Lineare Funktionen und ihre Eigenschaften erkennen

1 Gegeben ist jeweils eine Darstellung einer linearen Funktion. Übertrage in dein Heft und ergänze die fehlenden Darstellungen.

Gleichung	Wertetabelle	Verbale Beschreibung	Graph
f(x) = 3x + 1			
		Von der Hälfte einer Zahl wird 5 subtrahiert.	
			y h 1 - 1 - 2 - 3 × x - 2 - 1 - 2 - 73 2 - 73

Lineare Funktionen rechnerisch bestimmen

Die Punkte A und B liegen auf dem Graphen einer linearen Funktion. Ergänze die fehlenden Koordinaten.

a)
$$f(x) = 2x - 1$$

 $A(-3|?)$; $B(?|4)$

b)
$$f(x) = -4x + 1$$

 $A(1|?); B(?|-15)$

c)
$$f(x) = \frac{1}{2}x + 1$$

 $A(2|?); B(?|3)$

3 Der Graph einer linearen Funktion besitzt den Anstieg m und verläuft durch den Punkt P. Gib eine Funktionsgleichung an und beschreibe das Monotonieverhalten.

a)
$$m = \frac{1}{2}$$
; $P(0|0)$ b) $m = -3$; $P(2|4)$ c) $m = 2$; $P(1|-4)$

b)
$$m = -3$$
; $P(2|4)$

c)
$$m = 2$$
; $P(1|-4)$

d)
$$m = 0$$
; $P(-3|-1)$

4 Der Graph einer linearen Funktion verläuft durch A und B. Gib eine Funktionsgleichung an.

Lineare Gleichungen lösen

5 Löse die Gleichung im Bereich der reellen Zahlen mithilfe von Äquivalenzumformungen.

a)
$$2x + 3 = 18$$

b)
$$2x - 3 = 11$$

c)
$$x - 5 = 3x$$

d)
$$14x = x + 26$$

e)
$$x + 3 = 3 - 3$$

e)
$$x + 3 = 3 - x$$
 f) $\frac{1}{3}x + 2 = \frac{x}{5} - 1$

g)
$$-\frac{3}{8} + \frac{x}{2} = 4 - 3x$$

h)
$$4x - \frac{34}{3} = -3 + \frac{3}{2}$$

g)
$$-\frac{3}{8} + \frac{x}{2} = 4 - 3x$$
 h) $4x - \frac{34}{3} = -3 + \frac{3}{2}x$ i) $-\frac{4}{9} \cdot (12 - 6x) = -4x + 3$

Ergänze die Lücken so, dass x = -3 die Lösung der Gleichung ist.

a)
$$x + 8 =$$

b)
$$\cdot x + 2 = -7$$

c)
$$-x = 2.5x - 9$$

a)
$$x + 8 =$$
 b) $\times x + 2 = -7$ c) $\times x + 2 = -7$ d) $\times x + 2 = -7$ d) $\times x + 2 = -7$ d) $\times x + 2 = -7$ c) $\times x + 2 = -7$ d) $\times x + 2 = -7$ e)

zu 2.1 Zeichne folgende Parabeln und gib an, wie diese aus der Normalparabel entstanden sind.

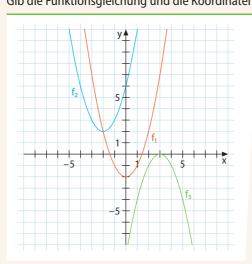
a)
$$f(x) = x^2 + 1$$

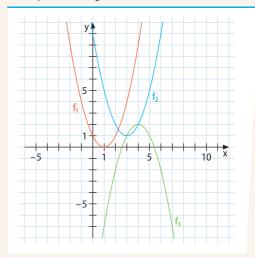
b)
$$f(x) = (x + 2)^2 - 1$$

a)
$$f(x) = (x + 1)^2$$

b) $f(x) = (x + 4)^2 + a$

zu 2.2 Gib die Funktionsgleichung und die Koordinaten des Scheitelpunktes folgender Parabeln an.





