

При умножении комплексных чисел их длины умножаются, а углы (аргументы) складываются.

1. Храбро возведи в степень комплексные числа

а)  $(1 + i)^2$ ;

б)  $i^2$ ;

в)  $(1 - i)^5$ ;

2. Упрости так, чтобы ежу было понятно

а)  $(2 + 3i) \cdot (1 - i)$ ;

б)  $(2 + 5i)/(1 - i)$ ;

в)  $1 + i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$ ;

3. Реши уравнение в комплексных числах

а)  $z^2 = -1$ ;

б)  $z^2 = i$ ;

в)  $z^2 = 1 + i$ ;

4. Вечная черепаха всю жизнь движется по прямой. В первый час своей жизни движется со скоростью 10 км/ч, затем каждый час её скорость падает на 20%.

Какой путь черепаха пройдет за свою бесконечную жизнь?

5. Вечный черепах стартует в начале координат. Изначально ползёт вправо со скоростью 10 км/ч, затем каждый час поворачивает на  $90^\circ$  влево и снижает скорость на 20%.

В какую точку он стремится?

6. Нарисуй и найди

а)  $\arctan \frac{1}{2} + \arctan \frac{1}{3}$ ;

в)  $\arctan \frac{1}{3} + \arctan \frac{1}{7} + \arctan \frac{1}{13} + \dots + \arctan \frac{1}{n^2+3n+3} + \dots$ ;

б)  $\tan(\arctan(n+2) - \arctan(n+1))$ ;

При умножении комплексных чисел их длины умножаются, а углы (аргументы) складываются.

1. Храбро возведи в степень комплексные числа

а)  $(1 + i)^2$ ;

б)  $i^2$ ;

в)  $(1 - i)^5$ ;

2. Упрости так, чтобы ежу было понятно

а)  $(2 + 3i) \cdot (1 - i)$ ;

б)  $(2 + 5i)/(1 - i)$ ;

в)  $1 + i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$ ;

3. Реши уравнение в комплексных числах

а)  $z^2 = -1$ ;

б)  $z^2 = i$ ;

в)  $z^2 = 1 + i$ ;

4. Вечная черепаха всю жизнь движется по прямой. В первый час своей жизни движется со скоростью 10 км/ч, затем каждый час её скорость падает на 20%.

Какой путь черепаха пройдет за свою бесконечную жизнь?

5. Вечный черепах стартует в начале координат. Изначально ползёт вправо со скоростью 10 км/ч, затем каждый час поворачивает на  $90^\circ$  влево и снижает скорость на 20%.

В какую точку он стремится?

6. Нарисуй и найди

а)  $\arctan \frac{1}{2} + \arctan \frac{1}{3}$ ;

в)  $\arctan \frac{1}{3} + \arctan \frac{1}{7} + \arctan \frac{1}{13} + \dots + \arctan \frac{1}{n^2+3n+3} + \dots$ ;

б)  $\tan(\arctan(n+2) - \arctan(n+1))$ ;

1. Вспомни, чему равно  $i^2$ ? А чему равно  $(-i)^2$ ?

2. Забыв о предрассудках, храбро реши уравнения в комплексных числах

а)  $x^2 + 2x + 5 = 0$ ;

в)  $(x - i - 2)(x + 2 + 3i) = 0$ ;

б)  $x^2 - 6x + 10 = 0$ ;

г)  $x^2 - (2 + 3i)x - 2 + 2i = 0$ ;

3. Найди числа

а)  $\tan(\arctan 32 - \arctan 17)$ ;

г)  $\sin(\arctan(1/5) + \arctan(1/7))$ ;

б)  $\tan(\arctan(1/5) + \arctan(1/7))$ ;

д)  $\tan(\arcsin(1/5) + \arcsin(1/7))$ ;

в)  $\cos(\arctan(1/5) - \arctan(1/7))$ ;

е)  $\tan(\arctan(n + 2) - \arctan(n + 1))$ ;

4. Тебя ждут новые уравнения в комплексных числах!

а)  $z^2 = -1$ ;

в)  $z^2 = 1 + i$ ;

д)  $z^6 = -1$ ;

б)  $z^2 = i$ ;

г)  $z^3 = 1$ ;

е)  $z^4 = -i$ ;

5. Улитка стартует в начале координат. Изначально улитка ползёт вправо со скоростью 1 км/ч, через час поворачивает на  $90^\circ$  против часовой стрелки и снижает скорость в два раза. После поворота ползёт два часа, снова поворачивает на  $90^\circ$  против часовой стрелки и снова снижает скорость в два раза. После нового поворота ползёт три часа и так далее. После очередного поворота ползёт на один час дольше со скоростью в два раза меньше предыдущей.

В какую точку стремится улитка?

1. Вспомни, чему равно  $i^2$ ? А чему равно  $(-i)^2$ ?

