

TOP SECRET! Сдать задачи после разбора!

1. На собрании судей ФМТ в ряд стоят 9 стульев, на них сидят 9 человек, из них — четыре Михаила. Сколько существует способов рассадить Михайлов на стулья, чтобы максимальное количество судей могли загадать желание? Рассадки считаются различными, если хотя бы один Михаил сидит на другом стуле. Все Мишки разные, а загадать желание может только тот, у кого оба соседа — Мишки.

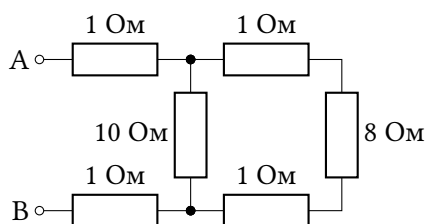
$$3 \cdot 4! = 3 \cdot 24 = 72$$

2. В трапеции $ABCD$ с основаниями $AD > BC$ высота $BH = h$ падает на сторону AD . Известны также длины диагоналей, $AC = d_1$, $BD = d_2$. Чему равна площадь трапеции?

Обозначим вторую высоту CE . По теореме Пифагора находим $AE^2 = d_1^2 - h^2$ и $DH^2 = d_2^2 - h^2$. Площадь равна

$$S = \frac{h}{2}AH + h \cdot HE + \frac{h}{2}ED = \frac{h}{2}(AE + DH) = \frac{h}{2} \left(\sqrt{d_1^2 - h^2} + \sqrt{d_2^2 - h^2} \right)$$

3. Найди сопротивление цепи:



Заменяем параллельные резисторы на один: $1/10 + 1/(1 + 8 + 1) = 1/5$. Далее складываем последовательные $1 + 5 + 1 = 7$, Ответ: 7.

4. Из окошка, находящегося на высоте h , падает чьё-то сферическое тело. Когда тело пролетает мимо окна, находящегося на высоте $h/2$, в тело попадает горизонтально летящая рыбная котлета и застревает в центре тела. Котлета имеет массу в 10 раз меньше массы тела, её скорость в момент попадания равна v . Ускорение свободного падения равно g .

С какой скоростью тело упадёт на землю?

Время вертикального падения с высоты h равно $\sqrt{2h/g}$, а вертикальная составляющая скорости равна $v_y = \sqrt{2gh}$. Горизонтальная компонента скорости: $v_x = v/(10 + 1)$. Итоговая скорость по теореме Пифагора, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v^2/11 + 2gh}$. Если выписан закон сохранения импульса, то ставим 1 балл и снимаем.

Задачи для топ-3 столов:

5. В треугольнике ABC известны углы $\angle BAC = 75^\circ$, $\angle BCA = 60^\circ$ и сторона $AC = \sqrt{2}$. Проведены высоты CE и AT . Чему равна длина отрезка ET ? Угол $ABC = 45^\circ$. Четырёхугольник $AETC$ вписан в окружность с диаметром AC , так как прямые углы опираются на диаметр.

Сумма противоположных углов на вписанном четырёхугольнике равна 180° . Отсюда $\angle BET = 60^\circ$, $\angle BTE = 75^\circ$. Замечаем, что $\angle BEC$ — прямой.

Треугольники BET и BCA подобны. $BE/BC = BT/BA = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} = ET/AC$. Отсюда $ET = 1$.

Обнаружено подобие, то +1 балл и задача снята.

6. Требушет массой 200 кг установлен у края плоской крыши высокой башни. Требушет выбрасывает стул массой 5 кг горизонтально. Стул приземляется на расстоянии 300 метров от основания башни. Требушет, колеса которого вращаются без трения, также движется и падает на землю.

На каком расстоянии от основания башни упадет требушет? Обозначим массы требушета и стула M и m , горизонтальные скорости — V и v , расстояния падения от башни — L и ℓ . Закон сохранения импульса: $MV = mv$. Скорость стула равна $v = \ell/t$ и скорость требушета равна $V = L/t$. Отсюда $L/\ell = M/m$ и $L = 300 \cdot 5/200 = 7.5$.

Один балл ставим за оба ингредиента: закон сохранения импульса и одинаковое время.

TOP SECRET! Судейский экземпляр обычных столов!

1. На собрании судей ФМТ в ряд стоят 9 стульев, на них сидят 9 человек, из них — четыре Михаила. Сколько существует способов рассадить Михайлов на стулья, чтобы максимальное количество судей могли загадать желание? Рассадки считаются различными, если хотя бы один Михаил сидит на другом стуле. Все Мишки разные, а загадать желание может только тот, у кого оба соседа — Мишки.

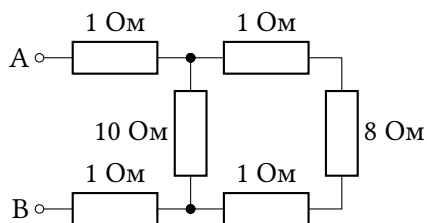
$$3 \cdot 4! = 3 \cdot 24 = 72$$

2. В трапеции $ABCD$ с основаниями $AD > BC$ высота $BH = h$ падает на сторону AD . Известны также длины диагоналей, $AC = d_1$, $BD = d_2$. Чему равна площадь трапеции?

