

TOP SECRET! Сдать задачи после разбора!

1. Зондер Даня для ловли рыбов сплёл верёвочную сетку размером 5 на 7 клеточек.

Сколько максимум верёвочек можно перерезать, чтобы сетка не распалась на куски?

Разрез не может проходить через узел сетки.

Сетка состоит из $(n + 1) \cdot (k + 1) = nk + n + k + 1$ вершин. Резать веревочки можно до исчезновения циклов. При этом число вершин будет на 1 больше числа веревочек. Значит веревочек останется $nk + n + k$, а было $n(k + 1) + k(n + 1) = 2nk + n + k$. Удалить можно nk веревочек.

2. Прямоугольник со сторонами 24 и 7 вписан в окружность. Его вершины делят окружность на четыре дуги.

Найди расстояния от середины одной из более длинных дуг до всех вершин прямоугольника.

Находим диаметр окружности по теореме Пифагора как диагональ прямоугольника, получаем $D = 25$. От центра большой дуги до ближайшей стороны, следовательно, $25/2 - 7/2 = 9$. Снова две теоремы Пифагора и получаем расстояния от центра дуги до ближайшей вершины $\sqrt{12^2 + 9^2} = 15$ и до дальней $\sqrt{(9 + 7)^2 + 12^2} = 20$.

3. Приближаясь к кофемобилю, Вова Колчин увидел в его плоском лобовом стекле Солнце. Под каким углом к горизонту наклонено стекло, если высота Солнца над горизонтом равна 18° ?

Отраженный от стекла луч попадает Вове в глаз горизонтально. Солнце, кофемобиль и Вова находятся в одной вертикальной плоскости.

$18^\circ/2 = 9^\circ$, ответ равен дополняющему углу до прямого, 81° .

4. Серёжа Ламзин нежно прижимает к стене рыбную котлету массой 5 кг, чтобы она не упала вниз. Коэффициент трения между котлетой и стеной равен $k = 0.1$.

Какой минимальной горизонтально направленной силы достаточно Серёже?

На котлету действуют mg — сила тяжести, N — сила реакции опоры, F — школьница, kN — сила трения. В равновесии $N = F$, $kN = mg$. Отсюда, минимальная сила равна $F = mg/k = 50g$. Если $g = 9.8$, то 490 Н.

Задачи для топ-3 столов:

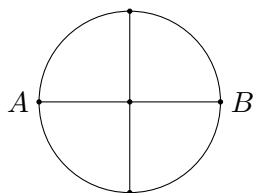
5. Биссектрисы тупых углов $\angle B$ и $\angle C$ при основании трапеции $ABCD$ пересекаются на её большем основании AD . Высота трапеции равна 12, а биссектрисы равны 15 и 13.

Найди периметр трапеции. Биссектрисы отрезают от трапеции равнобедренные треугольники по краям.

Обозначим точку пересечения биссектрис на основании AD буквой K . Проведем перпендикуляр KL на BC . По Пифагору, $BL = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$, $CL = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$. Используя теорему синусов, $AB = AK = 12.5$, $CD = DK = 16.9$.

Стороны: $AB = 12.5$, $CD = 16.9$, $AD = 12.5 + 16.9 = 29.4$, $BC = 14$. Периметр: 72.8.

6. Из однородной проволоки сделана окружность сопротивлением 1 Ом. Из той же проволоки к окружности прикреплены два ортогональных проводника-диаметра, соединенных в центре окружности. К концам одного диаметра присоединены две клеммы. Найди сопротивление между точками A и B .



Диаметр, перпендикулярный диаметру с клеммами, можно не учитывать в силу нулевой разницы потенциалов. Сопротивление диаметра в π раз меньше сопротивления окружности и равно $1/\pi$. Получаем три параллельных резистора $1/r = 1/(1/2) + 1/(1/2) + 1/(1/\pi) = 4 + \pi$ и $r = 1/(4 + \pi)$.

Конкретно в этой задаче за отсутствие размерности не штрафует!

TOP SECRET! Судейский экземпляр обычных столов!

1. Зондер Дания для ловли рыбов сплёл верёвочную сетку размером 5 на 7 клеточек.

Сколько максимум верёвочек можно перерезать, чтобы сетка не распалась на куски?

Разрез не может проходить через узел сетки.

Сетка состоит из $(n + 1) \cdot (k + 1) = nk + n + k + 1$ вершин. Резать верёвочки можно до исчезновения циклов. При этом число вершин будет на 1 больше числа верёвочек. Значит верёвочек останется $nk + n + k$, а было $n(k + 1) + k(n + 1) = 2nk + n + k$. Удалить можно nk верёвочек.

