

Bruchrechnung (Einführung)

Ein Bruch besteht jeweils aus einem Zähler, einem Bruchstrich und einem Nenner.

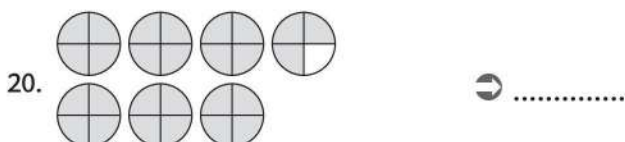
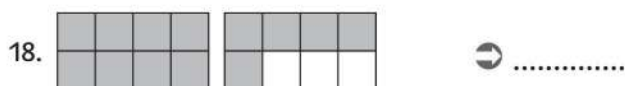
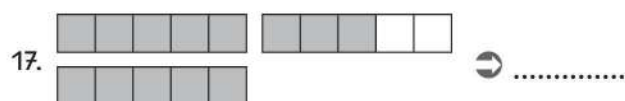
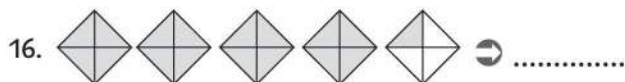
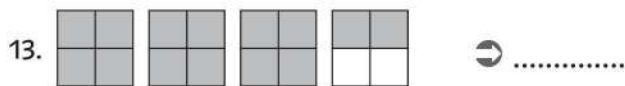
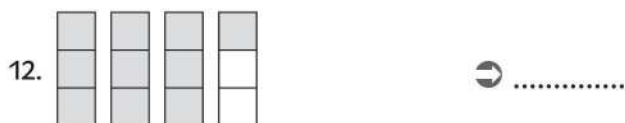
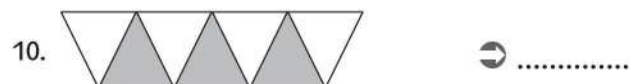
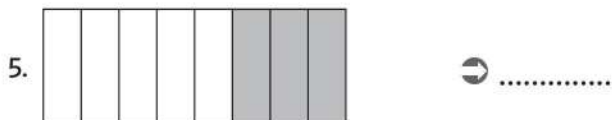
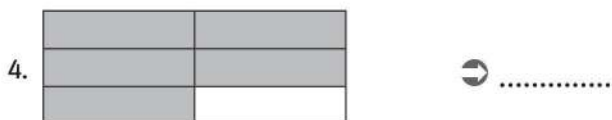
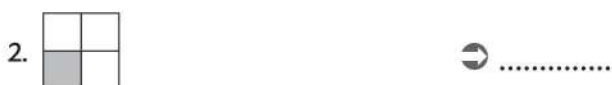
Der Nenner gibt an, in wie viele Teile ein Ganzes geteilt ist.

Der Zähler sagt, wie viele Teile (tatsächlich) vorhanden sind. Der Bruchstrich bedeutet geteilt (:).

Beispiele:

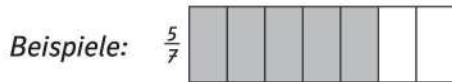


Wie heißen die folgenden 20 zeichnerisch dargestellten Brüche?

