

6

6.1 Terme mit Variablen

Entdecken

Auf S. 186 hast du einen Rechenausdruck gesucht, mit dem du den Zusammenhang zwischen der Anzahl der Würfel und der Anzahl der sichtbaren Seitenflächen bei Würfeltürmen beschreiben kannst.

- Erkläre dein Vorgehen bei der Suche nach dem Rechenausdruck.



Verstehen

Zusammenhänge zwischen Größen lassen sich oft durch einen Rechenausdruck beschreiben. Ist in dem Rechenausdruck eine Größe veränderlich („variabel“), so kann man hierfür einen Platzhalter einführen.

Erklärvideo



Mediencode
61047-02

Merke

In der Mathematik sagen wir statt Rechenausdruck oftmals **Term**.

In einem Term können **Variablen** (Platzhalter) für beliebige Zahlen auftreten, die man in der Regel mit kleinen Buchstaben a, b, c, \dots, x, y, z bezeichnet.

Ein Term ist somit eine sinnvolle Verbindung von Zahlen und/oder Variablen mithilfe von Rechenzeichen. Setzt man für die Variable in einem Term eine Zahl ein, so erhält man den Wert des Terms. Terme ohne Variablen heißen **Zahlterme**.

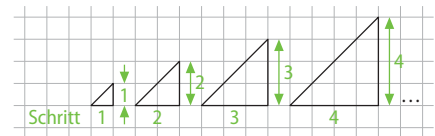
Beispiele

- I. Setze in folgende Terme für die Variable nacheinander die Werte $3; -2; \frac{1}{2}$ ein.
- a) $2x + 1$ b) $8 - x$

Lösung:

Term	$x = 3$	$x = -2$	$x = \frac{1}{2}$
a)	$2 \cdot 3 + 1 = 7$	$2 \cdot (-2) + 1 = -3$	$2 \cdot \frac{1}{2} + 1 = 2$
b)	$8 - 3 = 5$	$8 - (-2) = 10$	$8 - \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$

- II. Die dargestellte Folge aus Dreiecken wird fortgesetzt. Gib einen Term an, mit dem man den Flächeninhalt des Dreiecks in Rechenkästchen für jeden Schritt bestimmen kann.



Lösung:

Schritt	Flächeninhalt A (in Rechenkästchen)
1	$\frac{1}{2} \cdot 1^2 = \frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{2} \cdot 2^2 = 2$
3	$\frac{1}{2} \cdot 3^2 = 4,5$
\vdots	\vdots
n	$\frac{1}{2} \cdot n^2$

Tipp:

Um einen Term zu bestimmen, ist es oftmals hilfreich sich zunächst für einige Schritte aufzuschreiben, wie die gesuchte Größe berechnet wird.

Dabei erkennst du, welche Teile **stets gleich bleiben** und welche **sich verändern**.

Term zur Berechnung des Flächeninhalts: $A = \frac{1}{2} n^2$, dabei gibt n die Anzahl der Schritte an.

Terme und Gleichungen

Nachgefragt

- Handelt es sich bei folgenden Ausdrücken jeweils um einen Term? Begründe.
 $2 \cdot x + 7,3$ $3,5 - 7,6$ $8 \cdot c + 1$ $a + 0$ -35 $1,7 - 35$
- Für den Flächeninhalt A eines rechtwinkligen Dreiecks gilt: $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$. Erläutere, ob es sich bei $\frac{1}{2} \cdot a \cdot b$ um einen Term handelt. Begründe.

- 1 Setze für die Variable den Wert 4 (−3; −12) ein und berechne.

- a) $120 : a$ b) $9 + \frac{3}{4} \cdot e$ c) $j + j + j - 3$
 $b + 8,5$ $2,5 \cdot f + 4$ $i + 1,3 - 2 \cdot i$
 $c + 4 \cdot (-3)$ $22 \cdot \frac{9}{2}$ $(h + 4,2) : h$

- 2 Übertrage die Tabelle ins Heft und berechne durch Einsetzen. Finde heraus, welche Terme jeweils zu gleichen Werten führen.

	x	−5	−3	−1,5	0	1	4,5	7,2
1	$x + 5$							
2	$3 + 2x$							
3	$2 + 2 \cdot x + 1$							
4	$x + x + 1 \cdot x$							
5	$3 \cdot x$							
6	$2 + x + 3$							

- 3 Bestimme, welcher Termin zu welcher Beschreibung passt.

- $m - 7$ N $8 \cdot y + 5$ I $3 \cdot a$ S $23 + 4 - c$ I $s : 7$ G
 $(12 - q) : 2$ E $5 \cdot b + 8$ G $3 + x$ H $23 \cdot (4 + k)$ E

Die Buchstaben ergeben in der Reihenfolge der Beschreibungen eine Stadt in Nordrhein-Westfalen.

- Das Produkt aus einer Zahl und 3
- Die Summe aus dem 8-Fachen einer Zahl und 5
- Das Produkt aus 23 mit der Summe einer Zahl und 4
- Der Quotient aus einer Zahl und 7
- Die Hälfte der Differenz aus 12 und einer Zahl
- Die Differenz einer Zahl und 7

- 4 Beschreibe folgende Terme mit Worten.

- a) $3 \cdot y + 7$ b) $a + 15$ c) $(r - 8) \cdot 4$ d) $13 - 2 \cdot z$
e) $-5 \cdot \frac{x}{3}$ f) $\frac{1}{4} \cdot k + 7,5$ g) $2,5 \cdot s - 3 \cdot t$ h) $\frac{m}{4} - \frac{2}{7} \cdot n + 4,5$

Alles klar?

- 5 Berechne den Wert des Terms für die angegebenen Belegungen der Variablen.

- 1 $2x + 4$; $x = 2$ (−3; 0,2; 7) 2 $-3x + 2$; $x = 1$ $\left(2; 5; \frac{1}{2}\right)$
3 $3 - 2 \cdot (x + 1)$; $x = 2$ (−3; 0,2; 7) 4 $0,3x + 4 - \frac{3}{2}x$; $x = 1$ $\left(2; 5; \frac{1}{2}\right)$

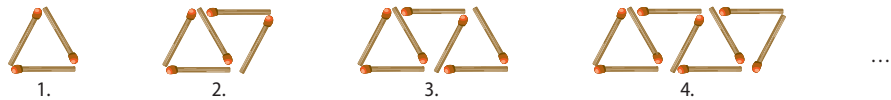
- 6 Ist der Term $4 \cdot x - 12$ ein Produkt oder eine Differenz? Begründe.

6

6.1 Terme mit Variablen

Oftmals erkennt man
erst beim 2. oder
3. Schritt einen
Zusammenhang.

7 Hier siehst du, wie ein Term für die dargestellte Folge aus Figuren gebildet wird.

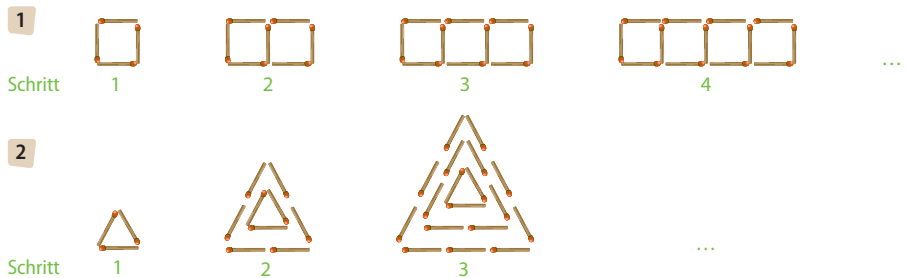


Schritt	1	2	3	4
Anzahl Streichhölzer	3 $= 3 + 0 \cdot 2$	$3 + 2$ $= 3 + 1 \cdot 2$	$3 + 2 + 2$ $= 3 + 2 \cdot 2$	$3 + 2 + 2 + 2$ $= 3 + 3 \cdot 2$

Anzahl der Streichhölzer beim n-ten Schritt: $3 + (n - 1) \cdot 2$

- Beschreibe die Bedeutung des Terms für die Schrittfolge in eigenen Worten.
- Erkläre, dass zu der Folge auch der Term $1 + n \cdot 2$ gehören kann. Begründe, dass beide Terme die Anzahl der Streichhölzer in gleicher Weise beschreiben.

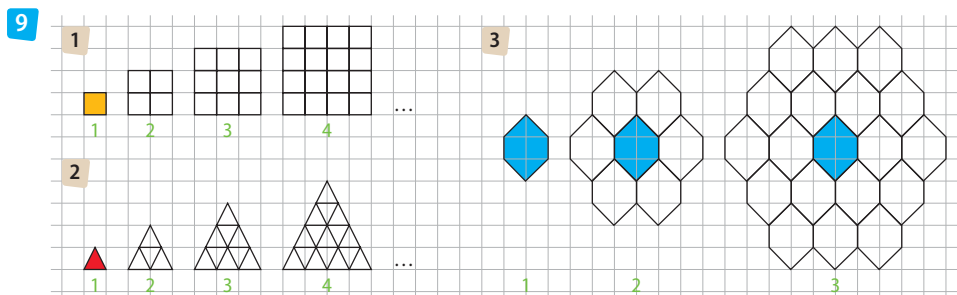
8 Die dargestellte Folge aus Streichholzfiguren wird fortgesetzt.



- Erstelle für jede Folge eine Tabelle im Heft und vervollständige sie.

Schritt	1	2	3	4	5
Anzahl Streichhölzer					

- Beschreibe, wie sich die Anzahl der Streichhölzer bei jedem Schritt ändert.
- Gib einen Term an, mit dem man die Anzahl der benötigten Streichhölzer bei jedem Schritt bestimmen kann. Bestimme damit die Anzahl für den 10. (20., 50.) Schritt.



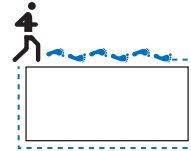
- Übertrage die Figurenfolge in dein Heft und setze sie um mindestens zwei Schritte fort.
- Bestimme einen Term, mit dem man für jeden Schritt die Anzahl der Grundfiguren bestimmen kann, aus denen jede Figur aufgebaut ist.
- Bestimme einen Term, mit dessen Hilfe man beschreiben kann, wie viele Grundfiguren bei jedem Schritt hinzugekommen sind.
- Bestimme die Anzahlen für die 8. Figur (10. Figur, 15. Figur, 25. Figur).

Nutze die Terme aus b)
und c).

Terme und Gleichungen

- 10** Stelle einen Term auf, mit dem man den Umfang der Figur bestimmen kann.
- Bei einem Rechteck ist eine Seite doppelt so lang wie die andere.
 - Bei einem gleichschenkligen Dreieck ist die Basis 5 cm länger als jeder Schenkel.
 - Bei einem Parallelogramm ist eine Seite 2 cm kürzer als die andere.
 - Bei einem Drachenviereck ist eine Seite dreimal so lang wie die andere.
 - Bei einem symmetrischen Trapez sind die beiden parallelen Seiten zusammen doppelt so lang wie die Summe der beiden anderen Seiten.

Der Umfang ist um eine Figur herum.



- 11** a) In englischsprachigen Ländern werden Temperaturen oft in der Maßeinheit „Grad Fahrenheit (°F)“ gemessen.
Ein Term für die Umrechnung von x °F in Grad Celsius (°C) lautet: $(x - 32) \cdot \frac{5}{9}$.
- Beschreibe in Worten, wie man Grad Fahrenheit in Grad Celsius umrechnet. Erkläre dabei die Bedeutung von 32 und $\frac{5}{9}$ für die Grad Celsius-Werte gegenüber den Fahrenheit-Werten.
 - Wie viel Grad Celsius sind 41 °F?
- b) Für Flüssigkeiten sind in englischsprachigen Ländern folgende Maßeinheiten üblich:
1 pint (pt) = 0,568 l 1 gallon (gal) = 8 pints 1 barrel = 35 gallons.
Gib jeweils einen Term für folgende Umrechnungen an. Überprüfe an Beispielen.
- pt in l
 - gal in l
 - barrel in pt



- 12** Der Erzbischof von Canterbury spielt eine wichtige Rolle in der Kirche von England. Der erste Bischof von Canterbury war der heilige Augustinus von Canterbury (601–605 n. Chr.).
- MK** a) Recherchiere, wie lange ein Erzbischof in Canterbury vom Jahr 601 an bis heute durchschnittlich im Amt war.
- b) Setze die Überlegungen aus a) fort: Wann würde demnach der 108. (115.) Bischof von Canterbury sein Amt antreten? Rechne auf zwei unterschiedliche Arten.

- 13** Vergleiche verschiedene Tarife bei Smartphones.

Tarif 1 Keine Grundgebühr. Jeweils 100 MB kosten 90 ct.

Tarif 2 5 € Grundgebühr. 100 MB kostenlos. Danach für 100 MB jeweils 40 ct.

MB („Megabyte“) ist eine Einheit, um Datenmengen zu beschreiben.

- a) Übertrage die Tabelle in dein Heft und vervollständige.

Datenmenge (MB)	0	100	200	500	1000	1500	2000
Kosten Tarif 1							
Kosten Tarif 2							

- b) Stelle den Sachverhalt in einem Graphen dar.
- c) Wann lohnt sich welcher Tarif? Gib eine Empfehlung ab und begründe deine Antwort.
- d) Erstelle jeweils einen Term, mit dessen Hilfe man die Kosten für jeweils 100 MB Datenmenge für jeden Tarif bestimmen kann.



- 14** Welche Terme führen stets zu denselben Werten? Erläutere.

