



ФМТ, II тур

1. На двух чашках чашечных весов стоят сосуды содержащие по одному литру воды. В одном сосуде плавает пробковый шарик плотности 700 кг/м^3 . На дне второго сосуда лежит металлический кубик плотностью 5600 кг/м^3 . Объем кубика в 8 раз меньше объема шарика.

Какую разницу весов показывают чашечные весы?

Ответ/решение: Весы покажут нулевую разницу. Засчитываем ответы «0 кг», «0 Н» и «отсутствие разницы». Аргумент: масса шарика и кубика одинаковая. Положим их мысленно в пустые сосуды и затем дольем по литру воды.

2. Три последовательных натуральных 2022-значных числа записаны подряд (встык) так, что получилось 6066-значное число N . На какое минимальное простое всегда делится N ?

Ответ/решение: Остатки от деления любых трёх последовательных натуральных чисел на 3 равны (с точностью до перестановки) 0, 1 и 2. Следовательно, конкатенация трёх последовательных натуральных всегда делится на три.

Доказательства того, что сумма цифр и само число дают одинаковый остаток, не требуем.

3. Автобусы из Красноярска в *Орбиту* первую половину пути прошли со скоростью $v \text{ км/час}$, а вторую — с вдвое большей скоростью. С какой средней скоростью автобусы шли из Красноярска в *Орбиту*?

Ответ/решение: Средняя скорость — это НЕ среднее арифметическое! Это среднее гармоническое:

$$\langle v \rangle = \frac{\ell}{\frac{\ell}{2v} + \frac{\ell}{4v}} = \frac{4v}{3}.$$

4. Дан квадрат $ABCD$; прямая, пересекающая две смежных стороны квадрата, делит его на две части, площади которых относятся как $1 \div 2022$. Прямая делит одну из пересекаемых сторон в пропорции $1 \div 2$.

В каком соотношении прямая делит другую пересекаемую сторону?

Ответ/решение: Обозначим кусочки одной стороны как x и $2x$, другой стороны — как y и ky . Получаем два варианта системы

$$\begin{cases} 3x(1+k)y = 2023S \\ 0.5xy = S \end{cases}$$

Отсюда $k = 2017/6$. Либо

$$\begin{cases} 3x(1+k)y = 2023S \\ xy = S \end{cases}$$

Отсюда $k = 2020/3$.

Важно: если заявлено одно решение, то это 1 балл за решение и переход. Например, возможен сценарий: команда А демонстрирует верно одно решение, команда Б делает замечание, что второе решение не дано. Подача переходит. Команда Б заявляет второе решение с явной отсылкой на то, что первое уже было изложено. Счет будет 3:1 в пользу Б.