

## Berechnung von Nullstellen von ganzrationalen Funktionen

Alle Zahlen sind soweit möglich als Brüche (nicht als Dezimalzahlen) anzugeben!

### Zum gründlichen Einüben

1 Berechnen Sie die Nullstelle.

a)  $f(x) = 2x - 4$

b)  $f(x) = \frac{1}{3}x + 7$

c)  $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$

d)  $f(x) = -3x - \frac{27}{2}$

2 Berechnen Sie die Nullstellen.

a)  $f(x) = x^3 - 27$

b)  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 64$

c)  $f(x) = x^5 + 32$

d)  $f(x) = x^6 + 1$

3 Berechnen Sie die Nullstellen mithilfe der pq-Formel.

a)  $f(x) = x^2 + 5x + 6$

b)  $f(x) = 3x^2 + x - 10$

c)  $f(x) = -\frac{1}{6}x^2 + 2x - 6$

d)  $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + 3x$

4 Berechnen Sie die Nullstellen mithilfe der Substitution.

a)  $f(x) = x^4 + 13x^2 + 36$

b)  $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 5x^2 + \frac{9}{2}$

c)  $f(x) = \frac{1}{7}x^4 - \frac{2}{7}x^2 - 9$

d)  $f(x) = \frac{1}{9}x^4 + 2x^2 - 9$

5 Berechnen Sie die Nullstellen.

a)  $f(x) = \frac{1}{7}(x+2)^3(x-1)$

b)  $f(x) = \frac{1}{8}(x-2)^2(x^2+3x-28)$

c)  $f(x) = (x^5+3)(x-6)$

d)  $f(x) = (x+17)^2(x-18)^2(x^2+5x-14)$

6 Berechnen Sie die Nullstellen durch Ausklammern.

a)  $f(x) = x^3 - \frac{8}{3}x^2 - \frac{16}{3}x$

b)  $f(x) = x^3 - x^2$

c)  $f(x) = x^5 - 3x^4 + 2x^3$

d)  $f(x) = \frac{1}{3}x^5 - 2x^3 + \frac{8}{3}x$

e)  $f(x) = \frac{1}{10}x^5 - x^4 - \frac{12}{5}x^3$

f)  $f(x) = -x^4 + \frac{3}{2}x^3 + x^2$

7 Berechnen Sie die Nullstellen mithilfe der Polynomdivision.

a)  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$

b)  $f(x) = x^3 - 7x - 6$

c)  $f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 27$

d)  $f(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 - 7x - 6$

e)  $f(x) = x^4 + 2x^3 - 2x - 4$

f)  $f(x) = x^5 + 3x^4 - 8x^3 - 24x^2 + 12x + 36$

g)  $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - \frac{3}{2}x^3 - x^2 + 3x + 2$

h)  $f(x) = \frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{1}{2}$

**8** Entscheiden Sie zunächst, welches Verfahren am günstigsten ist. Berechnen Sie dann alle Nullstellen.

a)  $f(x) = \frac{1}{3}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - x^2$

b)  $f(x) = 2x^6 + x^5 - 10x^4$

c)  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 10x + 24$

d)  $f(x) = x^4 - 29x^2 + 100$

e)  $f(x) = \frac{1}{5}x^5 + 5x^3$

f)  $f(x) = 0,2x^3 - 3x^2 + 14,2x - 21$

g)  $f(x) = x^6 - 5x^4 - 14x^2$

h)  $f(x) = x^6 - 3x^5 + 4x^3$

i)  $f(x) = 21x^4 + 67x^3 + 11x^2 - 3x$

j)  $f(x) = \frac{1}{8}x^5 - 2x$

k)  $f(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2$

l)  $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 - x - 2$

m)  $f(x) = x^5 - 18x^3 + 80x$

n)  $f(x) = \frac{1}{3}x^5 + 9x^2$

o)  $f(x) = \frac{1}{4}x^3 + 2x^2 + \frac{7}{2}x + 1$

p)  $f(x) = 25x^4 - 126x^2 + 5$

q)  $f(x) = x^6 - 7x^5 + 7x^4 + 35x^3 - 56x^2 - 28x + 48$

r)  $f(x) = x^6 - 4x^5 - 6x^4 + 32x^3 + x^2 - 60x + 36$

## Wiederholung

Berechnen Sie die Nullstellen.

a)  $f(x) = 4x + 2$

b)  $f(x) = 2x^2 - \frac{9}{2}$

c)  $f(x) = x^2 + x - 30$

d)  $f(x) = 0,5x^4 - 3x^2 + 4$

e)  $f(x) = -x^3 + 5x^2$

f)  $f(x) = x^3 - 7x^2 + 6x$

g)  $f(x) = -x^3 + 10x^2 - 29x + 20$

h)  $f(x) = x^3 - x^2 - 4$

i)  $f(x) = x^5 - 4x^3 - 5x$

## Lösungen

1 a) 2 b) -21 c) 6 d) -9/2

2 a) 3 b) -4; 4 c) -2 d) -

3 a) -3; -2 b) -2; 5 3 c) 6; 6 d) -9; 0

4 a) -3; 3; -2; 2 b) -3; 3; -1; 1 c) -3; 3 d) -3; -3; 3; 3

5 a) -2; -2; -2; 1 b) 2; 2; 4; -7 c) 6; -p 5 3 d) -17; -17; 18; 18; 2; -7

6 a) 0; 4; -4/3 b) 0; 0; 1 c) 0; 0; 0; 2; 1 d) 0; -2; 2;  $-\sqrt{2}$ ;  $\sqrt{2}$  e) 0; 0; 0; 12; -2 f) 0; 0; 2; -1/2

7 a) -2; 4; 1 b) 3; -1; -2 c) -3; -3; 3/2 d) -1; 3 e) -2;  $\sqrt[3]{2}$  f) -3;  $-\sqrt{2}$ ;  $\sqrt{2}$ ;  $-\sqrt{6}$ ;  $\sqrt{6}$  g) 2; -1;  $1 - \sqrt{3} \approx -0,73$ ;  $1 + \sqrt{3} \approx 2,73$

h) 2;  $-2 + \sqrt{5} \approx 0,24$ ;  $-2 - \sqrt{5} \approx -4,24$

8 a) 0; 0; 1; -3 b) 0; 0; 0; 0; 2; -5 2 c) -3; 4; 2 d) -5; 5; -2; 2 e) 0; 0; 0 f) 3; 7; 5 g) 0; 0; ;  $-\sqrt{7}$ ;  $\sqrt{7}$  h) 0; 0; 0; -1; 2; 2

i) 0; -3; 1 7; -1 3 j) 0; 2; -2 k) 0; 0 l) -1; 1 m) 0;  $-\sqrt{10}$ ;  $\sqrt{10}$ ;  $-\sqrt{8}$ ;  $\sqrt{8}$  n) 0; 0; -3 o) -2; -3 -  $\sqrt{7} \approx -5,65$ ;  $-3 + \sqrt{7} \approx -0,35$

p)  $-\sqrt{5}$ ;  $\sqrt{5}$ ; 1/5; -1/5 q) -2; -1; 1; 2; 3; 4 r) -2; -2; 1; 1; 3; 3

9 a) -1/2 b) 3/2; -3/2 c) 5; -6 d) -2; 2;  $-\sqrt{2}$ ;  $\sqrt{2}$  e) 0; 0; 5 f) 0; 1; 6 g) 1; 5; 4 h) 2 i) 0;  $-\sqrt{5}$ ;  $\sqrt{5}$