$3 \cdot h + 17$ A

$12 \cdot b - 4$ B

$1 + 2 \cdot a$ C

$2 \cdot f + 3 - f$ D

$3 + e$ E

$2 + 12 \cdot g - 6$ F

$d + d + 1$ G

$c - 6$ H

6

6.2 Terme mit Variablen vereinfachen

Entdecken

Bei den Würfelschlangen auf S. 186 hast du zwei verschiedene Terme für den untersuchten Zusammenhang gefunden.

- Begründe, dass beide Terme den Zusammenhang beschreiben.
- Beurteile, welcher Term „einfacher“ ist.



Verstehen

Das Umformen von Termen braucht man beispielsweise, wenn man zwei Terme vergleichen möchte, oder wenn ein Term möglichst einfach dargestellt werden soll.

Merke

Es gelten folgende Regeln zur Vereinfachung eines Terms:

- Eine Summe gleicher Summanden lässt sich als **Produkt** schreiben.

Beispiel: $a + a + a + a + a = 5 \cdot a$

- Mithilfe des Kommutativgesetzes (KG) lassen sich **Summanden ordnen**.

Beispiel: $a + b + a + a + b = a + a + a + b + b = 3 \cdot a + 2 \cdot b$

- Mit dem Distributivgesetz (DG) lassen sich **gleichartige Variablen zusammenfassen**.

Beispiele:

$$6 \cdot a - 4 \cdot a = (6 - 4) \cdot a = 2 \cdot a \quad -5 \cdot b - 8 \cdot b = (-5 - 8) \cdot b = -13 \cdot b$$

Beispiele

I. Vereinfache die folgenden Terme so weit wie möglich.

a) $x + x + x + x$

b) $5 \cdot y - 3 \cdot y$

c) $5 \cdot x + 4 \cdot y - 4 \cdot z - 8 \cdot y + 2,4 \cdot z$

Lösung:

a) $4 \cdot x$

b) $(5 - 3) \cdot y = 2 \cdot y$

c) $5 \cdot x + 4 \cdot y - 8 \cdot y - 4 \cdot z + 2,4 \cdot z$
 $= 5 \cdot x + (4 - 8) \cdot y + (-4 + 2,4) \cdot z$
 $= 5 \cdot x - 4 \cdot y - 1,6 \cdot z$

II. Finde den Fehler und berichtige ihn.

$$5 \cdot x - 17 \cdot x^2 + 8 \cdot x = (5 - 17 + 8) \cdot x = -4 \cdot x \quad f$$

Lösung:

Bei der Aufgabe wurden nicht gleichartige Variablen zusammengefasst. Gleichartig sind hier nur die Vielfachen von x , also $5 \cdot x$ und $8 \cdot x$. Richtig ist:

$$5 \cdot x - 17 \cdot x^2 + 8 \cdot x = 5 \cdot x + 8 \cdot x - 17 \cdot x^2$$

$$= 13 \cdot x - 17 \cdot x^2 \quad \checkmark$$

Beachte den Unterschied zwischen gleichartigen Variablen (z. B. $4y$ und $8y$) und nicht gleichartigen Variablen (z. B. $5x$ und $17x^2$)

Nachgefragt

- Sind folgende Vereinfachungen richtig? Begründe.

1 $4 \cdot s + 4 \cdot t = 4 \cdot (s + t)$

2 $4 \cdot s + 4 \cdot t = 4 \cdot s \cdot t$

3 $4 \cdot s + 4 \cdot s^2 = 4 \cdot s^3$

- Zeige anhand von Beispielen, dass man $3x + 1,5x$ nicht durch $3x + 1,5x^2$ ersetzen kann.

Terme und Gleichungen

Aufgaben

1 Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

- a) $y + y + y + y$ b) $a + a + a$ c) $b + b + 2 \cdot b$ d) $2 \cdot x + 3 \cdot x + 4 \cdot x$
 e) $r + 2 \cdot r - 13 \cdot r$ f) $180 \cdot y - 33 \cdot y$ g) $b + c + b + c$ h) $10 \cdot x - 4,5 \cdot x$
 i) $-12,5 \cdot t + 7,3 \cdot t$ j) $-1,6 \cdot q - 4,5 \cdot q$ k) $3,2 \cdot x - 3,2 \cdot x$ l) $\frac{5}{6} \cdot p - \frac{7}{8} \cdot p^2 - p$

Kurzform: $x = 1 \cdot x$

2 Ordne zunächst und fasse dann zusammen.

Beispiel: $-x + 2 \cdot y - 3 \cdot x + 2 \cdot x - 5 \cdot y + 8 \cdot y = -x - 3 \cdot x + 2 \cdot x + 2 \cdot y - 5 \cdot y + 8 \cdot y$
 $= -2 \cdot x + 5 \cdot y$

- a) $a + b + b + a + a + a + a + b + b + b + b + b + a + b$
 b) $-s + t + t - t - s - s + s + t - t + t - t + s - s - t$
 c) $m - m - m - m + n - m + n + n + n - n + m - n$
 d) $3 \cdot x + 4 \cdot y + 5 \cdot x + 6 \cdot x + 7 \cdot y + 8 \cdot x + 9 \cdot y + 10 \cdot y$
 e) $-4 \cdot m + 3 \cdot x + m - x - 5 \cdot m - 4 \cdot x + 8 \cdot m - 6 \cdot x$

3 Fasse, wenn möglich, zusammen. Berechne dann den Term für $x = -2$ und $y = 4$.

- a) $17 \cdot x + 8 + 13 \cdot x$ b) $3 \cdot x + 18 - x - 4$ c) $4,5 \cdot x + 2,5 \cdot x + 2$
 d) $2,6 \cdot x + 1,3 - 2,6 \cdot x$ e) $36 \cdot x + 12 \cdot y - 18 \cdot x$ f) $1,5 \cdot y + 2 \cdot x - 4,5 \cdot y$
 g) $-3 \cdot x + 6 \cdot y - 5$ h) $12 \cdot x - 15 \cdot y$ i) $8,2 \cdot x - 3,5 \cdot x + 5 \cdot y$
 j) $3\frac{1}{4} \cdot x + 8 \cdot y - \frac{3}{4}x$ k) $7,5 \cdot y - 3 \cdot x - 0,5 \cdot y$ l) $-3 \cdot y + x - 7 + 5 \cdot y$
 m) $1,5 \cdot y - 2,5 - 1,3 \cdot y - \frac{2}{5} \cdot x$ n) $2,8 \cdot x - 4 \cdot y + 2,2 \cdot x - 5,2$ o) $-3 + \frac{5}{8} \cdot y - 5 + \frac{1}{4} \cdot x$

Lösungen zu 3:
 $-84; -52; -31,2; -16;$
 $-12; -6; -1; -0,9; 1,3;$
 $10; 10,6; 12; 25; 27; 34$

4 Übertrage ins Heft und ergänze so, dass die Rechnung stimmt.

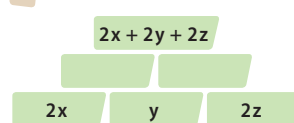
- a) $6a + \square = 10a$ b) $2x + 3x + \square = 9x$ c) $12z - \square + 3z = 8z$
 d) $15q - \square = -7q$ e) $222s - \square + 3s = 134s$ f) $2,8x + \square = 5x$
 g) $7r + \square - 3s + s = 5r - 2s$ h) $3y + \square - 8x - \square = 7y - 12x$

Zwischen Zahl und Variable darfst du den Malpunkt weglassen:
 $5 \cdot x = 5x$

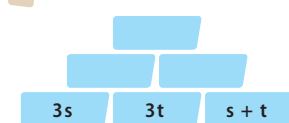
5 Finde mindestens drei Möglichkeiten, sodass die Rechnung stimmt.

- a) $\square + \square - \square = 15a$ b) $-\square - \square + \square = 20b$ c) $\square - \square + 3 \square = c$
 d) $\square - \square = -9,5d$ e) $2\square - \square + \square = -1,3e$ f) $-\square + \square - \square + \square = 2,1f$

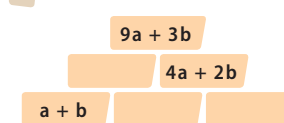
6 1



2



3



Der Wert eines Steins ergibt sich aus der Summe der beiden darunter liegenden Steine.

- a) Übertrage die Zahlenmauern in dein Heft und berechne die fehlenden Terme.
 b) Finde eine Regel, wie sich der Term im obersten Stein aus den untersten Steinen zusammensetzt. Überprüfe die Regel an mindestens zwei eigenen Zahlenmauern.

7

$2x + x^2 + x$		$x - 3x$		$x^2 - x \cdot x$		$x + x + x + x$		$x^3 - 2x - x^3$	
$3x + x^2$	$4x^4$	$-2x^2$	$-2x$	x^2	0	$4x$	x^2	0	$-2x$
S	D	E	A	M	L	A	I	S	T

- a) Finde jeweils heraus, welcher der beiden Terme zum oberen Term äquivalent ist. Die Buchstaben in der Reihenfolge ergeben ein Lösungswort.
 b) Wie viele mögliche Worte gibt es, wenn jemand das Lösungswort rät?

6

6.3 Terme mit Variablen multiplizieren und dividieren

Entdecken

- Finde zu jedem roten Term den zugehörigen vereinfachten blauen Term. Überprüfe, indem du mehrere verschiedene Werte für die Variablen einsetzt.
- Finde anhand zusammengehörender blauer und roter Terme Gesetzmäßigkeiten heraus, wie man Terme multipliziert und dividieren kann. Stelle deine Überlegungen in der Klasse vor.

$5x \cdot 2$	$-3x \cdot 4$	$10x$	$5x$	$5xy$	$-6x$
$2x \cdot 3y$	$x \cdot x^2$	$12x$	$6xy$	x^3	$7x$
$36x : (-6)$	$15x : 3$	$-12x$	$2x^2$	$30x$	x

Verstehen

Kommutativgesetz (KG: $a \cdot b = b \cdot a$) und **Assoziativgesetz (AG: $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$)** gelten auch bei Termen mit Variablen.

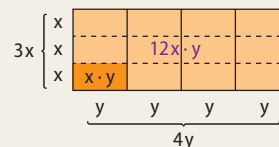
Merke

Ein **Produkt** aus Termen mit **Zahlen und Variablen** wird vereinfacht, indem man **Zahlen mit Zahlen und Variablen mit Variablen** multipliziert.

Begründung:

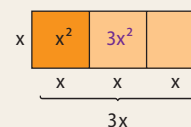
- Multiplikation verschiedener Variablen:

$$\begin{aligned}
 3x \cdot 4y &= 3 \cdot x \cdot 4 \cdot y \\
 &\stackrel{\text{KG}}{=} 3 \cdot 4 \cdot x \cdot y \\
 &\stackrel{\text{AG}}{=} (3 \cdot 4) \cdot (x \cdot y) \\
 &= 12xy
 \end{aligned}$$



- Multiplikation gleicher Variablen:

$$\begin{aligned}
 3x \cdot x &= 3 \cdot x \cdot x \\
 &\stackrel{\text{AG}}{=} 3 \cdot (x \cdot x) \\
 &= 3x^2
 \end{aligned}$$



Dividiert man einen Term durch eine Zahl, dividiert man die Zahlen.

Begründung:

$$25x : 5 = 25 \cdot x \cdot \frac{1}{5} \stackrel{\text{KG}}{=} 25 \cdot \frac{1}{5} \cdot x \stackrel{\text{AG}}{=} \left(25 \cdot \frac{1}{5}\right) \cdot x = 5x$$

Beispiel

Vereinfache. a) $5a \cdot 7b$

b) $48x : 8$

c) $4z \cdot 7z$

Lösung:

a) $5a \cdot 7b = 5 \cdot a \cdot 7 \cdot b$

$$\stackrel{\text{KG}}{=} 5 \cdot 7 \cdot a \cdot b$$

$$\stackrel{\text{AG}}{=} (5 \cdot 7) \cdot (a \cdot b) = 35ab$$

b) $48x : 8 = 48 \cdot x \cdot \frac{1}{8}$

$$\stackrel{\text{KG}}{=} 48 \cdot \frac{1}{8} \cdot x$$

$$\stackrel{\text{AG}}{=} \left(48 \cdot \frac{1}{8}\right) \cdot x = 6x$$

c) $4z \cdot 7z = 4 \cdot z \cdot 7 \cdot z$

$$\stackrel{\text{KG}}{=} 4 \cdot 7 \cdot z \cdot z$$

$$\stackrel{\text{AG}}{=} 28z^2$$

Terme und Gleichungen

Nachgefragt

- Entscheide, ob folgende Umformungen richtig sind. Begründe deine Antwort.

1 $3x \cdot 3x = 6x^2$

2 $3x \cdot 3x = 9x$

- Zeige mithilfe einer Skizze, dass die Umformungen jeweils richtig sind.