Bestimme c so, dass der Graph von f durch den Punkt P verläuft.

a)
$$f(x) = x^2 + c$$

b)
$$f(x) = (x + 2)^2 + c$$

a)
$$f(x) = x^2 + c$$

b)
$$f(x) = (x + c)^2 + 4$$

zu 2.3 Ist die Aussage für die angegebene Funktion f (x) richtig oder falsch? Begründe.

- a) Wenn a > 0, dann ist die Parabel immer nach oben geöffnet.
- **b)** Wenn a < 0, dann hat die Funktion immer 2 Nullstellen.
- c) Der Graph der Funktion ist um c-Einheiten entlang der y-Achse verschoben.
- d) Der Koeffizient a gibt an, ob der Graph gestreckt oder gestaucht ist.
- e) Wenn a = 1, dann entsteht eine verschobene Normalparabel.
- f) Wenn a = 0, dann entsteht eine Normalparabel.

$$f(x) = ax^2 + c$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

zu 2.4 Beschreibe die Graphen der Funktionen.

a)
$$f(x) = x^2 + 2017$$

b)
$$f(x) = (x + 2017)^2$$

c)
$$f(x) = 2x^2 + 2017$$

a)
$$f(x) = -3x^2 - 2017$$

b)
$$f(x) = (x - 2017)^2 + 2$$

c)
$$f(x) = -3 \cdot (x - 2017)^2$$

zu 2.5 Gib die Eigenschaften (Definitionsbereich, Wertebereich, Scheitelpunkt, Anzahl der Nullstellen, Monotonie, Gleichung der Symmetrieachse) folgender Funktionsgraphen an.

a)
$$f(x) = (x - 5)^2 + 2$$

b)
$$f(x) = -2x^2 + x$$

a)
$$f(x) = x^2 + 2x - 8$$

b)
$$f(x) = -2x^2 + 2x - 4$$

In Example 2 Ermittle jeweils den Scheitelpunkt des Graphen der quadratischen Funktion.

zu 2.5

a)
$$f(x) = (x - 3)^2$$

b)
$$f(x) = 2x^2 + 2x$$

c)
$$f(x) = x^2 + 2x + 2$$

a)
$$f(x) = (x - 3)^2 + 1$$

b)
$$f(x) = -2x^2 + x$$

c)
$$f(x) = 2x^2 + 4x + 6$$

Gib eine Gleichung einer Parabel mit folgenden Eigenschaften an. Die Parabel ...

zu 2.6

- a) ist nach oben geöffnet, hat eine Nullstelle, ist um 2 Einheiten in positive x-Richtung verschoben.
- b) ist gestreckt um den Faktor 3, hat den Scheitelpunkt S (-1 | -6).
- hat eine Nullstelle im Koordinatenursprung.
- a) ist nach unten geöffnet, hat keine Nullstelle, hat einen Scheitelpunkt auf der y-Achse.
- b) ist gestaucht um den Faktor 0,5, ist nach unten geöffnet, hat den Scheitelpunkt S (1 | 1).
- c) hat zwei Nullstellen bei $x_1 = 2$ und $x_2 = 4$.
- Ermittle für die Brücken eine Funktionsgleichung, wenn ...

zu 2.7

die y-Achse auch gleichzeitig Symmetrieachse der Parabel ist.



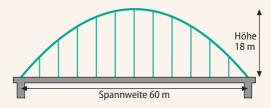
Bogenbrücke im Kromlauer Park Höhe: 6,5 m; Spannweite: 15,6 m

die y-Achse nicht Symmetrieachse der Parabel ist.



Müngstener Brücke Höhe: 69 m; Spannweite: 79 m

Eine parabelförmige Brücke über die Autobahn ist 75 m hoch und insgesamt 270 m breit.



- a) Bestimme eine Funktionsgleichung g der parabelförmigen Brücke, bei der der höchste Punkt der Brücke auf der y-Achse liegt und die beiden Eckpunkte auf der x-Achse liegen.
- b) Viele Brückenbögen werden zusätzlich durch senkrechte Träger verstärkt. Der Abstand zwischen den einzelnen Brückenträgern ist gleich. Berechne diesen.
- a) Bestimme eine Funktionsgleichung g der parabelförmigen Brücke, bei der der linke Punkt der Brücke im Koordinatenursprung liegt.
- b) Für eine bessere Stabilität der Brücke wurden 11 senkrechte Träger in gleichen Abständen eingezogen. Berechne die Länge der einzelnen Träger.

