unseren Fall:

$$\delta \left[\int_a^b F(q(t), q'(t), t) dt \right] \equiv \int_a^b [F(q(t) + \epsilon\Phi(t), [q(\tau) + \epsilon\Phi(\tau)]'_{\tau=t}, t)] dt - \int_a^b [F(q(t), [q(\tau)]'_{\tau=t}, t)] dt$$

Dabei heißt $[q(\tau) + \epsilon\Phi(\tau)]'_{\tau=t}$: die Ableitung des Ausdruckes in der Klammer $[]$ nach der Variablen τ . Am Ende wird der resultierende Ausdruck an der Stelle t ausgewertet. Der Vorgang der Variation ist also der allererste Schritt, und für diesen ist es zweckmäßig sich t als Konstante zu denken. Im Nächsten Denkschritt wird t zur Variable über die integriert wird. Jetzt wissen wir auch was gemeint ist und wir schreiben das Ganze kürzer ohne die τ und unter ein Integral:

$$\int_a^b [F(q(t) + \epsilon\Phi(t), q'(t) + \epsilon\Phi'(t), t) - F(q(t), q'(t), t)] dt$$

Dieser Ausdruck kann, nebenbei betrachtet, wieder mithilfe des Symbols δ angeschrieben werden, und zwar so:

$$\int_a^b \delta F(q, q', t) dt$$

anders gesagt, das δ darf ins Integral geschrieben werden. Das liegt einfach daran, dass die Summe zweier Integrale das gleiche wie das Integral der Summe ist, $\int_a^b I + \int_a^b J = \int_a^b (I + J)$

Jetzt kommt ein entscheidender Schritt: wir vergessen den Zusammenhang zwischen $q(t)$ und $q'(t)$. Wir betrachten sie nicht mehr als Funktion $q(t)$ und ihre

Ableitung $q'(t)$, sondern als zwei beliebige Variablen, die von t abhängen. Nicht Funktion und Ableitung, sondern von t abhängige Variablen $q(t)$ und $v(t)$. Die Variation von $v(t)$, das $\Phi'(t)$, ist aber abhängig von jener Variation $\Phi(t)$, die wir für die $q(t)$ wählen. Aufgrund ihrer Herkunft darf die neue Variable $v(t)$ nicht beliebig variiert werden, dieses Erbe bleibt.

Ausgehend von der Definition des δ ganz am Anfang $\delta[A(q(t), t)] \equiv A(q(t) + \epsilon\Phi(t), t) - A(q(t), t)$, sind wir übergegangen zu einem Spezialfall: $\delta[A(q(t), v(t), t)] \equiv A(q(t) + \epsilon\Phi(t), v(t) + \epsilon\Phi'(t), t) - A(q(t), v(t), t)$. Der Spezialfall gilt dann, wenn v die Ableitung von q ist.

Wir schreiben also dasselbe nochmal in der nun leicht anderen Notation

$$\int_a^b [F(q(t) + \epsilon\Phi(t), v(t) + \epsilon\Phi'(t), t) - F(q(t), v(t), t)] dt$$

Durch die veränderte Notation bemerken wir, dass wir eine Taylorentwicklung machen können:

$$\int_a^b \frac{\partial F}{\partial q} \epsilon\Phi(t) + \frac{\partial F}{\partial v} \epsilon\Phi'(t) dt$$

Das können wir erstmal mit simpler Handwerksumformung nicht mehr weiter vereinfachen. Bisher war das ja der Fall. Dann kommt der Trick: partielle Integration, damit bekommen wir das $\Phi'(t)$ weg. Im unteren wird das Fettgeschriebene partiell integriert:

$$\int_a^b \frac{\partial F}{\partial q} \epsilon\Phi(t) + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{v}} \epsilon\Phi'(t) dt$$

$$\int_a^b \left[\frac{\partial F}{\partial q} \epsilon\Phi(t) - \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{v}} \epsilon\Phi(t) \right] dt + \left[\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{v}} \epsilon\Phi(t) \right]_a^b$$

Damit dieser Ausdruck insgesamt Null wird, wie ganz am Anfang verlangt, muss sicher einmal gelten:

$$\frac{\partial F}{\partial q} - \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{v}} = 0$$

Das ist deswegen, weil wir ja über die $\Phi(t)$ nichts wissen können, nichts wissen dürfen und auch nichts wissen wollen. Ob das ausreicht klären wir hier nicht, aber meistens tut es das. Die obige Gleichung heißt Euler Lagrange Gleichung.

Das Zentrale Ergebnis: q und v werden in der üblichen (und zweckmäßigsten) Lesart der obigen Gleichung als unabhängige Variablen betrachtet. Das ist etwas erstaunlich, weil ja v die zeitliche Ableitung von q ist. Der Zusammenhang besteht darin: Die Variation von v ist nicht komplett beliebig, sie hängt von der für q gewählten Variation ab. Dieser Umstand wird aber in den Hintergrund gedrängt, da er in der Herleitung der Gleichung steckt.