

TOP SECRET! Сдать задачи после разбора!

1. Летнешкольники в количестве 99 человек встали в ряд. Первый сказал, что обожает рыбные котлеты. А начиная со второго все говорили одно и то же утверждение «Среди сделанных ранее заявлений более 70% ложных!»

Сколько ложных заявлений сделали летнешкольники?

Первое заявление могло быть истинным или ложным, второе будет антонимичным по верности к первому. Далее все заявления определяются однозначно. Тяжким трудом выписываем их, обнаруживаем период 10. Итого 30 истинных заявлений и 69 ложных.

Первые десять утверждений (первый соврал): 01001 00100

Первые десять утверждений (первый правдив): 10001 00100

Далее в обоих вариантах идет: 01001 00100 циклом.

Ответ: 69

Один балл за рассмотрение одного варианта. Один балл за наличие двух вариантов и аргумент, что начиная с третьего они совпадают.

2. Углы треугольника ABC равны $\angle A = \pi/3$, $\angle B = \pi/4$. Продолжение высот треугольника ABC пересекает описанную около него окружность в точках D , E и F .

Найди отношение площади треугольника ABC к площади треугольника DEF .

Обозначим R — радиус окружности,

$$\begin{cases} S_{ABC} = 2R^2 \sin A \sin B \sin C \\ S_{DEF} = 2R^2 \sin D \sin E \sin F \end{cases}$$

Замечаем, что $\angle E = \pi - 2\angle B$, $\angle D = \pi - 2\angle A$, $\angle F = \pi - 2\angle C$. Отсюда

$$\frac{S_{ABC}}{S_{DEF}} = \frac{\sin \pi/3 \sin \pi/4 \sin 5\pi/12}{\sin 2\pi/3 \sin \pi/2 \sin 5\pi/6} = \sqrt{2} \sin(5\pi/12)$$

Ответ: $(1 + \sqrt{3})/2$.

Если не доказана формула площади, то 2:0. Если формула не доказана и оппонент указал на отсутствие доказательства, то ставим 2:1.

3. Антон Шейкин обустраивает вечерний клуб для юбилейного 45-го сезона, но у него не хватает свечей. Антон раздобыл одну свечку и расположил её посередине между двумя зеркалами, стоящими под углом 30° друг к другу.

Сколько изображений свечки увидит посетитель вечернего клуба?

$$360^\circ/n - 1 = 12 - 1 = 11$$

Если обсчитался и написал 12, ставим 1 балл.

4. Требушет, стоящий на плацу, выстреливает арбуз так, чтобы он приземлялся на крыльце столовой. В момент выстрела на арбуз верхом абсолютно неупруго садится школьница из команды λ . Масса школьницы в 5 раз больше массы арбуза.

Какую часть пути до крыльца столовой школьнице придется идти пешком?

Обозначим L_0 — расстояние от требушета до столовой, L_1 — расстояние, пролетаемое арбузом со школьницей, массу арбуза m , массу школьницы M , v_0 и v_1 — начальные скорости.

$$\begin{cases} mv_0 = (M + m)v_1 \\ L_0 = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha \\ L_1 = \frac{v_1^2}{g} \sin 2\alpha \end{cases}$$

Отсюда $(L_0 - L_1)/L_0 = 1 - (m/(m + M))^2 = 35/36$.



ФМТ финал

1. Летнешкольники в количестве 99 человек встали в ряд. Первый сказал, что обожает рыбные котлеты. А начиная со второго все говорили одно и то же утверждение «Среди сделанных ранее заявлений более 70% ложных!»
Сколько ложных заявлений сделали летнешкольники?
2. Углы треугольника ABC равны $\angle A = \pi/3$, $\angle B = \pi/4$. Продолжение высот треугольника ABC пересекает описанную около него окружность в точках D , E и F .
Найди отношение площади треугольника ABC к площади треугольника DEF .
3. Антон Шейкин обустривает вечерний клуб для юбилейного 45-го сезона, но у него не хватает свечей. Антон раздобыл одну свечку и расположил её посередине между двумя зеркалами, стоящими под углом 30° друг к другу.
Сколько изображений свечки увидит посетитель вечернего клуба?
4. Требушет, стоящий на плацу, выстреливает арбуз так, чтобы он приземлялся на крыльце столовой. В момент выстрела на арбуз верхом абсолютно неупруго садится школьница из команды λ . Масса школьницы в 5 раз больше массы арбуза.
Какую часть пути до крыльца столовой школьнице придется идти пешком?



ФМТ финал

1. Летнешкольники в количестве 99 человек встали в ряд. Первый сказал, что обожает рыбные котлеты. А начиная со второго все говорили одно и то же утверждение «Среди сделанных ранее заявлений более 70% ложных!»
Сколько ложных заявлений сделали летнешкольники?
2. Углы треугольника ABC равны $\angle A = \pi/3$, $\angle B = \pi/4$. Продолжение высот треугольника ABC пересекает описанную около него окружность в точках D , E и F .
Найди отношение площади треугольника ABC к площади треугольника DEF .
3. Антон Шейкин обустривает вечерний клуб для юбилейного 45-го сезона, но у него не хватает свечей. Антон раздобыл одну свечку и расположил её посередине между двумя зеркалами, стоящими под углом 30° друг к другу.
Сколько изображений свечки увидит посетитель вечернего клуба?
4. Требушет, стоящий на плацу, выстреливает арбуз так, чтобы он приземлялся на крыльце столовой. В момент выстрела на арбуз верхом абсолютно неупруго садится школьница из команды λ . Масса школьницы в 5 раз больше массы арбуза.
Какую часть пути до крыльца столовой школьнице придется идти пешком?