1 $3x \cdot 3x = 9x^2$

2 $4a \cdot 2b = 8ab$

- 1 Vereinfache so weit wie möglich im Kopf.

a) $6y \cdot 8$

b) $12a : 3$

c) $7 \cdot 12x$

d) $15b \cdot a$

e) $12x \cdot 12y$

f) $2a \cdot 3b \cdot a$

g) $4r \cdot 3s : 2$

h) $8p \cdot 7p \cdot 3q$

- 2 Schreibe als Potenz.

a) $q \cdot q \cdot q \cdot q$

b) $g \cdot g \cdot g \cdot g \cdot g \cdot g$

c) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$

d) $ax \cdot ax \cdot ax \cdot ax$

e) $lo \cdot lo \cdot lo \cdot lo$

f) $a \cdot b \cdot b \cdot a \cdot b$

g) $m \cdot n \cdot m \cdot m \cdot n \cdot n \cdot m$

h) $f^2 \cdot f \cdot f^3 \cdot f$

i) $s^2 \cdot t \cdot t \cdot s \cdot t^3$

- 3 Vereinfache so weit wie möglich.

a) $48v : 6$

b) $17d \cdot 5$

c) $6 \cdot 18x \cdot 5s$

d) $512f : 16$

e) $81q : (-27)$

f) $\frac{1}{2}c \cdot 3s \cdot 4b$

g) $45a : 45$

h) $6f \cdot 7k \cdot (-c) : 8$

i) $q \cdot w \cdot 7q \cdot 3w \cdot 2w$

j) $2a \cdot 5b \cdot c \cdot 4a \cdot b \cdot 3a$

k) $7xy \cdot 3x \cdot 2y \cdot x$

l) $3x \cdot 5 \cdot 12x$

m) $15r : 9 \cdot 3r$

n) $a^2 \cdot 2b \cdot 4a \cdot 4$

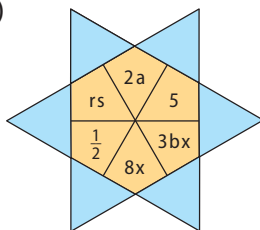
o) $x^3y \cdot 3y \cdot 2x : 12$

p) $-2a \cdot 3b \cdot (-2c) \cdot 3a \cdot 2ab$

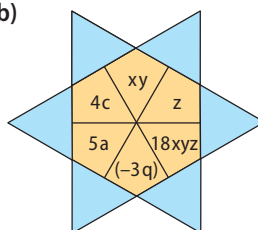
q) $3x^2 \cdot \frac{1}{2}y^2 \cdot 4x^2$

- 4 Übertrage die Sterne ins Heft und ergänze die fehlenden Einträge.

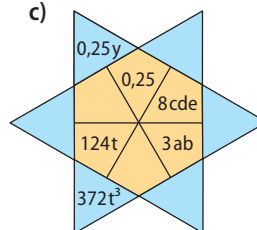
a)



b)



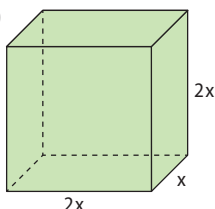
c)



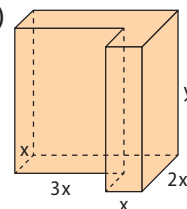
Der Wert eines äußeren Sternzackens ergibt sich aus dem Produkt der beiden angrenzenden Felder.

- 5 Gib einen Term an, mit dem du den Inhalt der Oberfläche des abgebildeten Körpers berechnen kannst. Vereinfache den Term wenn möglich und berechne den Oberflächeninhalt für $x = 3 \text{ cm}$ und $y = 12 \text{ cm}$.

a)



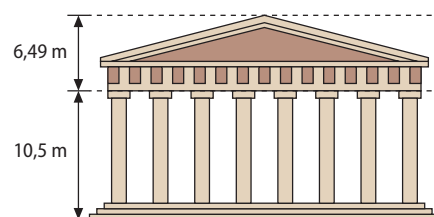
b)



- 6 Kunst- und Bauwerke sind häufig nach dem „Goldenen Schnitt“ aufgebaut. Dabei wird eine Strecke so in zwei Abschnitte a und b geteilt, dass sich die ganze Strecke zu ihrem größeren Abschnitt a wie dieser Abschnitt a zum kleineren Abschnitt b verhält.

a) Weise bei dem Tempel den „Goldenen Schnitt“ nach.

b) Stelle einen Term für den „Goldenen Schnitt“ mit a und b auf.



6

6.4 Terme mit Klammern auflösen: Addition und Subtraktion

Entdecken

Der Umfang eines Fußballfeldes soll berechnet werden.

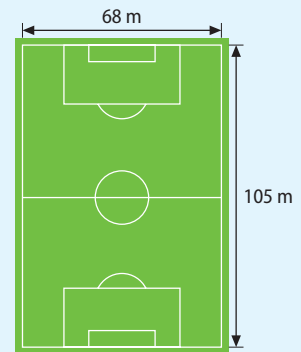
Marco rechnet:

$$105 \text{ m} + 68 \text{ m} + 105 \text{ m} + 68 \text{ m}$$

Moritz geht wie folgt vor:

$$(105 \text{ m} + 105 \text{ m}) + (68 \text{ m} + 68 \text{ m})$$

- Vergleiche die beiden Lösungen. Was stellst du fest?
- Findest du noch weitere Möglichkeiten, den Umfang zu berechnen?



Verstehen

Terme, die Klammern enthalten, formt man so um, dass die Klammern wegfallen. Danach können die Terme weiter vereinfacht werden.

Erklärvideo



Mediencode
61047-18

Merke

1 Addition einer Summe oder Differenz:

Lässt man die Klammern weg, dann bleiben die Vorzeichen bzw. Rechenzeichen gleich.

$$\text{a) } x + (y + z) = x + y + z \quad \text{b) } x + (y - z) = x + y - z \quad \text{c) } x + (-y - z) = x - y - z$$

2 Subtraktion einer Summe oder Differenz:

Lässt man die Klammern weg, dann kehren sich die Vorzeichen bzw. Rechenzeichen um.

$$\text{a) } x - (y + z) = x - y - z \quad \text{b) } x - (y - z) = x - y + z \quad \text{c) } x - (-y - z) = x + y + z$$

Beispiele

I. Vereinfache die Terme, indem du die Klammern auflöst.

$$\text{a) } 15x + (8 - x)$$

$$\text{b) } 8y - (-5 - 2y) - 3$$

Lösung:

Schrittfolge	a) $15x + (8 - x)$	b) $8y - (-5 - 2y) - 3$
1 Klammern auflösen	$= 15x + 8 - x$	$= 8y + 5 + 2y - 3$
2 Ordnen	$= 15x - x + 8$	$= 8y + 2y + 5 - 3$
3 Zusammenfassen	$= \underbrace{15x - x}_{14x} + 8$	$= \underbrace{8y + 2y}_{10y} + \underbrace{5 - 3}_2$

II. Setze so in die Platzhalter ein, dass die Rechnungen stimmen.

$$\text{a) } 2x + (\square - 3x) + 2 = 2 + 4x$$

$$\text{b) } 3 - (-2x - \square) + \square = 0$$

Lösungsmöglichkeiten:

$$\text{a) Klammern auflösen: } 2x + \square - 3x + 2 = 2 + 4x$$

$$\text{Zusammenfassen: } -x + \square + 2 = 2 + 4x$$

$$\text{Vergleichen: } \square = 5x, \text{ weil } -x + 5x = 4x$$

$$\text{b) Klammern auflösen: } 3 + 2x + \square + \square = 0$$

$$\text{Vergleichen: } \square = -3 \text{ und } \square = -2x, \text{ weil } 3 - 3 = 0 \text{ und } 2x - 2x = 0$$

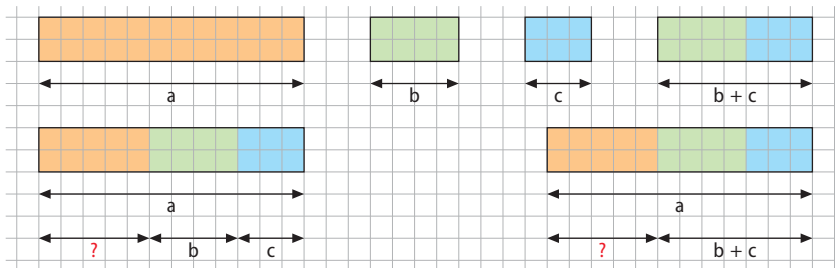
Terme und Gleichungen

Nachgefragt

- Beschreibe in Worten, wie du vorgehst, wenn du den folgenden Term ohne Klammern schreiben willst: $(z - 2) - (x - 3y)$.
- Warum ist $2x - (3y - 7)$ nicht dasselbe wie $2x - 3y - 7$? Begründe.

Aufgaben

- 1 a) Übertrage die Streifen in dein Heft. Bestimme die unbekannte Streckenlänge auf verschiedene Arten und erkläre damit die Regel für „Minuskammern“.



- b) Erkläre ebenso die Regel für „Pluskammern“.

- 2 Löse die Klammern auf und vereinfache so weit wie möglich.

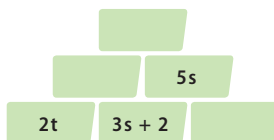
- | | | |
|---------------------|-----------------------|--|
| a) $7 + (8x + 5)$ | b) $-3 - (4 + 2r)$ | c) $-5x - \left(2z - \frac{1}{5}\right)$ |
| d) $-4x + (8x + 5)$ | e) $3t - (4s + t)$ | f) $-7g - (-2h - g)$ |
| g) $(-8x + 5) - 2$ | h) $(2k - 3m) - (-2)$ | i) $(24z - 8) + 8$ |

- 3 Setze für die Platzhalter so ein, dass die Rechnung stimmt.

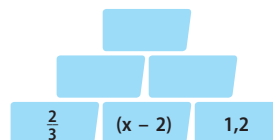
- | | |
|--|--|
| a) $4x + \square - (2 - x) = 5x$ | b) $-3x - (\square - \square) = 3 + 3x$ |
| c) $-0,1x - \left(\frac{1}{10} - 0,1x - \square\right) = \frac{1}{10}$ | d) $1,2x - (\square + 3) + 1,2 = \frac{1}{5}x + \square$ |
| e) $\square - (\square - x) - x - 1 = 1$ | f) $\square + (\square + \square) - \square = 8$ |

- 4 Übertrage die Rechenmauern in dein Heft und vervollständige sie. Der Wert eines Steins ergibt sich aus der Rechnung der darunter liegenden Steine (von links nach rechts).

- a) Addition



- b) Subtraktion



Der Wert eines Steins ergibt sich aus
a) der Summe
b) der Differenz
der beiden darunter
liegenden Steine.

- 5 Hier stimmt doch was nicht! Finde den Fehler und verbessere ihn. Begründe dein Vorgehen.

- | | | |
|--------------------|---------------------|------------------------|
| a) | b) | c) |
| $3x - (2 - x) + 1$ | $-7 + (-x + 7) - x$ | $-(5x - 5) + (5 + 5x)$ |
| $= 3x - 2 - x + 1$ | $= -7 + x - 7 - x$ | $= -5x - 5 + 10x$ |
| $= 2x - 1$ | $= 14$ | $= -10x + 10x = x$ |

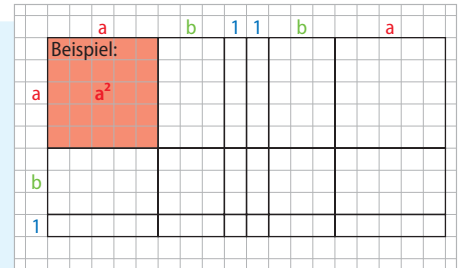
6

6.5 Terme mit Klammern auflösen: Multiplikation und Division

Entdecken

Übertrage das Muster zweimal in dein Heft.

- Beschrifte in einem Muster die einzelnen Flächeninhalte mit einem Term.
- Markiere im anderen Muster die Flächeninhalte, die durch die folgenden Terme gegeben sind:
 1 $a \cdot (a + b)$ 2 $(a + b) \cdot (a + b)$
 3 $(b + 1) \cdot (b + a)$ 4 $b \cdot (1 + b + a)$
- Beschreibe eine Möglichkeit, wie man Produkte von Termen zerlegen kann, indem du die Flächeninhalte der beiden Muster vergleicht.



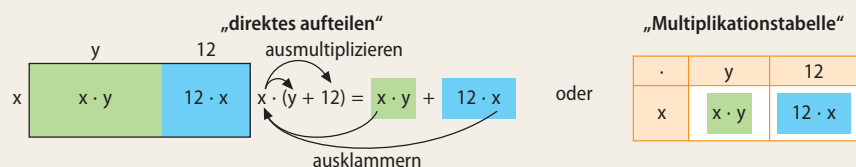
Verstehen

Da Variablen Platzhalter für Zahlen sind, gilt das Distributivgesetz auch für Klammerausdrücke, die Zahlen und Variablen enthalten.

Merke

Mithilfe des Distributivgesetzes kann man Zahlen und einzelne Variablen **ausmultiplizieren** bzw. **ausklammern**.

- Wird eine Summe mit einem Faktor multipliziert, dann wird **jeder Summand mit dem Faktor (aus-)multipliziert**. Die entstandenen Produkte werden mit ihren Vorzeichen addiert.
- Kommt in einer Summe von Produkten in jedem Summanden derselbe Faktor vor, dann kann dieser **gemeinsame Faktor ausgeklammert** werden.