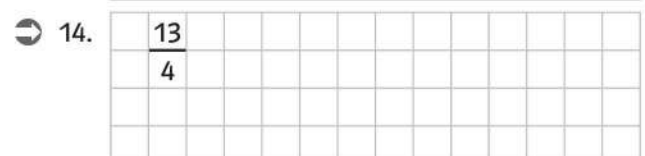
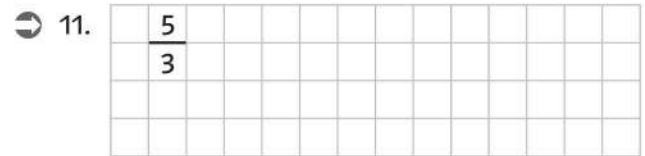
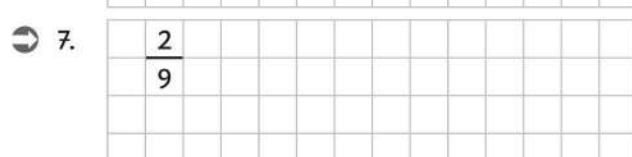
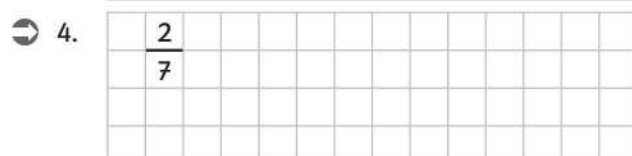
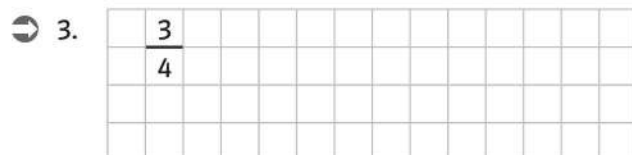
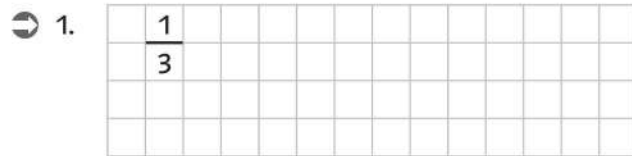


Brüche zeichnen

Brüche lassen sich zeichnerisch darstellen.



Zeichne die folgenden Brüche! Arbeite genau mit einem Bleistift und einem Lineal!



Bruchteile natürlicher Zahlen berechnen

Zuerst wird die jeweilige natürliche Zahl durch den Nenner des Bruches geteilt.
Anschließend wird das Ergebnis mit dem Zähler des Bruches malgenommen.

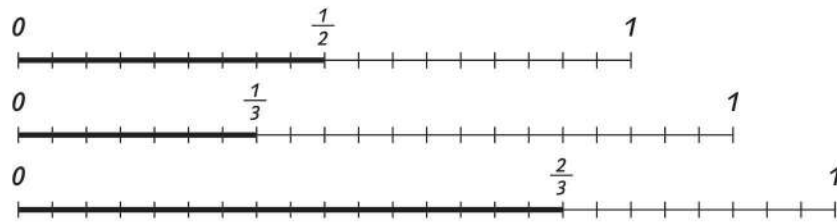
Beispiele: $\frac{1}{3}$ von 9 $\longrightarrow 9 : 3 = 3 \longrightarrow 3 \cdot 1 = 3$
 $\frac{3}{5}$ von 40 $\longrightarrow 40 : 5 = 8 \longrightarrow 8 \cdot 3 = 24$
 $\frac{7}{9}$ von 81 $\longrightarrow 81 : 9 = 9 \longrightarrow 9 \cdot 7 = 63$

Rechne aus!

1. $\frac{1}{2}$ von 4 = ➞
2. $\frac{2}{3}$ von 12 = ➞
3. $\frac{3}{4}$ von 16 = ➞
4. $\frac{4}{5}$ von 20 = ➞
5. $\frac{5}{6}$ von 30 = ➞
6. $\frac{6}{7}$ von 49 = ➞
7. $\frac{5}{8}$ von 56 = ➞
8. $\frac{5}{9}$ von 72 = ➞
9. $\frac{7}{9}$ von 81 = ➞
10. $\frac{9}{10}$ von 80 = ➞
11. $\frac{1}{11}$ von 88 = ➞
12. $\frac{1}{12}$ von 108 = ➞
13. $\frac{2}{13}$ von 117 = ➞
14. $\frac{3}{14}$ von 140 = ➞
15. $\frac{4}{15}$ von 165 = ➞
16. $\frac{5}{16}$ von 192 = ➞
17. $\frac{6}{17}$ von 221 = ➞
18. $\frac{7}{18}$ von 270 = ➞
19. $\frac{8}{19}$ von 285 = ➞
20. $\frac{9}{20}$ von 320 = ➞

Darstellung von Brüchen auf Zahlenstrahlen

Beispiele:



Trage die anschließend genannten Brüche auf dem jeweiligen Zahlenstrahl farbig ein!