2. Забыв о предрассудках, храбро реши уравнения в комплексных числах

а)  $x^2 + 2x + 5 = 0$ ;

в)  $(x - i - 2)(x + 2 + 3i) = 0$ ;

б)  $x^2 - 6x + 10 = 0$ ;

г)  $x^2 - (2 + 3i)x - 2 + 2i = 0$ ;

3. Найди числа

а)  $\tan(\arctan 32 - \arctan 17)$ ;

г)  $\sin(\arctan(1/5) + \arctan(1/7))$ ;

б)  $\tan(\arctan(1/5) + \arctan(1/7))$ ;

д)  $\tan(\arcsin(1/5) + \arcsin(1/7))$ ;

в)  $\cos(\arctan(1/5) - \arctan(1/7))$ ;

е)  $\tan(\arctan(n + 2) - \arctan(n + 1))$ ;

4. Тебя ждут новые уравнения в комплексных числах!

а)  $z^2 = -1$ ;

в)  $z^2 = 1 + i$ ;

д)  $z^6 = -1$ ;

б)  $z^2 = i$ ;

г)  $z^3 = 1$ ;

е)  $z^4 = -i$ ;

5. Улитка стартует в начале координат. Изначально улитка ползёт вправо со скоростью 1 км/ч, через час поворачивает на  $90^\circ$  против часовой стрелки и снижает скорость в два раза. После поворота ползёт два часа, снова поворачивает на  $90^\circ$  против часовой стрелки и снова снижает скорость в два раза. После нового поворота ползёт три часа и так далее. После очередного поворота ползёт на один час дольше со скоростью в два раза меньше предыдущей.

В какую точку стремится улитка?

Для числа  $w = a + bi$  сопряжённым числом называется  $\bar{w} = a - bi$ . Иногда обозначают как  $w^*$ .

- Известно, что  $|w| = 7$ . Найди  $w \cdot \bar{w}$ .
- Как коротко можно обозначить  $\bar{w}/|w|^2$ ?
- Элегантно найди  $(5 + 12i)^{-1}$ .
- Тебя ещё поджидают уравнения в комплексных числах!
 

а) $z^2 = -1$ ;	в) $z^2 = 1 + i$ ;	д) $z^6 = -1$ ;
б) $z^2 = i$ ;	г) $z^3 = 1$ ;	е) $z^4 = -i$ ;
- Нарисуй на плоскости
 

а) $\operatorname{Re} z > \operatorname{Im} z$ ;	г) $\pi/4 < \operatorname{Arg} z < \pi/2$ ;
б) $ z - i  > 2$ ;	
в) $ z - 1  +  z + 1  = 3$ ;	д) $ z - i  =  z + i $ ;
- Выведи формулы для  $\cos(\alpha + \beta)$  и  $\sin(\alpha + \beta)$  при известных  $\cos \alpha, \sin \alpha, \cos \beta, \sin \beta$ .
- Точки  $A$  и  $B$  симметричны относительно точки  $C$ . Найди геометрическое место точек  $X$ , для которых  $AX^2 + BX^2 = \text{const}$ .

Для числа  $w = a + bi$  сопряжённым числом называется  $\bar{w} = a - bi$ . Иногда обозначают как  $w^*$ .

- Известно, что  $|w| = 7$ . Найди  $w \cdot \bar{w}$ .
- Как коротко можно обозначить  $\bar{w}/|w|^2$ ?
- Элегантно найди  $(5 + 12i)^{-1}$ .
- Тебя ещё поджидают уравнения в комплексных числах!
 

а) $z^2 = -1$ ;	в) $z^2 = 1 + i$ ;	д) $z^6 = -1$ ;
б) $z^2 = i$ ;	г) $z^3 = 1$ ;	е) $z^4 = -i$ ;
- Нарисуй на плоскости
 

а) $\operatorname{Re} z > \operatorname{Im} z$ ;	г) $\pi/4 < \operatorname{Arg} z < \pi/2$ ;
б) $ z - i  > 2$ ;	
в) $ z - 1  +  z + 1  = 3$ ;	д) $ z - i  =  z + i $ ;
- Выведи формулы для  $\cos(\alpha + \beta)$  и  $\sin(\alpha + \beta)$  при известных  $\cos \alpha, \sin \alpha, \cos \beta, \sin \beta$ .
- Точки  $A$  и  $B$  симметричны относительно точки  $C$ . Найди геометрическое место точек  $X$ , для которых  $AX^2 + BX^2 = \text{const}$ .

## 1. Лог. КЛШ-2023

1.

В теховском файле \newpage стоит, чтобы легко было скопировать секцию, для печати двух копий подряд на одном листе. Это позволяет экономить бумагу и время при печати :)

### 1.1. Плакат

## 2. Решения

## 3. Источники мудрости

передать потом в bib-файл

1. [https://github.com/bdemeshev/probability\\_dna](https://github.com/bdemeshev/probability_dna)
2. [https://github.com/bdemeshev/probability\\_pro](https://github.com/bdemeshev/probability_pro)