Beispiele

I. Multipliziere die Klammern aus und vereinfache.

a) $(3x + y) \cdot 5$

b) $\frac{2}{3} \cdot (-18x + 1)$

Erinnere dich (S. 184):

„+ · + → +“
 „- · - → +“
 „+ · - → -“
 „- · + → -“

Lösung:

a) $(3x + y) \cdot 5$
 $= 3x \cdot 5 + y \cdot 5$
 $= 15x + 5y$

oder

·	3x	+ y
5	15x	+ 5y

 $= 15x + 5y$

b) $\frac{2}{3} \cdot (-18x + 1)$
 $= \frac{2}{-3} \cdot 18x + \frac{2}{3} \cdot 1$
 $= -12x + \frac{2}{3}$

oder

·	-18x	+ 1
$\frac{2}{3}$	-12x	+ $\frac{2}{3}$

 $= -12x + \frac{2}{3}$

II. Wie lautet der gemeinsame Faktor? Klammere ihn aus und vereinfache.

a) $5ab + 7a - 3ac$

b) $12xy + 4xz + 8vx$

c) $7mn + m$

Lösung:

a) $5ab + 7a - 3ac$
 $= a \cdot (5b + 7 - 3c)$

b) $12xy + 4xz + 8vx$
 $= 3 \cdot 4xy + 4xz + 2 \cdot 4vx$
 $= 4x \cdot (3y + z + 2v)$

c) $7mn + m$
 $= 7mn + 1m$
 $= m \cdot (7n + 1)$

Terme und Gleichungen

Nachgefragt

- Entscheide mithilfe einer Skizze, ob die folgende Umformung richtig ist:
 $(a + b) \cdot (c - d) = ac - ad + bc - bd$.
- Beschreibe in Worten, wie du vorgehst, wenn du den folgenden Term ohne Klammern schreiben sollst: $(z - 2) \cdot (x - 3y)$.
- $6ab + a \stackrel{?}{=} a \cdot (6b + 1)$ oder $6ab + a \stackrel{?}{=} a \cdot (6b + 0)$. Was ist richtig? Begründe.

1 Löse die Klammer auf und vereinfache.

- a) $5 \cdot (5x + 5)$ b) $(111 - 222x) : 37$ c) $3x \cdot \left(5\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}\right)$
 d) $2x \cdot (x - 3)$ e) $4y \cdot (4 - 4y)$ f) $1,3k + (1,3l \cdot 1,3k)$
 g) $(-8x + 5) : 2$ h) $(2k - 3m) \cdot (-2)$ i) $(24z - 8) : 8$

Aufgaben

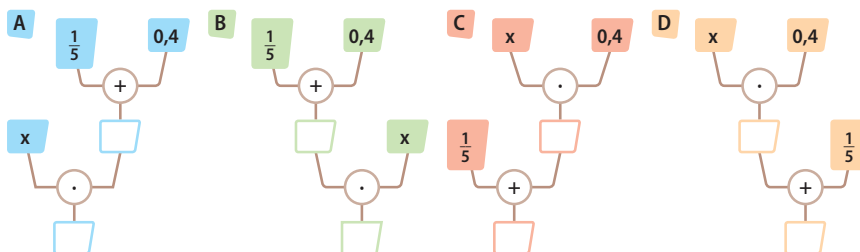
In Termen werden die Variablen möglichst alphabetisch geordnet.

2 Da stimmt doch was nicht! Beschreibe jeweils den Fehler und korrigiere die Rechnungen.

- a)
$$\begin{array}{l} 3 \cdot (2 \cdot x) \\ = 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot x \\ = 6 \cdot 3x \\ = 18x \end{array}$$
- b)
$$\begin{array}{l} (-3x \cdot \frac{2}{3}) - \frac{1}{3} \\ = -3x \cdot \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \\ = -3x \cdot \frac{1}{3} = x \end{array}$$
- c)
$$\begin{array}{l} 1,2x - 1,2 \cdot 1,2x \\ = 1,2x \cdot (0 - 1,2) \\ = 1,2x \cdot -1,2 \\ = 14,4x \end{array}$$

3 a) Beschreibe den Term in Worten. Ordne dann die Terme den Rechenbäumen richtig zu.

- 1 $x \cdot 0,4 + \frac{1}{5}$ 2 $x \cdot \left(\frac{1}{5} + 0,4\right)$ 3 $\frac{1}{5} + x \cdot 0,4$ 4 $\left(\frac{1}{5} + 0,4\right) \cdot x$



b) Beschreibe den Term in Worten. Zeichne dann zu dem Term einen Rechenbaum.

- 1 $x \cdot 1,2 - 0,7$ 2 $1,2 \cdot (x - 0,7)$ 3 $x \cdot (1,2 - 0,7)$ 4 $x + 0,7 \cdot 1,2$

4 Finde einen gemeinsamen Faktor wie in Beispiel II. Klammere ihn aus und vereinfache.

- a) $\frac{1}{2}ax + 3x - 7xy$ b) $a^2bc - ab^2 + 3,2abc$ c) $6mn + 4km + 8m$
 d) $2,5s^2f - 1,5s^2t + 12s^2$ e) $-35rs + 21r - 49rs^2$ f) $1,2gh + 0,3g - 1,5gk$
 g) $\frac{2}{3}d^2 - 1\frac{1}{3}cd + d$ h) $0,8k^2l^2 - 1,6kl^2 + mkl^2$ i) $1,9x^3y - 4,6x^2y^2 + x^2y^3$

5 Schreibe als Produkt.

- a) $13ax + 5x$ b) $10r - 5s$ c) $xyz + 2yz$ d) $6ab - 6ac$
 e) $0,5x - 0,5xy$ f) $a^2x - ay$ g) $15r - 25rs$ h) $12ab + 3a - 15ac$
 i) $49p^2q - 14p$ j) $-\frac{4}{3}g^2h + g$ k) $1,8r^2s - 2r + rs$ l) $\frac{2}{5}x^2y + \frac{4}{5}xy^2$
 m) $4a + 4b + xa + xb$ n) $3x + ax + 3y + ay$ o) $2a - 2b + xa - xb$

6

6.6 Gleichungen lösen

Entdecken

LMK **Medien und Werkzeuge:** Will man mit seinem Smartphone auf das mobile Internet zugreifen, muss man die Datenmenge bezahlen, die man auf sein Smartphone abrufen. Die Tarife, von denen zwei hier abgebildet sind, sind dementsprechend sehr vielfältig.

	Grundgebühr	Verbindungspreise Datenkosten pro MB
happy mobile	0,00 €	24 ct
mobile 4ever	39,90 €	0 ct

- Betrachte die Grundgebühr und die Datenkosten. Vergleiche mit einem Tabellenprogramm die einzelnen Preise miteinander. Ab welcher Datennutzung lohnt sich welcher Tarif?
- Stelle einen Term auf, der für jeden Tarif die Kosten in Abhängigkeit von der Datenmenge angibt. Beschreibe den Term in eigenen Worten.

	A	B	C
1	Tarifvergleich Smartphones		
2			
3	Datenmenge	Preise in €	
4	in MB	happy mobile	mobile 4ever
5	0	0,00	39,90
6	1	0,24	39,90
7	2	0,48	39,90
8	3	0,72	39,90
9	4	=A9*0,24	39,90

- „=“ leitet eine Berechnung ein.
- „A9“ ist ein relativer Zellbezug: Er verweist hier auf den Eintrag in der benachbarten Zelle.
- „A9*0,24“ multipliziert den Eintrag aus A9 mit 0,24.

Verstehen

Häufig lässt sich eine Problemstellung durch eine Gleichung ausdrücken und lösen.

Merke

Eine **Gleichung** besteht aus **zwei Termen**, die durch ein Gleichheitszeichen verbunden sind. Die Terme auf beiden Seiten einer Gleichung haben stets **den gleichen Wert**. Um Gleichungen zu lösen, gibt es verschiedene Möglichkeiten.

Beispiel: $8x + 12 = -16$

Lösungsmöglichkeiten:

1 Systematisches Probieren

x	$8x + 12$	Probe
-2	-4	zu groß
-3	-12	zu groß
-4	-20	zu klein

x	$8x + 12$	Probe
-3,3	-14,4	zu groß
-3,4	-15,2	zu groß
-3,5	-16,0	richtig

Lösung: $x = -3,5$

2 Gleichungen kann man aber auch lösen, indem man den Term aufbaut und dann rückwärts rechnet, d.h. die entsprechende Umkehraufgabe löst.

$$\begin{array}{ccccccc}
 x & \xrightarrow{\cdot 8} & 8 \cdot x & \xrightarrow{+ 12} & 8 \cdot x + 12 \\
 \parallel & & & & \parallel \\
 -3,5 & \xleftarrow{: 8} & -28 & \xleftarrow{- 12} & -16
 \end{array}$$

Lösung: $x = -3,5$

Häufig muss man nach dem ersten Probieren die Schrittweite verfeinern

Erklärvideo



Mediencode
61047-25

Beispiele

Löse die Gleichungen mithilfe der Umkehraufgabe.

a) $3 + x = 8$

b) $8 - x = 5$

c) $2 \cdot x + 5 = 13$

Lösung:

a) $x \xrightarrow{+ 3} 3 + x$
 \parallel
 $5 \xleftarrow{- 3} 8$

b) $-x \xrightarrow{+ 8} 8 - x$
 \parallel
 $-3 \xleftarrow{- 8} 5$

c) $x \xrightarrow{\cdot 2} 2x \xrightarrow{+ 5} 2x + 5$
 \parallel
 $4 \xleftarrow{: 2} 8 \xleftarrow{- 5} 13$

Terme und Gleichungen

Nachgefragt

- Beschreibe die Verfahren zum Lösen von Gleichungen an einem Beispiel.
- Welches der Verfahren würdest du bei der Gleichung $7x + 2 = 50 - 17x$ anwenden? Begründe deine Wahl.

1 Löse die Gleichung durch systematisches Probieren oder mithilfe der Umkehraufgabe.

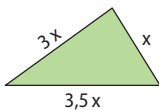
- a) $9a - 19 = 17$ b) $3b + 14 = -10$ c) $-2c + 22 = -8$ d) $-3d - 10 = 26$
 e) $4e + 15 = 3$ f) $8f - 45 = 11$ g) $-2g + 6 = 6\frac{1}{2}$ h) $3,4h + 17,2 = 1,9$
 i) $3i - 7 = -34$ j) $-3j + 1,5j = 10,8$ k) $-6 + 4,5k = -20,4$ l) $3,4l - 4,8 = -4,8$
 m) $9,1w - \frac{2}{11} = -\frac{2}{11}$ n) $-3,5x + \frac{1}{20} = 6$ o) $-5,2z + 0,09 = 2,3$ p) $\frac{3}{9}y - \frac{1}{4} = 1$

Aufgaben

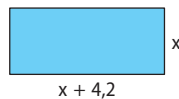
Lösungen zu 1:

$-12; -9; -8; -7,2; -4,5;$
 $-3,2; -3; -1,7; -0,425;$
 $-0,25; 0; 0; 3,75; 4; 7; 15$

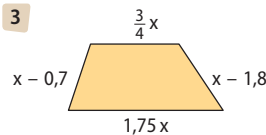
2 1



2



3



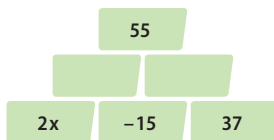
a) Stelle einen Term für den Umfang der Figur auf. Vereinfache den Term.

- MK** b) **Medien und Werkzeuge:** Stelle eine Gleichung auf und ermittle alle Seitenlängen der Figuren aus a), wenn der Umfang der Figur jeweils 24 cm (39,3 cm) lang ist.

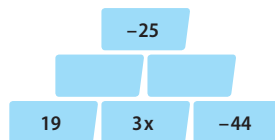
Du kannst auch ein Tabellenprogramm nutzen.

3 Übertrage die Zahlenmauer in dein Heft. Für welche Zahl steht x? Stelle dazu eine Gleichung auf und bestimme deren Lösungsmenge.

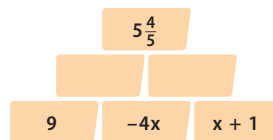
a)



b)



c)



Der Wert eines Steins ergibt sich aus der Summe der beiden darunter liegenden Steine.

4 Entscheide jeweils ohne zu rechnen, ob die Lösung eine positive oder negative Zahl ist. Begründe deine Entscheidung.

- a) $2x + 12 = 3$ b) $-2x + 3 = 19$ c) $4x - 8 = 6$ d) $-3x - 5 = 7$
 e) $\frac{1}{2}x - 17 = -23$ f) $-5x + 9 = -17$ g) $-2,5x - 6 = -1$ h) $\frac{2}{5}x - \frac{6}{7} = -1\frac{3}{8}$
 i) $-3x + 14 = -9,5$ j) $\frac{1}{2}x + 44 = -6$ k) $0,2x - 7 = 0$ l) $-\frac{1}{4}x - \frac{7}{8} = \frac{1}{2}$

5 Das rechteckige Schwimmbecken eines Freibads ist 25 m lang und 10 m breit. Durch die Einströmdüsen kommen pro Minute 500 l Wasser in das Becken. Das Volumen des leeren Schwimmbeckens ist 525 m^3 .

- a) Bestimme die Tiefe des Beckens mithilfe einer Gleichung.
 b) Wie lange dauert es, bis das Becken im Frühjahr vollständig mit Wasser gefüllt wird?
 c) Berechne, wie viele Badewannenfüllungen in das Schwimmbecken passen.



6

6.7 Gleichungen umformen

Entdecken

Die Waage ist im Gleichgewicht. Jedes der abgebildeten Massestücke wiegt 1 kg.

- Finde heraus wie schwer einer der braunen Backsteine ist.
- Beschreibe deinen Lösungsweg.



Verstehen

Eine Gleichung kann man sich als Waage im Gleichgewicht vorstellen. Das, was auf der linken Schale liegt, steht links vom Gleichheitszeichen, der Inhalt der rechten Schale auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens. Stücke unbekannter Masse stellen in der Gleichung die Variable „x“ dar. Tätigkeiten wie Hinzufügen und Wegnehmen entsprechen in der Gleichung Rechenoperationen: „Hinzufügen“ → Addition, „Wegnehmen“ → Subtraktion.