2. Прямоугольник со сторонами 24 и 7 вписан в окружность. Его вершины делят окружность на четыре дуги.

Найди расстояния от середины одной из более длинных дуг до всех вершин прямоугольника.

Находим диаметр окружности по теореме Пифагора как диагональ прямоугольника, получаем $D = 25$. От центра большой дуги до ближайшей стороны, следовательно, $25/2 - 7/2 = 9$. Снова две теоремы Пифагора и получаем расстояния от центра дуги до ближайшей вершины $\sqrt{12^2 + 9^2} = 15$ и до дальней $\sqrt{(9 + 7)^2 + 12^2} = 20$.

3. Приближаясь к кофемобилю, Вова Колчин увидел в его плоском лобовом стекле Солнце. Под каким углом к горизонту наклонено стекло, если высота Солнца над горизонтом равна 18° ?

Отраженный от стекла луч попадает Вове в глаз горизонтально. Солнце, кофемобиль и Вова находятся в одной вертикальной плоскости.

$18^\circ/2 = 9^\circ$, ответ равен дополняющему углу до прямого, 81° .

4. Серёжа Ламзин нежно прижимает к стене рыбную котлету массой 5 кг, чтобы она не упала вниз. Коэффициент трения между котлетой и стеной равен $k = 0.1$.

Какой минимальной горизонтально направленной силы достаточно Серёже?

На котлету действуют mg — сила тяжести, N — сила реакции опоры, F — школьница, kN — сила трения. В равновесии $N = F$, $kN = mg$. Отсюда, минимальная сила равна $F = mg/k = 50g$. Если $g = 9.8$, то 490 Н.

TOP SECRET! Судейский экземпляр top-3 столов!

1. Зондер Даня для ловли рыбов сплёл верёвочную сетку размером 500 на 700 клеточек.

Сколько максимум верёвочек можно перерезать, чтобы сетка не распалась на куски?

Разрез не может проходить через узел сетки.

Сетка состоит из $(n + 1) \cdot (k + 1) = nk + n + k + 1$ вершин. Резать верёвочки можно до исчезновения циклов. При этом число вершин будет на 1 больше числа верёвочек. Значит верёвочек останется $nk + n + k$, а было $n(k + 1) + k(n + 1) = 2nk + n + k$. Удалить можно nk верёвочек.

2. Биссектрисы тупых углов $\angle B$ и $\angle C$ при основании трапеции $ABCD$ пересекаются на её большем основании AD . Высота трапеции равна 12, а биссектрисы равны 15 и 13.

Найди периметр трапеции.

Биссектрисы отрезают от трапеции равнобедренные треугольники по краям.

Обозначим точку пересечения биссектрис на основании AD буквой K . Проведем перпендикуляр KL на BC . По Пифагору, $BL = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$, $CL = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$. Используя теорему синусов, $AB = AK = 12.5$, $CD = DK = 16.9$.

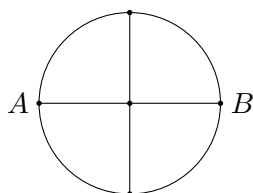
Стороны: $AB = 12.5$, $CD = 16.9$, $AD = 12.5 + 16.9 = 29.4$, $BC = 14$. Периметр: 72.8.

3. Серёжа Ламзин нежно прижимает к стене рыбную котлету массой 5 кг, чтобы она не упала вниз. Коэффициент трения между котлетой и стеной равен $k = 0.1$.

Какой минимальной горизонтально направленной силы достаточно Серёже?

На котлету действуют mg — сила тяжести, N — сила реакции опоры, F — школьница, kN — сила трения. В равновесии $N = F$, $kN = mg$. Отсюда, минимальная сила равна $F = mg/k = 50g$. Если $g = 9.8$, то 490 Н.

4. Из однородной проволоки сделана окружность сопротивлением 1 Ом. Из той же проволоки к окружности прикреплены два ортогональных проводника-диаметра, соединенных в центре окружности. К концам одного диаметра присоединены две клеммы. Найди сопротивление между точками A и B .



Диаметр, перпендикулярный диаметру с клеммами, можно не учитывать в силу нулевой разницы потенциалов. Сопротивление диаметра в π раз меньше сопротивления окружности и равно $1/\pi$. Получаем три параллельных резистора $1/r = 1/(1/2) + 1/(1/2) + 1/(1/\pi) = 4 + \pi$ и $r = 1/(4 + \pi)$.