Обозначим вторую высоту CE . По теореме Пифагора находим $AE^2 = d_1^2 - h^2$ и $DH^2 = d_2^2 - h^2$. Площадь равна

$$S = \frac{h}{2}AH + h \cdot HE + \frac{h}{2}ED = \frac{h}{2}(AE + DH) = \frac{h}{2} \left(\sqrt{d_1^2 - h^2} + \sqrt{d_2^2 - h^2} \right)$$

3. Найди сопротивление цепи:



Заменяем параллельные резисторы на один: $1/10 + 1/(1 + 8 + 1) = 1/5$. Далее складываем последовательные $1 + 5 + 1 = 7$, Ответ: 7.

4. Из окошка, находящегося на высоте h , падает чьё-то сферическое тело. Когда тело пролетает мимо окна, находящегося на высоте $h/2$, в тело попадает горизонтально летящая рыбная котлета и застревает в центре тела. Котлета имеет массу в 10 раз меньше массы тела, её скорость в момент попадания равна v . Ускорение свободного падения равно g .

С какой скоростью тело упадёт на землю?

Время вертикального падения с высоты h равно $\sqrt{2h/g}$, а вертикальная составляющая скорости равна $v_y = \sqrt{2gh}$. Горизонтальная компонента скорости: $v_x = v/(10 + 1)$. Итоговая скорость по теореме Пифагора, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v^2/11 + 2gh}$. Если выписан закон сохранения импульса, то ставим 1 балл и снимаем.

TOP SECRET! Судейский экземпляр top-3 столов!

1. На собрании судей ФМТ в ряд стоят 9 стульев, на них сидят 9 человек, из них — четыре Михаила. Сколько существует способов рассадить Михайлов на стулья, чтобы максимальное количество судей могли загадать желание? Рассадки считаются различными, если хотя бы один Михаил сидит на другом стуле. Все Мишки разные, а загадать желание может только тот, у кого оба соседа — Мишки.

$$3 \cdot 4! = 3 \cdot 24 = 72$$

2. В треугольнике ABC известны углы $\angle BAC = 75^\circ$, $\angle BCA = 60^\circ$ и сторона $AC = \sqrt{2}$. Проведены высоты CE и AT . Чему равна длина отрезка ET ?

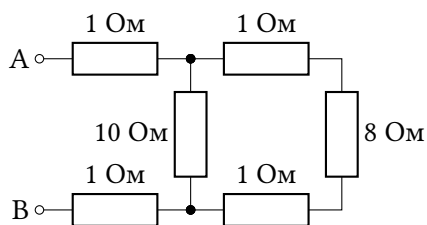
Угол $ABC = 45^\circ$. Четырехугольник $AETC$ вписан в окружность с диаметром AC , так как прямые углы опираются на диаметр.

Сумма противоположных углов на вписанном четырехугольнике равна 180° . Отсюда $\angle BET = 60^\circ$, $\angle BTE = 75^\circ$. Замечаем, что $\angle BEC$ — прямой.

Треугольники BET и BCA подобны. $BE/BC = BT/BA = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} = ET/AC$. Отсюда $ET = 1$.

Обнаружено подобие, то +1 балл и задача снята.

3. Найди сопротивление цепи:



Заменяем параллельные резисторы на один: $1/10 + 1/(1 + 8 + 1) = 1/5$. Далее складываем последовательные $1 + 5 + 1 = 7$, Ответ: 7.

4. Требушет массой 200 кг установлен у края плоской крыши высокой башни. Требушет выбрасывает стул массой 5 кг горизонтально. Стул приземляется на расстоянии 300 метров от основания башни. Требушет, колеса которого вращаются без трения, также движется и падает на землю.

На каком расстоянии от основания башни упадет требушет?

Обозначим массы требушета и стула M и m , горизонтальные скорости — V и v , расстояния падения от башни — L и ℓ . Закон сохранения импульса: $MV = mv$. Скорость стула равна $v = \ell/t$ и скорость требушета равна $V = L/t$. Отсюда $L/\ell = M/m$ и $L = 300 \cdot 5/200 = 7.5$.

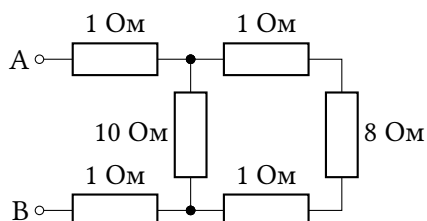
Один балл ставим за оба ингредиента: закон сохранения импульса и одинаковое время.