Merke

„äquivalent“ bedeutet gleichwertig

Bei der Umformung einer Gleichung darf sich die **Lösungsmenge L** nicht ändern.

Die einzelnen Schritte, die man dabei durchführt, nennt man **Äquivalenzumformungen**.

Bei jedem Schritt sind die entstandenen Gleichungen gleichwertig zueinander.

Die Lösungsmenge ändert sich bei den folgenden Umformungen nicht.

Äquivalenzumformung	Beispiel
1 Man addiert auf beiden Seiten der Gleichung die gleiche Zahl oder den gleichen Term .	$+4 \left(\begin{array}{l} x - 4 = 1 \\ x = 5 \end{array} \right) +4 \quad \begin{array}{l} L = \{5\} \\ L = \{5\} \end{array}$
2 Man subtrahiert auf beiden Seiten der Gleichung die gleiche Zahl oder den gleichen Term .	$-6 \left(\begin{array}{l} x + 6 = 2 \\ x = -4 \end{array} \right) -6 \quad \begin{array}{l} L = \{-4\} \\ L = \{-4\} \end{array}$
3 Man multipliziert auf beiden Seiten der Gleichung die gleiche Zahl (die nicht null sein darf).	$\cdot 5 \left(\begin{array}{l} \frac{1}{5}x = 2 \\ x = 10 \end{array} \right) \cdot 5 \quad \begin{array}{l} L = \{10\} \\ L = \{10\} \end{array}$
4 Man dividiert auf beiden Seiten der Gleichung durch die gleiche Zahl (die nicht null sein darf).	$:4 \left(\begin{array}{l} 4x = 22 \\ x = 5,5 \end{array} \right) :4 \quad \begin{array}{l} L = \{5,5\} \\ L = \{5,5\} \end{array}$

Wenn die Variable auf einer Seite der Gleichung alleine steht, dann kann man die Lösung direkt ablesen.

Bei Gleichungen sind manchmal nur bestimmte Zahlen zulässig, die man für die Variablen einsetzen darf: Sie bilden die **Definitionsmenge D**. Wenn nichts weiter angegeben ist, dann verwenden wir die rationalen Zahlen als Definitionsmenge.

Beispiel

$D = \mathbb{Q}$ bedeutet „im Bereich der rationalen Zahlen“.

Führe jede Umformung immer auf beiden Seiten durch.

Führe eine Probe zur Kontrolle durch.

Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung mithilfe von **Äquivalenzumformungen** in $D = \mathbb{Q}$.

a) $4x + 7 = 31$

b) $\frac{1}{4}y - 6 = 2$

c) $5x + 10 = 2x - 2$

Lösung:

a) $-7 \left(\begin{array}{l} 4x + 7 = 31 \\ 4x = 24 \end{array} \right) -7 \quad \begin{array}{l} :4 \left(\begin{array}{l} x = 6 \end{array} \right) :4 \\ L = \{6\} \end{array}$

b) $+6 \left(\begin{array}{l} \frac{1}{4}y - 6 = 2 \\ \frac{1}{4}y = 8 \end{array} \right) +6 \quad \begin{array}{l} \cdot 4 \left(\begin{array}{l} y = 32 \end{array} \right) \cdot 4 \\ L = \{32\} \end{array}$

c) $-10 \left(\begin{array}{l} 5x + 10 = 2x - 2 \\ 5x = 2x - 12 \end{array} \right) -10 \quad \begin{array}{l} -2x \left(\begin{array}{l} 3x = -12 \end{array} \right) -2x \\ :3 \left(\begin{array}{l} x = -4 \end{array} \right) :3 \\ L = \{-4\} \end{array}$

Probe: $4 \cdot 6 + 7 = 31$ ✓

Probe: $\frac{1}{4} \cdot 32 - 6 = 2$ ✓

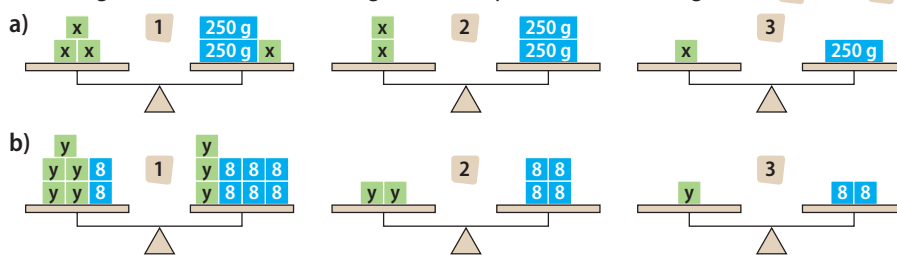
Probe: $5 \cdot (-4) + 10 = -10$ ✓

Nachgefragt

- Erläutere, wieso Äquivalenzumformungen auf beiden Seiten der Gleichung durchgeführt werden müssen. Vergleiche die Umformung anschaulich mit Handlungen an einer Waage.
- Division und Multiplikation mit null sind keine Äquivalenzumformungen. Warum nicht? Suche einfache Beispiele und begründe.

Aufgaben

- 1 Bei der Abbildung ist die Waage jeweils im Gleichgewicht. Beschreibe jedes Bild durch eine Gleichung und beschreibe die durchgeführten Äquivalenzumformungen von 1 nach 3.



- 2 Löse folgende Gleichungen im Bereich der rationalen Zahlen.

- | | | | |
|-------------------|-------------------|---------------------------|----------------------|
| a) $5x = 45$ | b) $x - 2 = 8$ | c) $8x + 4 = 20$ | d) $7 - x = 5$ |
| e) $7x = 7$ | f) $123x = 0$ | g) $13 - 2x = -1$ | h) $3 + 4x + 5 = 7$ |
| i) $17 - a = 8,5$ | j) $8 + 2x = -52$ | k) $\frac{1}{3}c + 3 = 0$ | l) $4f + 4 = 3 + 2f$ |
| m) $2m + 7 = m$ | n) $18 - 2s = 3s$ | o) $4t + 12 = 84$ | p) $4 - 8p = 2p - 8$ |

Lösungen zu 2:

$L = \{-30\}$; $L = \{-9\}$;
 $L = \{-7\}$; $L = \{-0,5\}$;
 $L = \{-\frac{1}{4}\}$; $L = \{0\}$; $L = \{1\}$;
 $L = \{1,2\}$; $L = \{2\}$; $L = \{3,6\}$;
 $L = \{7\}$; $L = \{8,5\}$; $L = \{9\}$;
 $L = \{10\}$; $L = \{18\}$;

- 3 Übertrage in dein Heft und ergänze die Lücken ($D = \mathbb{Q}$).

- | | |
|--|--|
| a) $\frac{3}{4}x - 13 = x + 7$
$\frac{3}{4}x = x + 20$
$-\frac{1}{4}x = 20$
$x = -80$ | b) $-7x + 5 = x + 3$
$-8x = -2$
$x = 16$ |
| c) $\frac{2}{3}x - 1 = x + 5$
$-\frac{1}{3}x - 1 = 5$
$-\frac{1}{3}x = 6$
$x = -18$ | d) $\frac{2}{3}x - 1 = x + 5$
$-3 = 3x + 6$
$-3 = x + 15$
$x = -18$ |

Alles klar?

- 4 Übertrage in dein Heft und ergänze die Umformungsschritte.

- | | | |
|--|--|--|
| a) $8 + 3x = x + 7$
$3x = x - 1$
$2x = -1$
$x = -\frac{1}{2}$ | b) $\frac{2}{3}a + 2 = 4$
$\frac{2}{3}a = 2$
$a = 3$ | c) $2,6s - 9,2 = 0,4s + 18,3$
$2,6s = 0,4s + 27,5$
$2,2s = 27,5$
$s = 12,5$ |
|--|--|--|

- 5 Finde unterschiedliche Gleichungen, die die gleiche Lösung haben wie $5 \cdot x = 17$.

6

6.7 Gleichungen umformen

Achte auf die verschiedenen Zahlbereiche in den Aufgaben.



- 6** Stelle eine passende Gleichung auf und bestimme die Lösungsmenge.
- Die Summe aus einer **rationalen Zahl** und 3 ergibt 14.
 - Das Produkt einer **natürlichen Zahl** mit 6 ergibt 18.
 - Die Differenz aus dem Dreifachen einer **ganzen Zahl** und 12 ergibt 36.
 - Ein Viertel einer **natürlichen Zahl** addiert man zu 3 und erhält 5.
 - Man dividiert eine **ganze Zahl** durch 8 und erhält 8.
 - Das Produkt einer **ganzen Zahl** und 5 wird um 6,3 vermindert. Man erhält $-28,8$.

- 7** Cedric möchte sich ein Modellflugzeug kaufen. Seine Wahl fällt auf ein Modell für 34 €. Er hat bereits 10 € gespart. Wie lange muss er sparen, wenn er für seinen Wunsch jede Woche weitere 3 € zurücklegt? Stelle eine Gleichung auf und löse sie.

- 8** Formuliere die Gleichung in Worten. Bestimme die Lösungsmenge im Bereich der ganzen Zahlen.

a) $t - 7 = 128$

b) $5x + 8 = 13$

c) $210 - y = 158$

d) $-a + 3 = 7$

e) $4b + 5 = 5$

f) $12 - z : 2 = 3$

Beachte den Zahlenbereich, aus dem du einsetzen kannst.

- 9** Löse die Aufgaben, indem du jeweils eine Gleichung aufstellst.

- Betül ist jetzt dreimal so alt wie ihr Bruder Tarik in zwei Jahren sein wird. Tarik ist jetzt drei Jahre alt. Bestimme das Alter von Betül.
- In drei Jahren ist Martin doppelt so alt wie seine Schwester. Sie sind dann zusammen 24 Jahre alt. Bestimme Martins Alter und das seiner Schwester.
- Opa Hermann hatte vor zwei Jahren seinen 85. Geburtstag. Heute ist er dreimal so alt wie sein jüngster Enkel. Berechne das Alter des Enkels.



Methoden

Schrittweises Lösen von Gleichungen

Zum Lösen von Gleichungen kann man folgende Strategie anwenden:

Lösungsschritte

- Vereinfache beide Seiten so weit wie möglich.
- Bringe durch **Äquivalenzumformungen** alle Variablen auf eine Seite und alle Zahlen auf die andere Seite.
- Stelle die Variable allein (z. B. $1 \cdot x$), indem du ggf. mit einer passenden Zahl multiplizierst oder dividierst.
- Bestimme die Lösungsmenge.
- Setze zur Probe die Lösung in die Ausgangsgleichung ein.

Beispiel

$D = \mathbb{Q}$

$$\begin{array}{lcl}
 1 & 3 \cdot (x - 3) - 1 = 7 + (x + 1) & \\
 & 3x - 9 - 1 = 7 + x + 1 & \\
 & 3x - 10 = x + 8 & \\
 2 & \begin{array}{l} 3x - 10 = x + 8 \\ -x \quad 3x - x - 10 = 8 \\ +10 \quad 3x - x = 10 + 8 \end{array} & \begin{array}{l} -x \\ +10 \end{array} \\
 & 2x = 18 & \\
 3 & \begin{array}{l} 2x = 18 \\ :2 \quad x = 9 \end{array} & \begin{array}{l} :2 \end{array} \\
 4 & 9 \in \mathbb{Q} & L = \{9\} \\
 5 & \begin{array}{l} 3 \cdot (9 - 3) - 1 = 7 + (9 + 1) \\ 3 \cdot 6 - 1 = 7 + 10 \\ 17 = 17 \end{array} & \checkmark
 \end{array}$$

Terme und Gleichungen

10 Gib zu den folgenden Gleichungen jeweils die Lösung an.

- a) $2x + 4 = 5 + 2x$ b) $-3 + 4x = 2x - 3 + 2x$ c) $5 - 0,2x = 2 - 0,2x$
 d) $2x + 6 = 5 - x$ e) $3 - 4x = x - 2 + x$ f) $3x - 4 + x = 2 \cdot (x - 2)$

11 Finde und korrigiere die Fehler, die bei der Lösung der Gleichung gemacht wurden. Formuliere auch jeweils einen Tipp, wie solche Fehler vermieden werden können.

a)
$$\begin{array}{l} 23x + 1 = 7 + 23x \\ -1 \quad -23x \quad -23x \\ \hline 23x = 6 + 23x \\ -23x \quad -23x \\ \hline x = 6 \\ L = \{6\} \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{l} \frac{4}{5}x - 1 = 0,2x \\ -0,5 \quad -1 \quad -0,2x \\ \hline \frac{4}{5}x - 1 = x \\ -x \quad -x \\ \hline \frac{4}{5}x - 1 = 0 \\ +1 \quad +1 \\ \hline \frac{4}{5}x = 1 \\ : \frac{4}{5} \quad : \frac{4}{5} \\ \hline x = \frac{5}{4} \\ L = \left\{ \frac{5}{4} \right\} \end{array}$$

12 Löse die folgenden Gleichungen.

- a) $5 \cdot (x - 2) = 8$ b) $3 = \frac{1}{3} \cdot (6y - 3)$
 c) $\frac{5}{4} \cdot (1,25 + 4x) = -4 \cdot \left(-x + \frac{3}{16}\right)$ d) $-1,2 \cdot \left(-\frac{5}{6} + x\right) + 2,2x = 0$
 e) $y + 7 = (y + 3) : 2$ f) $2x + 3 - 4x = 7 - 3x + 8$
 g) $8 + 2z + 0,5 = z + 18,5 - 5z$ h) $-3 \cdot \left(\frac{1}{2}k - 7\right) + 6 = 2 \cdot \frac{3}{10}k - \left(5 \cdot \frac{3}{10} - k\right)$

Lösungen zu 12:

$L = \{-11\}; L = \{2\};$
 $L = \{12\}; L = \left\{\frac{5}{3}\right\};$
 $L = \{7,75\}; L = \left\{-2\frac{5}{16}\right\};$
 $L = \{1\}$

13 Argumentieren und Begründen

Vergleiche die beiden Seiten einer Gleichung. Gib an, unter welchen Bedingungen eine Gleichung keine oder mehrere Lösungen hat.