Конкретно в этой задаче за отсутствие размерности не штрафует!



ФМТ тур-5

1. Зондер Даня для ловли рыбов сплёл верёвочную сетку размером 5 на 7 клеточек.
Сколько максимум верёвочек можно перерезать, чтобы сетка не распалась на куски?
Разрез не может проходить через узел сетки.
2. Прямоугольник со сторонами 24 и 7 вписан в окружность. Его вершины делят окружность на четыре дуги.
Найди расстояния от середины одной из более длинных дуг до всех вершин прямоугольника.
3. Приближаясь к кофемобилю, Вова Колчин увидел в его плоском лобовом стекле Солнце. Под каким углом к горизонту наклонено стекло, если высота Солнца над горизонтом равна 18° ?
Отраженный от стекла луч попадает Вове в глаз горизонтально. Солнце, кофемобиль и Вова находятся в одной вертикальной плоскости.
4. Серёжа Ламзин нежно прижимает к стене рыбную котлету массой 5 кг, чтобы она не упала вниз. Коэффициент трения между котлетой и стеной равен $k = 0.1$.
Какой минимальной горизонтально направленной силы достаточно Серёже?



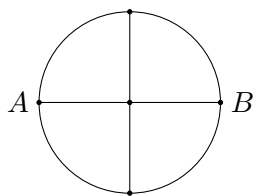
ФМТ тур-5

1. Зондер Даня для ловли рыбов сплёл верёвочную сетку размером 5 на 7 клеточек.
Сколько максимум верёвочек можно перерезать, чтобы сетка не распалась на куски?
Разрез не может проходить через узел сетки.
2. Прямоугольник со сторонами 24 и 7 вписан в окружность. Его вершины делят окружность на четыре дуги.
Найди расстояния от середины одной из более длинных дуг до всех вершин прямоугольника.
3. Приближаясь к кофемобилю, Вова Колчин увидел в его плоском лобовом стекле Солнце. Под каким углом к горизонту наклонено стекло, если высота Солнца над горизонтом равна 18° ?
Отраженный от стекла луч попадает Вове в глаз горизонтально. Солнце, кофемобиль и Вова находятся в одной вертикальной плоскости.
4. Серёжа Ламзин нежно прижимает к стене рыбную котлету массой 5 кг, чтобы она не упала вниз. Коэффициент трения между котлетой и стеной равен $k = 0.1$.
Какой минимальной горизонтально направленной силы достаточно Серёже?



ФМТ тур-5

1. Зондер Дания для ловли рыбов сплёл верёвочную сетку размером 500 на 700 клеточек.
Сколько максимум верёвочек можно перерезать, чтобы сетка не распалась на куски?
Разрез не может проходить через узел сетки.
2. Биссектрисы тупых углов $\angle B$ и $\angle C$ при основании трапеции $ABCD$ пересекаются на её большем основании AD . Высота трапеции равна 12, а биссектрисы равны 15 и 13.
Найди периметр трапеции.
3. Серёжа Ламзин нежно прижимает к стене рыбную котлету массой 5 кг, чтобы она не упала вниз. Коэффициент трения между котлетой и стеной равен $k = 0.1$.
Какой минимальной горизонтально направленной силы достаточно Серёже?
4. Из однородной проволоки сделана окружность сопротивлением 1 Ом. Из той же проволоки к окружности прикреплены два ортогональных проводника-диаметра, соединённых в центре окружности. К концам одного диаметра присоединены две клеммы. Найди сопротивление между точками A и B .



ФМТ тур-5

1. Зондер Дания для ловли рыбов сплёл верёвочную сетку размером 500 на 700 клеточек.
Сколько максимум верёвочек можно перерезать, чтобы сетка не распалась на куски?
Разрез не может проходить через узел сетки.
2. Биссектрисы тупых углов $\angle B$ и $\angle C$ при основании трапеции $ABCD$ пересекаются на её большем основании AD . Высота трапеции равна 12, а биссектрисы равны 15 и 13.
Найди периметр трапеции.
3. Серёжа Ламзин нежно прижимает к стене рыбную котлету массой 5 кг, чтобы она не упала вниз. Коэффициент трения между котлетой и стеной равен $k = 0.1$.
Какой минимальной горизонтально направленной силы достаточно Серёже?
4. Из однородной проволоки сделана окружность сопротивлением 1 Ом. Из той же проволоки к окружности прикреплены два ортогональных проводника-диаметра, соединённых в центре окружности. К концам одного диаметра присоединены две клеммы. Найди сопротивление между точками A и B .