- ➡ 1. $\frac{1}{2}$ 0
- ➡ 2. $\frac{1}{2}$ 0
- ➡ 3. $\frac{1}{3}$ 0
- ➡ 4. $\frac{1}{3}$ 0
- ➡ 5. $\frac{1}{4}$ 0
- ➡ 6. $\frac{1}{4}$ 0
- ➡ 7. $\frac{1}{5}$ 0
- ➡ 8. $\frac{1}{7}$ 0
- ➡ 9. $\frac{1}{8}$ 0
- ➡ 10. $\frac{1}{10}$ 0
- ➡ 11. $\frac{2}{3}$ 0
- ➡ 12. $\frac{3}{4}$ 0
- ➡ 13. $\frac{2}{5}$ 0
- ➡ 14. $\frac{5}{6}$ 0
- ➡ 15. $\frac{3}{8}$ 0
- ➡ 16. $\frac{3}{2}$ 0
- ➡ 17. $\frac{5}{3}$ 0
- ➡ 18. $\frac{5}{4}$ 0
- ➡ 19. $\frac{7}{5}$ 0
- ➡ 20. $\frac{11}{6}$ 0

Brüche (Arten)

Verschiedene Arten der Brüche werden unterschieden:

Echte Brüche: Der Zähler ist stets kleiner als der Nenner. *Beispiel:* $\frac{1}{4}$

Unechte Brüche: Der Zähler ist immer größer als der Nenner. *Beispiel:* $\frac{7}{5}$

Gemischte Zahlen: Sie bestehen jeweils aus einer natürlichen Zahl und einem Bruch. *Beispiel:* $3\frac{1}{2}$

Scheinbrüche: Sie haben den Wert natürlicher Zahlen. *Beispiel:* $\frac{16}{4} (= 4)$

Zehnerbrüche: Diese haben den Nenner 10 oder 100, 1000 usw. *Beispiel:* $\frac{8}{100}$

Ordne die nachfolgenden Brüche in der unteren Übersicht richtig zu!

Welcher Bruch gehört wozu?

$\frac{17}{2}$

$\frac{36}{4}$

$\frac{5}{8}$

$4\frac{2}{3}$

$7\frac{1}{4}$

$\frac{2}{9}$

$\frac{25}{100}$

$\frac{12}{3}$

$\frac{3}{10}$

$\frac{3}{4}$

$\frac{37}{10000}$

$\frac{23}{6}$

$\frac{7}{4}$

$9\frac{2}{5}$

$\frac{25}{5}$

$\frac{1}{6}$

$6\frac{5}{6}$

$\frac{12}{5}$

$\frac{113}{1000}$

$\frac{28}{7}$



Echte Brüche	Unechte Brüche	Gemischte Zahlen	Scheinbrüche	Zehnerbrüche

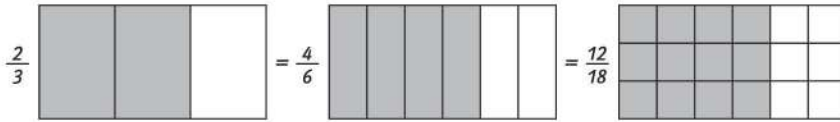
Brüche erweitern

Regel: Der Zähler und der Nenner werden mit derselben natürlichen Zahl malgenommen.

Beispiele: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ $\frac{4}{6} = \frac{12}{18}$ $\frac{12}{18} = \frac{48}{72}$

Beim Erweitern ändert sich der Wert der Brüche nicht.

Zeichnerischer Beweis:



Erweitere die folgenden Brüche jeweils dreimal!