Idee: ■ Untersuche zunächst einige Gleichungen wie ...

- 1 $2x + (x + 9) \cdot 2 = 2 \cdot (x + 1)$ 2 $-4 + 5x = x - 1 + 4 \cdot (x + 1)$
 3 $-(x + 1) + 4 = (x - 5) : 2$ 4 $-3(x - 2) + 5,5x = -(-5x - 12) : 2$

■ Ordne die Gleichungen übersichtlich nach der Anzahl der Lösungen.

Fall	Es gibt keine Lösung	Es gibt ...	Es gibt ...
Lösungsmenge	$L = \dots$		
Beispiel			

■ Formuliere Bedingungen unter welchen es keine oder mehrere Lösungen gibt.

Wenn eine Gleichung *keine Lösung* hat, schreibt man $L = \{ \}$.

14 In die Hausaufgabe haben sich Fehler eingeschlichen. Finde und verbessere sie.

a)
$$\begin{array}{l} 5x + 15 = 85 \\ -15 \quad -15 \\ \hline 5x = 70 \\ :5 \quad :5 \\ \hline x = 14 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{l} 36 - 2x = 8 \\ -36 \quad -36 \\ \hline -2x = -28 \\ :2 \quad :2 \\ \hline x = 14 \end{array}$$

15 Aus der Prozentrechnung kennst du $P = G \cdot \frac{p\%}{100\%}$. Stelle die Formel entsprechend der Äquivalenzumformungen nach G und p % um. Erkläre die Bedeutungen.

16 Wie muss t gewählt werden, damit die Gleichung $(5x - t) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = -0,2(15x - 3) \dots$
 a) keine Lösung hat? b) mehrere Lösungen hat?



6

6.8 Terme und Gleichungen im Alltag

Entdecken

Stelle jeweils heraus, welche Informationen der Tabelle du benötigst und formuliere die Frage in eigenen Worten, bevor du sie bearbeitest.

- Vergleiche die Maße der einzelnen Münzen miteinander als Anteil und in Prozent.
- Stelle für jede Münzart einen Term auf, mit dem man die Masse einer beliebigen Anzahl von Münzen angeben kann.

Münze	h	d	m
	2,33 mm	23,25 mm	7,50 g
	2,20 mm	25,75 mm	8,50 g

h: Höhe; d: Durchmesser; m: Masse

Verstehen

Um Sachaufgaben zu bearbeiten, muss man sich den Text zunächst aufmerksam durchlesen.

Merke

Führe bei **Sachaufgaben** folgende Schritte durch:

1. Was ist **gegeben**? Stelle die notwendigen Informationen übersichtlich dar.
2. Was ist **gesucht**? Formuliere selbst eine sinnvolle Frage.
3. Stelle die **Rechnung** übersichtlich dar. Verwende eine Skizze zur Veranschaulichung.
4. Prüfe, ob deine Frage beantwortet wurde und formuliere eine **Antwort**.

Beispiele



Um bei Rechnungen den Überblick zu behalten, kann es sinnvoll sein, kurz zu notieren, was man berechnet.

- I. Die Einfahrt und die Parkfläche von Familie Astor werden mit Steinen ausgelegt. Ein Stein hat eine Fläche von $0,24 \text{ m}^2$. Die rechteckige Einfahrt ist 3 m breit und 8 m lang. Die Parkfläche beträgt 30 m^2 . Berechne, wie viele Steine Familie Astor mindestens braucht.

Lösung:

Gegeben: Einfahrtsbreite: 3 m; Einfahrtslänge: 8 m; $A_{\text{Parkfläche}} = 30 \text{ m}^2$; $A_{\text{Stein}} = 0,24 \text{ m}^2$

Gesucht: Anzahl der Steine oder „Wie viele Steine werden benötigt?“

Rechnung: Gesamte Fläche bestimmen: $A_{\text{Gesamt}} = 8 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} + 30 \text{ m}^2 = 54 \text{ m}^2$
Anzahl der Steine: $54 \text{ m}^2 : 0,24 \text{ m}^2 = 225$

Antwort: Es werden mindestens 225 Steine benötigt.

- II. Wenn **Lara** noch vier Lieder mehr auf ihrem MP3-Player hätte, dann hätte **Sana** **doppelt** so viele Lieder **wie Lara**. Beide zusammen hätten dann **doppelt so viele Lieder wie Hasan**, der **66 Lieder** hat. Berechne, wie viele Lieder Lara auf ihrem MP3-Player hat.

Lösung:

Gegeben: **Hasans Lieder:** 66; **Sanas Lieder:** $2 \cdot (\text{Anzahl Lara} + 4)$

Gesucht: Anzahl Laras Lieder: x oder Wie viele Lieder hat Lara?

Rechnung: Die Anzahl der Lieder ist eine natürliche Zahl.

Gleichung aufstellen: **Laras Lieder** + 4 + **Sanas Lieder** = 2 · **Hasans Lieder**

$$x + 4 + 2 \cdot (x + 4) = 2 \cdot 66$$

Gleichung lösen: $x + 4 + 2x + 8 = 132$

$$\begin{array}{rcl} 3x + 12 = 132 & & \\ -12 & \swarrow & -12 \\ 3x = 120 & & \\ :3 & \swarrow & :3 \\ x = 40 & & \end{array}$$

Antwort: Lara hat 40 Lieder auf ihrem MP3-Player.

Terme und Gleichungen

Nachgefragt

MK

- Beschreibe, welche Vorteile es hat, die Angaben aus einem Text übersichtlich darzustellen.
- **Medien und Werkzeuge:** Löse die Formel $U = R \cdot I$ nach jeder der drei Variablen auf. Recherchiere im Internet, für was die Variablen in der Formel jeweils stehen und welcher Sachverhalt mit der Formel beschrieben wird.

- 1 Ein Kostümhändler verkauft insgesamt 147 Faschingskostüme für insgesamt 3647 €. Es sind 31 Piratenkostüme zu je 37 € und 76 Cowboy-Kostüme zu je 25 €. Die übrigen Kostüme sind Prinzessinnenkostüme. Bestimme deren Anzahl.



Aufgaben

- 2 Ein rechteckiger Garten wird an drei Seiten eingezäunt. Die Seite, die zur Straße zeigt, ist 23 m lang und wird von einer 80 cm hohen Mauer begrenzt. Insgesamt kostet der Zaun 2468,40 €, dabei wird die Anlieferung pauschal mit 150 € berechnet sowie der Meterpreis des Zaunes mit 20,70 € in Rechnung gestellt. Bestimme die Breite des Grundstücks.

3 1 $A = \frac{g \cdot h}{2}$

2 $U = 2a + 2b$

3 $A = \frac{1}{2} (a + c) \cdot h$

4 $V = a \cdot b \cdot c$

5 $U = \pi \cdot d$

6 $v = \frac{s}{t}$

a) Stelle die Formeln nach jeder vorkommenden Variablen um.

MK

b) **Medien und Werkzeuge:** Finde heraus, was durch die Formel beschrieben wird.

Alles klar?

- 4 Gib an, in wieviel Jahren fünf Geschwister (Anna ist 17, Thomas 16, Verena 15, Laurenz 14 und die kleine Marie 3 Jahre alt) insgesamt 200 Lebensjahre feiern können. Beschreibe dein Vorgehen.
- 5 Sofie und Tobi unterhalten sich. Wem stimmst du zu? Begründe deine Antwort.



Eine Skizze anzufertigen ist Zeitverschwendung. Es stehen doch alle Werte, die ich brauche, in der Aufgabe.

Ich finde Skizzen hilfreich.



- 6 Florian hat aus der Klassenkasse 35 € bekommen, um Getränke für eine Klassenfeier zu kaufen. Eine Flasche Cola kostet 29 ct, eine Flasche Limonade ist 7 ct billiger. Wie viel kostet eine Flasche Mineralwasser, wenn Florian ohne Pfand für das gesamte Geld 60 Flaschen Cola, 45 Flaschen Limonade und 35 Flaschen Mineralwasser bekommt?



6

6.8 Terme und Gleichungen im Alltag



- 7** Willst du bei einem Gewitter wissen, wie weit der Blitzeinschlag ungefähr von dir entfernt ist, kannst du folgenden Zusammenhang nutzen. Der zeitliche Abstand in Sekunden (t) zwischen dem Sehen des Blitzes und dem Hören des Donners entspricht ungefähr der dreifachen Entfernung in Kilometern (s) des Blitzeinschlags.

- Stelle die entsprechende Formel auf und löse die Formel nach s auf.
- Erkläre, warum die Formel nur „ungefähr“ stimmt.

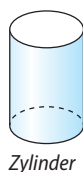
- 8** In Commonwealth-Ländern werden oft Längenmaße verwendet, die in der Umrechnungstabelle angegeben sind.

1 mile	1 furlong	1 chain	1 yard	1 foot	1 inch
1760 yards	220 yards	22 yards	0,9144 metre	$\frac{1}{3}$ yard	$\frac{1}{36}$ yard

- Gib eine Formel an, mit der du miles in yards (feet, inches) umrechnen kannst. Löse die Formeln jeweils nach yard, foot, inches auf.
- Finde eine Formel, mit der man Kilometer in Meilen umrechnen kann.
- Gib eine Formel an, mit der man cm in inches umrechnen kann.

- 9** Ein Quader ist doppelt so lang wie breit.

- Gib eine Formel an, mit der man das Volumen berechnen kann, wenn man Länge und Höhe des Quaders kennt.
- Finde eine Formel, mit der man die Höhe berechnen kann, wenn man das Volumen des Quaders kennt.



Zylinder

- 10** Ein Zylinder ist ein Körper mit einer kreisförmigen Grundfläche und einer bestimmten Höhe h .

- MK** **a) Medien und Werkzeuge:** Recherchiere die Formel für das Volumen eines Zylinders. Beschreibe in eigenen Worten, wie man das Volumen berechnet.
- Ein Zylinder hat den Grundkreisdurchmesser 8 cm und das Volumen $1500 \text{ cm}^3 = 1,5 \text{ l}$. Berechne mithilfe der Formel aus a), welche Höhe der Zylinder hat.
 - In den Zylinder aus b) werden 500 cm^3 Wasser geschüttet. Gib an, wie hoch das Wasser im Zylinder steht.

- 11** Die Familien Terzic und Krusta fahren im Urlaub von Winterberg nach Calais. Sie machen auf der Fahrt jeweils eine Pause von 20 Minuten.

- Familie Terciz ist im Durchschnitt 102 km/h schnell gefahren und hat 6 Stunden gebraucht (inklusive Pause). Berechne die Entfernung zwischen Winterberg und Calais.
- Familie Krusta hat 5 Stunden und 20 Minuten gebraucht (inklusive Pause). Bestimme, wie schnell sie im Durchschnitt gefahren ist.
- Gib die Formel an, mit der man die Geschwindigkeit v aus dem zurückgelegten Weg s und der dafür benötigten Zeit t berechnet.
- Forme die Formel aus c) so um, dass man den Weg s aus der Geschwindigkeit und der benötigten Zeit t direkt berechnen kann.



Terme und Gleichungen

- 12** Bestimme jeweils die gesuchte rationale Zahl.
- Wenn ich zur Hälfte der gesuchten Zahl 3 hinzuzähle, erhalte ich dasselbe, wie wenn ich vom Dreifachen der Zahl 7 abziehe.
 - Die Summe der gesuchten Zahl und 13 ergibt das Dreifache der Zahl -5 .
 - Die Quersumme einer zweistelligen Zahl ist 15.
 - Das Quadrat einer Zahl ist genau so groß wie die Summe aus dem Doppelten der Zahl und 3.



- 13** Die Blutalkoholkonzentration „BAK“ lässt sich auch nach der sogenannten Widmark-Formel (benannt nach dem schwedischen Chemiker Erik M. P. Widmark) berechnen:

$$\text{BAK} = \frac{A}{m \cdot r} \text{ mit}$$

- BAK = Blutalkoholkonzentration in ‰ (Promille)
- A = die aufgenommene Menge Alkohol in Gramm (g)
- m = die Masse der Person in Kilogramm (kg)
- r = Faktor, der angibt, wie schnell sich Alkohol im Körper verteilt.
 - Männer: 0,68–0,7
 - Frauen und Jugendliche: 0,55–0,60
 - Kleinkinder: 0,75–0,80

Von der errechneten BAK müssen zwischen 10 % und 30 % abgezogen werden, da der Alkohol nicht vollständig aufgenommen wird. Als stündlicher Abbauwert sind etwa 0,15 ‰ anzunehmen.