ФМТ, III тур

1. На собрании судей ФМТ в ряд стоят 9 стульев, на них сидят 9 человек, из них — четыре Михаила. Сколько существует способов рассадить Михайлов на стулья, чтобы максимальное количество судей могли загадать желание? Рассадки считаются различными, если хотя бы один Михаил сидит на другом стуле. Все Мишки разные, а загадать желание может только тот, у кого оба соседа — Мишки.
2. В трапеции $ABCD$ с основаниями $AD > BC$ высота $BH = h$ падает на сторону AD . Известны также длины диагоналей, $AC = d_1$, $BD = d_2$. Чему равна площадь трапеции?

3. Найди сопротивление цепи:



4. Из окошка, находящегося на высоте h , падает чьё-то сферическое тело. Когда тело пролетает мимо окна, находящегося на высоте $h/2$, в тело попадает горизонтально летящая рыбная котлета и застревает в центре тела. Котлета имеет массу в 10 раз меньше массы тела, её скорость в момент попадания равна v . Ускорение свободного падения равно g .

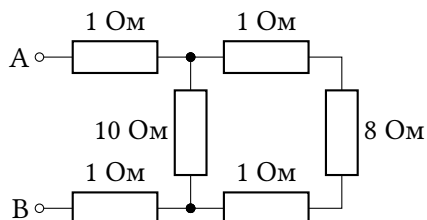
С какой скоростью тело упадёт на землю?



ФМТ, III тур

1. На собрании судей ФМТ в ряд стоят 9 стульев, на них сидят 9 человек, из них — четыре Михаила. Сколько существует способов рассадить Михайлов на стулья, чтобы максимальное количество судей могли загадать желание? Рассадки считаются различными, если хотя бы один Михаил сидит на другом стуле. Все Мишки разные, а загадать желание может только тот, у кого оба соседа — Мишки.
2. В трапеции $ABCD$ с основаниями $AD > BC$ высота $BH = h$ падает на сторону AD . Известны также длины диагоналей, $AC = d_1$, $BD = d_2$. Чему равна площадь трапеции?

3. Найди сопротивление цепи:



4. Из окошка, находящегося на высоте h , падает чьё-то сферическое тело. Когда тело пролетает мимо окна, находящегося на высоте $h/2$, в тело попадает горизонтально летящая рыбная котлета и застревает в центре тела. Котлета имеет массу в 10 раз меньше массы тела, её скорость в момент попадания равна v . Ускорение свободного падения равно g .

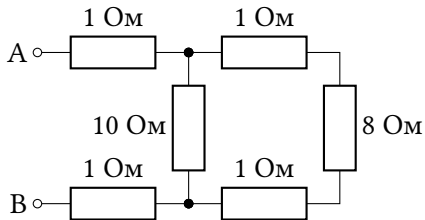
С какой скоростью тело упадёт на землю?



ФМТ, III тур

1. На собрании судей ФМТ в ряд стоят 9 стульев, на них сидят 9 человек, из них — четыре Михаила. Сколько существует способов рассадить Михайлов на стулья, чтобы максимальное количество судей могли загадать желание? Рассадки считаются различными, если хотя бы один Михаил сидит на другом стуле. Все Мишки разные, а загадать желание может только тот, у кого оба соседа — Мишки.
2. В треугольнике ABC известны углы $\angle BAC = 75^\circ$, $\angle BCA = 60^\circ$ и сторона $AC = \sqrt{2}$. Проведены высоты CE и AT . Чему равна длина отрезка ET ?

3. Найди сопротивление цепи:



4. Требушет массой 200 кг установлен у края плоской крыши высокой башни. Требушет выбрасывает стул массой 5 кг горизонтально. Стул приземляется на расстоянии 300 метров от основания башни. Требушет, колеса которого вращаются без трения, также движется и падает на землю.

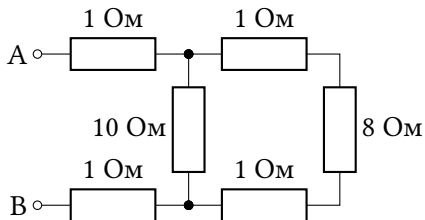
На каком расстоянии от основания башни упадет требушет?



ФМТ, III тур

1. На собрании судей ФМТ в ряд стоят 9 стульев, на них сидят 9 человек, из них — четыре Михаила. Сколько существует способов рассадить Михайлов на стулья, чтобы максимальное количество судей могли загадать желание? Рассадки считаются различными, если хотя бы один Михаил сидит на другом стуле. Все Мишки разные, а загадать желание может только тот, у кого оба соседа — Мишки.
2. В треугольнике ABC известны углы $\angle BAC = 75^\circ$, $\angle BCA = 60^\circ$ и сторона $AC = \sqrt{2}$. Проведены высоты CE и AT . Чему равна длина отрезка ET ?

3. Найди сопротивление цепи:



4. Требушет массой 200 кг установлен у края плоской крыши высокой башни. Требушет выбрасывает стул массой 5 кг горизонтально. Стул приземляется на расстоянии 300 метров от основания башни. Требушет, колеса которого вращаются без трения, также движется и падает на землю.

На каком расстоянии от основания башни упадет требушет?