1. $\frac{1}{2} = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots$
2. $\frac{1}{3} = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots$
3. $\frac{2}{3} = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots$
4. $\frac{3}{4} = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots$
5. $\frac{2}{5} = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots$
6. $\frac{3}{5} = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots$
7. $\frac{4}{5} = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots$
8. $\frac{3}{6} = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots$
9. $\frac{5}{6} = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots$
10. $\frac{3}{7} = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots$
11. $\frac{5}{7} = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots$
12. $\frac{6}{7} = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots$
13. $\frac{3}{8} = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots$
14. $\frac{5}{8} = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots$
15. $\frac{6}{8} = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots$
16. $\frac{7}{8} = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots$
17. $\frac{2}{9} = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots$
18. $\frac{4}{9} = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots$
19. $\frac{5}{9} = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots$
20. $\frac{8}{9} = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots = \Rightarrow \dots$

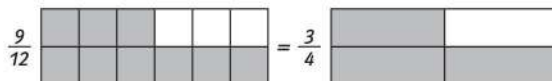
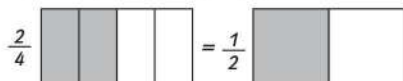
Brüche kürzen

Regel: Der Zähler und der Nenner werden durch dieselbe natürliche Zahl geteilt.

Beispiele: $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

Beim Kürzen ändert sich der Wert der Brüche nicht.

Zeichnerische Beweise:



Kürze so weit wie möglich!

1. $\frac{3}{6} =$ ➞
2. $\frac{4}{6} =$ ➞
3. $\frac{4}{8} =$ ➞
4. $\frac{3}{9} =$ ➞
5. $\frac{5}{10} =$ ➞
6. $\frac{2}{12} =$ ➞
7. $\frac{8}{12} =$ ➞
8. $\frac{6}{12} =$ ➞
9. $\frac{10}{12} =$ ➞
10. $\frac{6}{15} =$ ➞
11. $\frac{10}{15} =$ ➞
12. $\frac{12}{16} =$ ➞
13. $\frac{6}{18} =$ ➞
14. $\frac{9}{21} =$ ➞
15. $\frac{15}{24} =$ ➞
16. $\frac{4}{32} =$ ➞
17. $\frac{27}{45} =$ ➞
18. $\frac{42}{49} =$ ➞
19. $\frac{36}{54} =$ ➞
20. $\frac{27}{72} =$ ➞

Brüche zusammenzählen (= addieren)

Regel für gleichnamige Brüche: Die Zähler der Brüche werden zusammengezählt, der gemeinsame Nenner wird beibehalten.

Beispiele: $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$ $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$ $\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{7}{9}$

Regel für ungleichnamige Brüche: Nach dem Finden eines gemeinsamen Hauptnenners werden die Brüche durch Erweitern gleichnamig gemacht. Dann werden die Zähler der Brüche zusammengezählt, der gemeinsame Hauptnenner wird beibehalten.

Beispiele: $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{2}{10} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$ $\frac{2}{9} + \frac{3}{4} = \frac{8}{36} + \frac{27}{36} = \frac{35}{36}$

Addiere folgende ungleichnamige Brüche!

1. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$ ➞
2. $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} =$ ➞
3. $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} =$ ➞
4. $\frac{1}{5} + \frac{2}{15} =$ ➞
5. $\frac{1}{6} + \frac{5}{18} =$ ➞
6. $\frac{3}{21} + \frac{5}{7} =$ ➞
7. $\frac{11}{24} + \frac{3}{8} =$ ➞
8. $\frac{9}{32} + \frac{5}{8} =$ ➞
9. $\frac{13}{35} + \frac{2}{7} =$ ➞
10. $\frac{17}{40} + \frac{2}{5} =$ ➞
11. $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$ ➞
12. $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} =$ ➞
13. $\frac{3}{4} + \frac{1}{6} =$ ➞
14. $\frac{2}{3} + \frac{1}{7} =$ ➞
15. $\frac{1}{6} + \frac{3}{5} =$ ➞
16. $\frac{2}{5} + \frac{3}{8} =$ ➞
17. $\frac{1}{6} + \frac{5}{7} =$ ➞
18. $\frac{5}{9} + \frac{2}{5} =$ ➞
19. $\frac{3}{8} + \frac{4}{7} =$ ➞
20. $\frac{2}{9} + \frac{5}{8} =$ ➞

Brüche abziehen (= subtrahieren)

Regel für gleichnamige Brüche: Der eine Zähler wird von dem anderen Zähler abgezogen, der gemeinsame Nenner wird beibehalten.