- Berechne für folgenden Fall die BAK: Ein etwa 55 kg schwerer Jugendlicher trinkt zwei 0,5-ℓ-Flaschen Bier mit einem Alkoholgehalt von 5 % (entspricht 40 g Alkohol).
- Wann hat der Jugendliche den Alkohol vollständig abgebaut? Erstelle eine Tabelle und zeichne den zugehörigen Graphen.

- MK** **c) Medien und Werkzeuge:** Recherchiere die Auswirkungen von Alkoholkonsum auf Jugendliche. Gib an, welche Beeinträchtigungen man z. B. bei einer BAK von 0,5 ‰ hat.

Spiel

Terme suchen (Partnerspiel)

Material

- Spielblatt mit Tabelle mit den Spalten „x“, „Ergebnis“, „Term?“
- Stift

Ablauf

- Spieler 1 überlegt sich einen Term. Spieler 2 schreibt auf sein Spielblatt eine Zahl für die Variable.
- Spieler 1 setzt die Zahl in seinen Term ein und schreibt das Ergebnis auf das Spielblatt von Spieler 2.
- Spieler 2 rät (wenn möglich) den gesuchten Term. Ist der Term noch nicht gefunden, schreibt er eine neue Zahl auf. Hat er den Term gefunden, werden die Rollen getauscht.
- Gewonnen hat, wer die wenigsten Rateversuche benötigt.

- Sedrik meint: „Wenn man für $x = 0$ einsetzt, hat man es leichter.“ Probiere aus und erkläre.

Beispiel:

x	Ergebnis	Term?
2	-6	$-3 \cdot x$
4	-10	/
0	-2	$-2x - 2$

Spieler 2 trägt ein

Spieler 1 schreibt Ergebnis

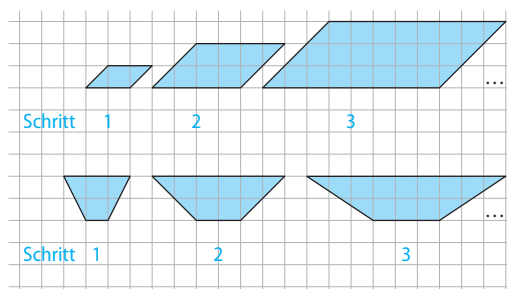
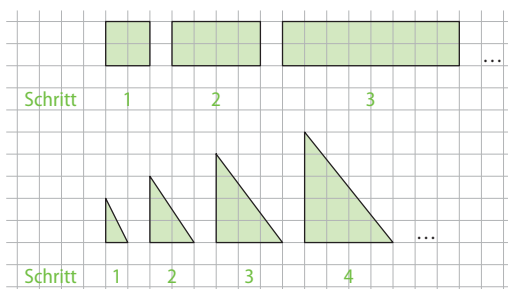
Spieler 2 rät Term

6

Trainingsrunde: Differenziert

Die folgenden Aufgaben behandeln alle Themen, die du in diesem Kapitel kennengelernt hast. Auf dieser Seite sind die Aufgaben in zwei Spalten unterteilt. Die **grünen** Aufgaben auf der linken Seite sind etwas einfacher als die **blauen** auf der rechten Seite. Entscheide bei jeder Aufgabe selbst, welche Seite du dir zutraust!

- 1 a) Setze die Figuren um zwei weitere Schritte fort.
b) Bestimme den Flächeninhalt der Figuren.
c) Bestimme einen Term, mit dessen Hilfe man den Flächeninhalt der n-ten Figur bestimmen kann.



- 2 Löse die Klammern auf und fasse so weit wie möglich zusammen.

a) $8x + (3y + 2x)$

b) $-5z + (-3z + 5)$

c) $7e + (-e - f)$

d) $2z + (5 - (-2z))$

e) $3s - (s + t)$

f) $12y - (12x - 6y)$

a) $-a - (ab + 3a)$

b) $-6x - (-2x - 3y)$

c) $17 - (15b + (-3))$

d) $-s - (-r - (-s))$

e) $-(7x - 5y) \cdot 3y$

f) $-(-e - f) \cdot (-2)$

- 3 Stelle eine Gleichung auf und bestimme das Gewicht der Schachtel, wenn eine Kugel 20 g wiegt.



- 4 Begründe ohne Rechnung, ob die Lösung eine positive oder negative Zahl ist.

a) $2x + 12 = 3$

b) $-2x + 3 = 19$

c) $4x - 8 = 6$

d) $-3x - 5 = 7$

a) $\frac{1}{2}x - 17 = -23$

b) $-5x + 9 = -17$

c) $\frac{2}{5}x - \frac{6}{7} = -1\frac{3}{8}$

d) $0,2x - 7 = 0$

- 5 Daniel hat in der Hausaufgabe Gleichungen gelöst. Überprüfe Daniels Arbeit und gib die Umformungen an, die er gemacht hat. Notiere jeweils einen Tipp für Daniel, wie er gemachte Fehler vermeiden kann.

$$\begin{aligned} 13 + 0,8y &= -\frac{2}{5}y - 4 \\ 0,8y &= -\frac{2}{5}y - 9 \\ 0,8y + \frac{2}{5}y &= -9 \\ 0,8y + 0,2y &= -9 \\ y &= -9 \end{aligned}$$

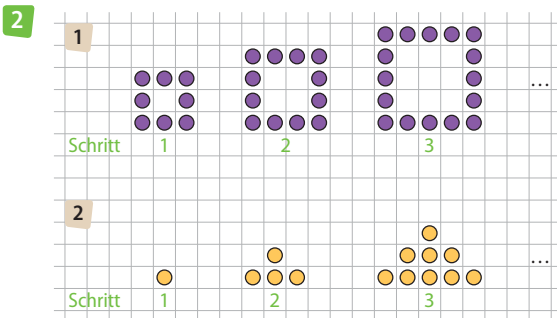
$$\begin{aligned} (x+4) \cdot 2 &= \frac{1}{3}x - 2 \\ x + 8 &= \frac{1}{3}x - 2 \\ x &= \frac{1}{3}x - 10 \\ \frac{2}{3}x &= -10 \\ x &= -\frac{20}{3} \end{aligned}$$

Trainingsrunde: Kreuz und Quer

Terme und Gleichungen

- 1 Rechne vorteilhaft. Nenne das Rechengesetz, das du verwendest.

a) $-12,4 + 17,9 + (-4,6)$
 $78,6 + [34,4 + (-129,7)]$
 $-3,4 + 1,8 + 3,7 - 5,4$
 b) $[(-7) \cdot 2,25] \cdot (-8)$
 $(-5) \cdot 12 \cdot (-1,2)$
 $6 \cdot (-12,6) \cdot \frac{1}{6}$
 c) $15 \cdot 4,5 - 2,5$
 $2^2 - 4 \cdot (-1,25)$
 $((34 + (-16)) \cdot 2,3)$



- a) Übertrage die Reihe in dein Heft und setze sie um zwei Schritte fort.
 b) Beschreibe in Worten, wie sich das Muster mit jedem Schritt ändert.
 c) Stelle einen Term auf der die Anzahl der Punkte beim n-ten Muster angibt. Überprüfe deinen Term für den fünften, achten und zehnten Schritt.

- 3 Berechne die folgenden Terme, indem du die Variable durch 5 $(-4; -7,6)$ ersetzt.

a) $a + 7 \cdot 4$ b) $112 \cdot b$
 c) $186,2 : c$ d) $(13 + d) : 3,2$
 e) $4 \cdot e + \frac{3}{10}$ f) $5f + 3 - 2,4 \cdot f$
 g) $(11,4 + g) : g$ h) $5,5 - \frac{2}{5}h$

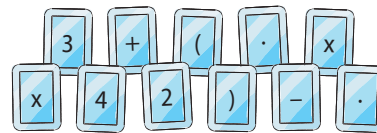
- 4 Welche Terme führen stets zum selben Ergebnis?

$x - 6$ $1 + 2 \cdot x + 2$ $6x + 24$
 $2x + 3 - x$ $-6 + 24x + 2$
 $6 + x$ $24 \cdot x - 6$ $x + 3 + x$

- 5 Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $51b + 2 + 44b$ b) $3y - 8y$
 c) $97t - 12t + 4t$ d) $7,2x + 6y + 2,3x$
 e) $54y - 156 - 25y - 2$ f) $8 \cdot 17q$
 g) $169b : 13$ h) $7x \cdot 5 \cdot 8x$
 i) $18r : 6 \cdot 1,5r$ j) $24x^2 \cdot \frac{2}{5}x^2 \cdot 5x^2$
 k) $p \cdot r \cdot 12q \cdot 4w : 6 \cdot w$
 l) $12r - 5m + 7x - 4 + 7m - 14r - 6$
 m) $\frac{1}{3}m + 4n - 7o + 2p + \frac{4}{3}m + 6o + 5n$

- 6 Lege aus den Karten einen Term, der für $x = 4$ $(-10; \frac{1}{2}; 0)$ einen möglichst großen Wert ergibt.



- 7 Übertrage in dein Heft und vervollständige die Lücke.

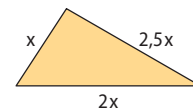
a) $4l \cdot \square \cdot 3n = 12lmno$
 b) $4ab + 3a \square - 2ac + \square = 7ab + 8ac$
 c) $x \cdot 189y \cdot z \cdot \square = 17x^3yz^3$
 d) $15t \cdot 5r : 3 \cdot (-2s) : \square = -5rst$
 e) $s \cdot 0,7st \cdot \square = 2,1s^2t^2u$
 f) $7k \cdot \frac{1}{2}lt \cdot (-4k) : \square = -70lt$

- 8 Löse die Klammern auf und vereinfache so weit wie möglich.

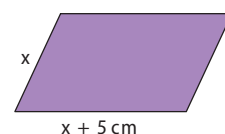
a) $(a + b) - 128$ b) $(3f - 12g) \cdot (-1)$
 e) $0,25 \cdot (4 - 36t)$ f) $(128 + 2x) : 16$
 c) $x \cdot (76y + 1212z)$ d) $-14 - (y + 8)$
 g) $3x + (2y + (-3x))$ h) $\frac{4}{17} \cdot (153x + 85)$

- 9 Stelle jeweils eine Gleichung auf und ermittle alle Seitenlängen.

- a) Der Umfang des Dreiecks ist 22 cm lang.



- b) Die Umfangslänge des Parallelogramms beträgt 82 cm.



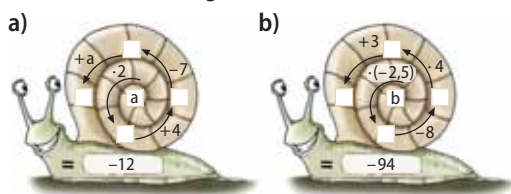
6

Trainingsrunde: Kreuz und quer

- 10 Die Mittelfeldspieler in der Fußball-Nationalmannschaft schossen in den letzten 10 Jahren etwa dreimal so viele Tore wie die Verteidiger. Beide zusammen schossen 20 Tore weniger als die Stürmer. Insgesamt wurden in diesem Zeitraum etwa 360 Tore geschossen. Wie viele Tore schossen die Stürmer?



- 11 Stelle eine Gleichung auf und löse ($D = \mathbb{Q}$).



- 12 In die Hausaufgabe haben sich Fehler eingeschlichen. Finde und verbessere sie.

a)
$$\begin{array}{rcl} 5x + 15 & = & 85 \\ :5 & \swarrow & \\ x + 15 & = & 17 \\ -15x & \swarrow & \\ x & = & 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} -1 \\ -23x \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rcl} 36 + 2x & = & 48 \\ -36 & \swarrow & \\ 2x & = & 12 \\ :2 & \swarrow & \\ x & = & 24 \end{array} \quad \begin{array}{l} -36 \\ :2 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{rcl} 15\frac{3}{4} + \frac{1}{4} & = & 38\frac{3}{4} \\ -16 & \swarrow & \\ x & = & 22\frac{3}{4} \end{array} \quad \begin{array}{l} -16 \end{array}$$

- 13 Stelle einen Term auf und vereinfache.

Multipliziere die Differenz aus 72 und 21c mit 3x.

Subtrahiere die Summe aus 8r und 2s von 7t.

Dividiere die Summe aus 176e und 64c durch 8.

- 14 Bestimme die Lösungsmenge im angegebenen Zahlenbereich. Erwinnere dich:

\mathbb{N} = Menge der natürlichen Zahlen

\mathbb{Z} = Menge der ganzen Zahlen

\mathbb{Q} = Menge der rationalen Zahlen

- a) $17 - 6 = 2x + 8$; $D = \mathbb{Q}$
 b) $7s + 3 = 0$; $D = \mathbb{Q}$
 c) $6y = y - 50$; $D = \mathbb{Z}$
 d) $31 + 2x = 9$; $D = \mathbb{Z}$
 e) $25 + 4t = -12 + 4t$; $D = \mathbb{Q}$
 f) $5p + 6 = 6$; $D = \mathbb{N}$
 g) $36 + 8x = -17$; $D = \mathbb{Q}$
 h) $23y + 9 = y - 7 + 6y$; $D = \mathbb{Q}$

- 15 Bestimme die Lösungsmenge im Bereich der rationalen Zahlen.

- a) $19 - x = 5(x - 4) - x$
 b) $7y + (y + 6) \cdot 3 = 2\left(\frac{1}{2}y + 1\right)$
 c) $(2z - 3) = 7 - \left(\frac{1}{2}z - \frac{1}{2}\right)$
 d) $2q + 4 = 0,3q - 1\frac{2}{5}$

- 16 Vereinfache die Terme möglichst weitgehend.

