



# Estadística II

## Introducción - Contenido del curso

Kevin Pérez - Ingeniero de Sistemas - Estadístico, (E) Maestria en Ciencia de Datos.  
Universidad Cooperativa de Colombia.

# Capítulo I - Correlación

1. Análisis de Correlación
2. Diagramas de Dispersión
3. Correlación de Pearson
4. Correlación de Spearman
5. Relación de variables correlacionadas
6. Aplicaciones generales y en psicología.

# Capítulo II - Regresión

1. Análisis regresional
2. Tipos de Variables (dependientes e Independientes)
3. Tipos de Regresión
4. Regresión Lineal Simple
5. Aplicaciones del modelo de Regresión Lineal Simple (MCO) (Verosimilitud)
6. Homocedasticidad
7. Aplicaciones generales y en sicología.

# Bibliografía – Referenciación

- Ferris J. Ritchey. Estadísticas para las Ciencias Sociales (El potencial de la imaginación estadística).. Editorial Mc Graw Hill. 2007
- Hernández Arroyo, Emil. Manual de Estadística: Handbook of Statistics. Bogotá. Universidad Cooperativa de Colombia. 2006
- Horra Navarro, Julián. Estadística aplicada. Madrid. Editorial Diaz de Santos. 2003
- Levin Jack, Fundamentos de estadística en la investigación social 2da edición, Harla. 1992
- Martínez Bencardino, Ciro. Estadística y Muestreo. Ecoe Ediciones. Bogotá. 2003

# Capítulo I - Correlación

En este capítulo se estudiará una de las más importantes y útiles herramientas del análisis estadístico: La correlación, esta técnica ilustra la forma como pueden analizarse las relaciones entre dos variables para encontrar patrones que conlleven al planteamiento de hipótesis que luego se deban verificar.

Los términos **asociación**, **correlación**, **contingencia**, **concordancia** y otros similares, se suelen utilizar como equivalentes muy a menudo. No obstante, haciendo un uso más correcto de la terminología estadística, aún con significado semejante, se puede considerar:

- correlación de variables propiamente dichas, o sea, medidas en escala de intervalo.
- concordancia de ordenaciones, entendiéndose como tales las denominadas variables ordinales, y
- asociación o contingencia de variables nominales o atributos.

# Capítulo I - Covarianza

La covarianza es una medida de variabilidad conjunta entre un par de variables  $X$  y  $Y$  medidas sobre un conjunto de  $n$  individuos:

$$S_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{n - 1}$$

Este coeficiente juega un importante papel en el estudio de la relación lineal entre las variables,  $S_{xy}$  es una medida simétrica y se puede leer como la suma de los productos de las desviaciones de  $X$  por las desviaciones de  $Y$  con respecto a sus medias respectivas.

- Se puede afirmar que la covarianza detecta la relación lineal entre las variables y el sentido de ésta, pero no distingue entre la no presencia de relación
- Aún para el estudio de relaciones lineales la covarianza adolece de ciertos problemas, como el de venir acompañada de las unidades de las variables y el de depender del número de observaciones.

# Capítulo I - Coeficiente de Pearson

Para obviar las carencias de la covarianza se introduce el coeficiente de correlación lineal o **coeficiente de correlación de Pearson**. Suponga dos variables aleatorias  $X$  y  $Y$ , el coeficiente de correlación lineal es definido por:

En general, disponemos de muestras de pares de datos  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$  y se define el coeficiente de correlación *muestral (estimador)* como:

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x S_y}$$

- Con  $-1 \leq r_{xy} \leq 1$ . Que es una medida adimensional, ordinal y tiene el signo de  $S_{xy}$  por lo que cuando la relación lineal entre  $X$  e  $Y$  es exacta y directa, es decir, todos los puntos se encuentran sobre una recta con pendiente positiva, vale 1, cuando es exacta e inversa, es decir, todos los puntos se encuentran sobre una recta con pendiente negativa, vale  $-1$  y cuando no hay relación lineal 0; con un análisis lógico para las posiciones intermedias. Cuando  $r$  vale cero, se dice que las variables están *no correlacionadas*.

# Capítulo I - Coeficiente de correlación de Spearman

Este coeficiente se utiliza para medir la relación entre dos sucesiones de valores ordinales. Es el coeficiente de *correlación de Pearson* para las llamadas variables *cuasi-cuantitativas*, discretas, o bien, para aquellas cuantitativas que han sido transformadas en ordinales ( $n$  primeros números naturales para cada variable) tiene la forma

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

Donde:

- $r_s$  es el coeficiente de correlación por rangos de Spearman
- $d_i$  es la diferencia entre el valor ordinal de la variable  $X$  y el de la variable  $Y$  en el elemento  $i$ -ésimo
- $n$  es el tamaño de la muestra

Se verifica para este coeficiente como en el anterior que  $-1 \leq r_s \leq 1$



# Capítulo I - Coeficiente de Spearman

Si hay un gran número de elementos con el mismo valor en alguna de las dos variables, es decir, si hay muchos empates, es conveniente recurrir a las correcciones de este coeficiente. Quedando el coeficiente como

$$r_s = \frac{x^2 + y^2 - \sum_{i=1}^n d_i^2}{2\sqrt{x^2 y^2}}$$

Con:

$$x^2 = \frac{n^3 - 3}{12} - \sum_{i=1}^n T_{x_i}, \quad T_{x_i} = \frac{t_{x_i}^3 - t_{x_i}}{12}$$
$$y^2 = \frac{n^3 - 3}{12} - \sum_{i=1}^n T_{y_i}, \quad T_{y_i} = \frac{t_{y_i}^3 - t_{y_i}}{12}$$

# Capítulo I - Coeficiente de Spearman

Donde:

- $t_{x_i}$  es el número de empates en el rango  $i$  de la variable  $X$
- $t_{y_i}$  es el número de empates en el rango  $i$  de la variable  $Y$

Sus características e interpretación son similares a las del coeficiente de correlación de Pearson.

# Capítulo I