Beispiele: $\frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$ $\frac{6}{7} - \frac{4}{7} = \frac{2}{7}$ $\frac{7}{9} - \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$

Regel für ungleichnamige Brüche: Nach dem Finden eines gemeinsamen Hauptnenners werden die Brüche durch Erweitern gleichnamig gemacht. Dann wird der eine Zähler von dem anderen Zähler abgezogen, der gemeinsame Hauptnenner wird beibehalten.

Beispiele: $\frac{5}{8} - \frac{1}{2} = \frac{5}{8} - \frac{4}{8} = \frac{1}{8}$ $\frac{7}{9} - \frac{2}{5} = \frac{35}{45} - \frac{18}{45} = \frac{17}{45}$

Subtrahiere folgende ungleichnamige Brüche!

1. $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} =$ ➞
2. $\frac{5}{6} - \frac{1}{3} =$ ➞
3. $\frac{7}{8} - \frac{3}{4} =$ ➞
4. $\frac{8}{9} - \frac{2}{3} =$ ➞
5. $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} =$ ➞
6. $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} =$ ➞
7. $\frac{7}{9} - \frac{1}{2} =$ ➞
8. $\frac{4}{5} - \frac{1}{4} =$ ➞
9. $\frac{5}{7} - \frac{2}{3} =$ ➞
10. $\frac{6}{7} - \frac{3}{4} =$ ➞
11. $\frac{4}{7} - \frac{2}{5} =$ ➞
12. $\frac{7}{9} - \frac{3}{4} =$ ➞
13. $\frac{4}{5} - \frac{5}{9} =$ ➞
14. $\frac{5}{6} - \frac{2}{9} =$ ➞
15. $\frac{7}{8} - \frac{3}{7} =$ ➞
16. $\frac{6}{5} - \frac{5}{6} =$ ➞
17. $\frac{7}{6} - \frac{6}{7} =$ ➞
18. $\frac{8}{5} - \frac{5}{8} =$ ➞
19. $\frac{9}{8} - \frac{8}{9} =$ ➞
20. $\frac{9}{7} - \frac{7}{9} =$ ➞

Brüche malnehmen (= multiplizieren)

Regel: Die Zähler werden miteinander malgenommen, die Nenner ebenfalls („Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner“).

Beispiele: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ $\frac{3}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$ $\frac{5}{7} \cdot \frac{3}{8} = \frac{15}{56}$

Manchmal ist es möglich zu kürzen:

Beispiele: $\frac{1}{\cancel{12}} \cdot \frac{\cancel{2}^1}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 3} = \frac{1}{3}$ $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9} = \frac{\cancel{2}^1}{2\cancel{4}} \cdot \frac{\cancel{2}^1}{\cancel{9}_3} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6}$

Rechne aus! Kürze die Brüche, wenn es möglich ist!

1. $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} =$ ➞
2. $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{7} =$ ➞
3. $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{9} =$ ➞
4. $\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{8} =$ ➞
5. $\frac{5}{7} \cdot \frac{4}{9} =$ ➞
6. $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{9} =$ ➞
7. $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} =$ ➞
8. $\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6} =$ ➞
9. $\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{9} =$ ➞
10. $\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7} =$ ➞
11. $\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} =$ ➞
12. $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} =$ ➞
13. $\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{9} =$ ➞
14. $\frac{9}{10} \cdot \frac{5}{6} =$ ➞
15. $\frac{3}{7} \cdot \frac{14}{15} =$ ➞
16. $\frac{5}{8} \cdot \frac{24}{25} =$ ➞
17. $\frac{3}{10} \cdot \frac{16}{27} =$ ➞
18. $\frac{7}{8} \cdot \frac{12}{35} =$ ➞
19. $\frac{9}{10} \cdot \frac{26}{45} =$ ➞
20. $\frac{3}{8} \cdot \frac{40}{51} =$ ➞