- a) $21 \cdot (x - y) - 2 \cdot (x - y)$
 b) $6 \cdot (x - y) + 3 \cdot (y - x)$
 c) $21 \cdot (x - y) - (x + y)$
 d) $33x - 5x - (x - 2y)$
 e) $x - 5 \cdot (1 - 0,95x)$
 f) $(x + y) \cdot 2 + (4x - 16y) : 2$
 g) $3,9 : 3 + (-1,5x + 2,5y) : 5$
 h) $44x : (-4) + 3 \cdot (-x - 3)$

- 17

Ich kann Gedanken lesen:
 Denke dir eine Zahl. Multipliziere diese Zahl mit 6 und ziehe das Ergebnis vom Achtfachen der gedachten Zahl ab. Sage mir dein Ergebnis, dann sage ich dir, welche Zahl du dir gedacht hast. Versuche mithilfe einer Gleichung dem Trick auf die Spur zu kommen. Erfinde selbst ähnliche Rätsel.



6 Am Ziel

Aufgaben zur Einzelarbeit



Das kann ich!



Das kann ich fast!



Das kann ich noch nicht!

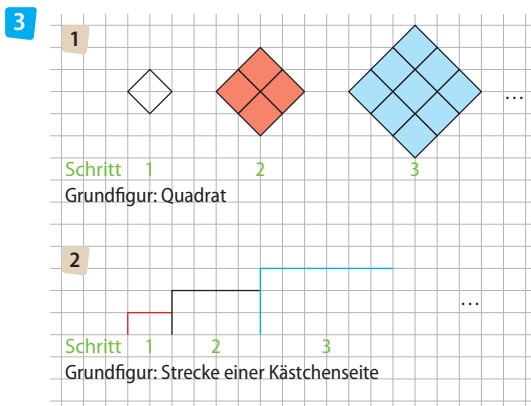
- 1 Berechne die folgenden Terme für ...

1 $x = 11$ 2 $x = -4,5$.

a) $31 \cdot x$ b) $5 + x \cdot 7$ c) $19,8 : x$

- 2 Stelle einen Term auf, mit dem man den Umfang bestimmen kann, und vereinfache so weit wie möglich.

- a) Bei einem Parallelogramm ist eine Seite dreimal so lang wie die andere.
b) Bei einem Drachenviereck ist die längere Seite 6,5 cm länger als die andere Seite.
c) Bei einem gleichschenkligen Dreieck ist die Basis ein Fünftel mal so groß wie beide Schenkel zusammen.



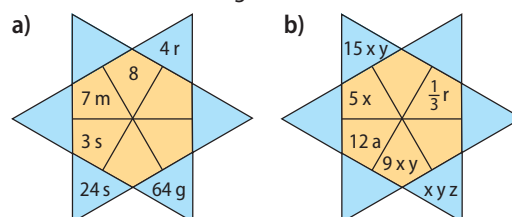
- a) Übertrage die dargestellte Folge in dein Heft und setze sie um drei weitere Schritte fort.
b) Gib einen Term an, mit dem man die Anzahl der Grundfiguren für einen beliebigen Schritt beschreiben kann.

- 4 Ordne und vereinfache so weit wie möglich.

a) $5x + r - j + 3e - 8x + 7r - 12j$
b) $\frac{2}{3}tq + 7t + 3q - 2\frac{1}{3}t + t - 2q$
c) $-3x + 2x - 7y + 5y + y + x - 2y$

- 1 **Teste dich!** Bearbeite dazu die folgenden Aufgaben und bewerte die Lösungen mit einem Smiley.
2 Hinweise zum Nacharbeiten findest du auf der folgenden Seite, die Lösungen findest du im Anhang.

- 5 Fülle die Lücken aus. Eine Sternzacke ist das Produkt der beiden angrenzenden Bereiche.



- 6 Vereinfache so weit wie möglich.

a) $5m \cdot 213t : 15$ b) $x \cdot 4y \cdot 3a : 6$
c) $30r : 12 \cdot 4s$ d) $21 \cdot 4x : 28$
e) $z \cdot 2y \cdot 3x : 18$ f) $8c : \frac{1}{2} \cdot 9ab$

- 7 Löse die Klammern auf und vereinfache.

a) $0,4 \cdot (5 - 25r)$ b) $(56 + 3,5s) : 7$
c) $6x + (2y + (-7x))$ d) $\frac{1}{4} \cdot (26 + 92p)$
e) $q \cdot (34r + 108s)$ f) $(a - b) - 15$

- 8 Gib an, für welche Zahlenbereiche \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} die Gleichung lösbar ist und für welche nicht.

a) $3a + 7 = -14$ b) $x - 8 = 4 - x$
c) $8y - 3 = 8 - 2y$ d) $-b + 15 = 12 - b + 3$
e) $5e - 7 = -17 + 5e$ f) $2f + 4 = 6f + 9$

- 9 Bestimme die Lösungsmenge im Bereich der ganzen Zahlen.

a) $6x + 5 = x - 7 + 3x$ b) $y + 5 = -3,8$
c) $\frac{1}{2}z + 19,5 = -3$ d) $-4a + 18 = 4a - 7$
e) $1 + 2a + 5 = 2a + 6$ f) $3c + 37,5 = -3c + 37,5$

- 10 Löse im Bereich der rationalen Zahlen.

a) $-1 + \frac{1}{4}x = -x$ b) $+\frac{1}{2}x - 5 = -\frac{1}{2}x + 5$
c) $\frac{y}{2} = y + 15$ d) $0,4y - 7 = -\frac{1}{5}y - 3$
e) $\frac{2}{3} \cdot (6x - 4,5) = 10$ f) $2 \cdot (r - 6) = 5 - (r + 1)$
g) $2 \cdot \left(3s + \frac{1}{4}\right) = s + 8 \cdot (s - 3)$

Terme und Gleichungen

11 Ergänze so, dass die Rechnung stimmt.

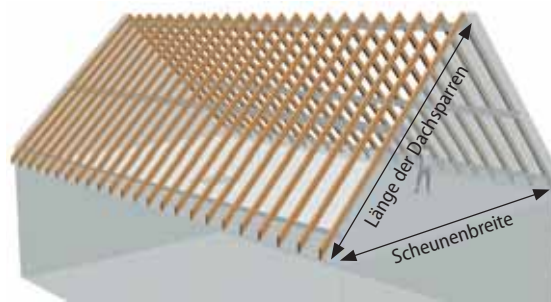
a) $2x + \blacksquare = 2\frac{1}{2}x$ b) $\blacksquare + 1 - \frac{1}{3}s = 1 + 3s$

c) $2 \cdot \left(\blacksquare + \frac{2}{7}v \right) = \frac{2}{9}u + \blacksquare v$

d) $(28 + 5t) : \blacksquare = \blacksquare - 1,25t$

12 Für einen Dachgiebel in Form eines gleichschenkligen Dreiecks benötigt Bauer Reusch Dachsparren. Er denkt über verschiedene Scheunenbreiten nach. In der Konstruktion sollen aber die Dachsparren jeweils dreimal so lang sein wie ein Viertel der Scheunenbreite. Bauer Reusch möchte die Scheune entweder 14 m, 15 m oder 16 m breit bauen. Bestimme jeweils die Länge der Dachsparren.

13 Ein Quader ist doppelt so lang wie breit und dreimal so hoch wie lang. Wie lang sind die einzelnen Seiten, wenn alle Kanten des Quaders zusammen 72 cm lang sind? Stelle eine Gleichung auf und löse.



Aufgaben für Lernpartner

1 Bearbeite diese Aufgaben zuerst alleine.

2 Suche dir einen Partner und erkläre ihm deine Lösungen. Höre aufmerksam und gewissenhaft zu, wenn dein Partner dir seine Lösungen erklärt.

3 Korrigiere gegebenenfalls deine Antworten und benutze dazu eine andere Farbe.

Sind folgende Behauptungen **richtig** oder **falsch**? Begründe.

A Eine Variable in einem Term kann man durch eine beliebige Zahl ersetzen.

B $3 \cdot x$ multipliziert mit x ergibt $4 \cdot x$.

C Das Kommutativgesetz besagt, dass man innerhalb eines Terms in beliebiger Reihenfolge rechnen darf.

D Die Multiplikation beider Seiten einer Gleichung mit null ist eine Äquivalenzumformung.

E Es gibt Gleichungen, die für bestimmte Zahlenbereiche lösbar sind, für andere jedoch nicht.

F Bei Gleichungen mit Klammern löst man zunächst die Klammern auf jeder Seite auf.

G Der einzige Weg zum Lösen einer Sachaufgabe ist das Aufstellen eines Terms oder einer Gleichung.

H Ausklammern bringt eigentlich nichts, weil man den Wert des Terms nicht ändert.

I Durch das Vereinfachen von Termen entstehen stets zueinander äquivalente Terme.

J Jede Gleichung hat eine eindeutige Lösung.

Ich kann ...	Aufgabe	Hilfe	Bewertung
Terme mit Variablen aufstellen und berechnen.	1, 2, 3, A	S. 188	😊 😐 😞
Terme vereinfachen.	4, C, I	S. 192	😊 😐 😞
Terme mit Zahlen und Variablen multiplizieren und dividieren.	5, 6, B, H	S. 194	😊 😐 😞
Terme mit Klammern auflösen.	7	S. 196, 198	😊 😐 😞
die Lösungsmenge von Gleichungen finden.	8, 9, 10, 11, D, E, F, H, J	S. 200, 202	😊 😐 😞
einfache Gleichungen aufstellen und lösen.	12, 13, G	S. 206	😊 😐 😞

6

Auf einen Blick

Seite 192

Terme vereinfachen

Beim Vereinfachen von Termen gelten die **bekannten Rechenregeln**:

- 1 Eine Summe aus lauter gleichen Summanden lässt sich als **Produkt** schreiben.
- 2 Mithilfe des Kommutativgesetzes lassen sich **Summanden ordnen**.
- 3 Aufgrund des Distributivgesetzes lassen sich **gleichartige Variablen zusammenfassen**.

Beispiel zu 1:

$$a + a + a + a + a = 5 \cdot a$$

Beispiel zu 2:

$$a + b + a + a + b = a + a + a + b + b = 3 \cdot a + 2 \cdot b$$

Beispiel zu 3:

$$6 \cdot a - 4 \cdot a = (6 - 4) \cdot a = 2 \cdot a$$

$$-5 \cdot b - 8 \cdot b = (-5 - 8) \cdot b = -13 \cdot b$$

Seite 194

Terme multiplizieren und dividieren

Ein Produkt aus Zahlen und Variablen wird vereinfacht, indem man das Produkt ordnet und dann **Zahlen mit Zahlen** und **Variablen mit Variablen** multipliziert.

Dividiert man einen Term **durch eine Zahl**, kann man mit dem Kehrwert multiplizieren.

Beispiele:

$$1 \quad 16a \cdot 4 = 16 \cdot 4 \cdot a = 64a$$

$$2 \quad 6x \cdot 11x = 6 \cdot 11 \cdot x \cdot x = 66x^2$$

$$3 \quad 9x : 15 = 9 \cdot x \cdot \frac{1}{15} = 9 \cdot \frac{1}{15} x = \frac{9}{15} x = \frac{3}{5} x$$

$$4 \quad 28f : 7 = 28 \cdot f \cdot \frac{1}{7} = 28 \cdot \frac{1}{7} \cdot f = 4f$$

Seite 196, 198

Terme mit Klammern auflösen

- 1 Bei der **Addition** einer Summe (Differenz) **ändern** sich die **Vorzeichen nicht** beim Entfernen der Klammer, während sie sich bei der **Subtraktion umkehren**.
- 2 Bei **Multiplikation** mit einer Zahl (**Division** durch eine Zahl) gilt das **Distributivgesetz**.

Beispiele:

$$1 \quad 4 + (y - 2) = 4 + y - 2 = 2 + y$$

$$4 - (y + 2) = 4 - y - 2 = 2 - y$$

$$2 \quad 3 \cdot (x - 1) = 3 \cdot x - 3 \cdot 1 = 3x - 3$$

oder

·	x	-1
3	3x	-3

$$3 \cdot (x - 1) = 3x - 3$$

Seite 200, 202

Gleichungen umformen und lösen

Gleichungen kann man auch durch **Äquivalenzumformungen** lösen: Oft ist es möglich, eine Gleichung so zu vereinfachen, dass die Variable auf einer Seite der Gleichung alleine steht. Dabei darf sich die **Lösungsmenge** der Gleichung **nicht ändern**. Es gilt:

- Man **addiert** (**subtrahiert**) auf **beiden Seiten** der Gleichung die gleiche Zahl oder den gleichen Term.
- Man **multipliziert** (**dividiert**) auf **beiden Seiten** die gleiche Zahl (die nicht null sein darf).

Alle **Zahlen**, die eine Gleichung lösen, fasst man in der **Lösungsmenge** L zusammen.

Löse im Bereich der **ganzen Zahlen**.

Beispiele: a) $4x + 7 = 31$ $\xrightarrow{-7}$ $4x = 24$ $\xrightarrow{:4}$ $x = 6$

$6 \in \mathbb{Z}$ $L = \{6\}$

b) $5x + 10 = 2x - 2$ $\xrightarrow{-10}$ $5x = 2x - 12$ $\xrightarrow{-2x}$ $3x = -12$ $\xrightarrow{:3}$ $x = -4$

$-4 \in \mathbb{Z}$ $L = \{-4\}$