1
$$f(x) = x^2 - 1$$

2
$$f(x) = x^2 - 0.25$$

2
$$f(x) = x^2 - 0.25$$
 3 $f(x) = x^2 + 5$

4
$$f(x) = x^2 + 1.5$$

- a) Zeichne den Graphen der Funktion mithilfe einer Wertetabelle $(-3 \le x \le 3)$.
- b) Gib die Koordinaten des Scheitelpunktes S an und bestimme die Nullstellen der Parabel, falls vorhanden.
- Finde heraus, ob der Punkt A auf der Parabel der Funktion liegt.

a)
$$f(x) = x^2$$
; $A(1.9|3.9)$

b)
$$f(x) = x^2 - 3.25$$
; $A(1.5 | -1)$

c)
$$f(x) = x^2 - 12$$
; $A(3|3)$

a)
$$f(x) = x^2$$
; $A(1,9|3,9)$ **b)** $f(x) = x^2 - 3,25$; $A(1,5|-1)$ **c)** $f(x) = x^2 - 12$; $A(3|3)$ **d)** $f(x) = x^2 + 20$; $A(-\sqrt{5}|25)$

- Ist die Aussage für eine Funktion mit der Gleichung $f(x) = ax^2 + e$ richtig oder falsch? Begründe.
 - a) Wenn a negativ ist, ergibt sich eine nach unten geöffnete Parabel.
 - **b)** Für a > 0 ist der Scheitelpunkt S der Tiefpunkt der Parabel.
 - c) Der Summand e gibt den Schnittpunkt der Parabel mit der y-Achse an.
 - d) Je größer e ist, desto weiter ist die Parabel nach oben verschoben.
 - e) Ist a = 0 und e = 0, dann erhält man eine Normalparabel.
 - f) Je kleiner a, desto schmaler die Öffnung der Parabel.
 - g) Wenn a positiv und e negativ ist, dann schneidet die Parabel die x-Achse genau zwei
 - **h)** Für a = 0 ist der Graph eine Gerade parallel zur x-Achse.
 - i) Der Koeffizient a gibt an, um wie viele Einheiten die Parabel auf der y-Achse verschoben wird.
 - j) Wenn a und e negativ sind, schneidet die Parabel die x-Achse in zwei Punkten.

4 In einem Experiment fährt ein Wagen eine 3,8 m lange Rampe herunter und hinterlässt dabei eine Tropfenspur. Die Tropfen entstehen dadurch, dass aus einem Flüssigkeitsbehälter regelmäßig nach einer Viertelsekunde ein Tropfen fällt. Entfernung vom Startpunkt in dm

Kannst du die Beobachtung erklären?

b) Übertrage die Tabelle in dein Heft und ergänze sie.

Fahrtzeit t (in Viertelsekunden)		1	2	3	4
Entfernung s des Tropfens vom Startpunkt (in dm)					

- Für das Koordinatensystem:

Forme gegebenenfalls zunächst zur Funktionsgleichung f(x) = y um.

- a) Beschreibe die Tropfenspur. Was fällt dir auf?
- c) Stelle die Wertepaare in einem Koordinatensystem dar.
- d) Finde einen Term, der die Fahrstrecke in Abhängigkeit von der Fahrzeit beschreibt.
- 5 Beschreibe bei jeder Funktion, ob die zugehörige Parabel ...
 - 1 nach oben oder unten geöffnet ist. 2 gestreckt oder gestaucht ist.
 - a) $y = 1.5x^2$

- **e)** $2y = x^2$
- b) $y = -0.9x^2$ c) $y = \frac{5}{4}x^2$ d) $y = -3.2x^2$ f) $5x^2 + y = 0$ g) $2x^2 + 3y = 0$ h) $y + 4x^2 = 0$