TOP SECRET!!! Судейский экземпляр!!! **ФМТ: тур 5** **Обычные столы**

За одну итерацию оппонирования можно получить максимум 1 балл. Вольные стрелки приносят команде от 0 до 3 баллов. Штрафы за выход за три минуты при решении своей задачи: от 0 до 30 секунд — 1 балл штрафа, от 30 до 60 секунд — 2 балла штрафа и далее 3 балла штрафа.

1. Даня Снегур на кресельной канатной дороге поднимается на заснеженную гору, чтобы скатиться на горных лыжах. Даня считает каждое второе кресло, проплывающее ему на встречу. Всего на подъёмном канате прикреплено 99 кресел на равных интервалах.

   Сколько кресел мог насчитать Даня за весь подъём?

   Мимо Дани проплыли все кресла кроме его собственного, то есть 98. Ответ: $98/2 = 49$.

   Просто деление 99 на 2 без вычитания своего кресла: 2 балла за округления до 49 и 1 балл за округление до 50.

2. Серёже Ламзину в КЛШ-49 снова приснилась трапеция $ABCD$ с основанием AD. Её диагонали пересекались в точке M, а площади треугольников, отсекаемых диагоналями и основаниями, были равны $S_{BCM} = 16$ и $S_{AMD} = 9$. Найди площадь трапеции.

   Проведём прямую параллельно одной из диагоналей. Площадь полученного большого треугольника равна площади трапеции. Отсекаемые треугольники подобны с коэффициентом $k = \sqrt{S_2/S_1}$. Большой треугольник подобен отсекаемому с коэффициентом $(k+1)/k$. Отсюда, $S = S_2((k+1)/k)^2 = (\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2})^2 = 49$.

3. Вика Луковская бежала по круглому стадиону радиуса r, с постоянной по модулю скоростью v. Через время t от старта, ещё не пробежав полного круга, Вика задумалась, чему равна её средняя скорость перемещения. Помоги Вике найти желаемое.

$$v_{\text{ср}} = L/t = \frac{2r\sin(\phi/2)}{t} = \frac{2r\sin(vt/(2r))}{t}.$$

4. Ваня Сапогов и Ваня Адо тянут невесомую нерастяжимую абсолютно чёрную веревку в разные стороны, прикладывая к ней силы F каждый. Веревка выдерживает подвешенный к ней груз массой до 15 кг. При каких значениях F верёвка не порвётся?

   По второму закону Ньютона, у верёвки, находящейся в равновесии, силы слева и справа равны по модулю. Верёвка выдерживает $F = mg = 15 \cdot 10 = 150$ Н. Верёвка нерастяжимая, в каждой точке нить натянута одинаково.

   Ответы 75 Н и 300 Н означают 0 за задачу и переход.

TOP SECRET!!! Судейский экземпляр!!! ФМТ: тур 5 Обычные столы

За одну итерацию оппонирования можно получить максимум 1 балл. Вольные стрелки приносят команде от 0 до 3 баллов. Штрафы за выход за три минуты при решении своей задачи: от 0 до 30 секунд — 1 балл штрафа, от 30 до 60 секунд — 2 балла штрафа и далее 3 балла штрафа.

1. Даня Снегур на кресельной канатной дороге поднимается на заснеженную гору, чтобы скатиться на горных лыжах. Даня считает каждое второе кресло, проплывающее ему на встречу. Всего на подъёмном канате прикреплено 99 кресел на равных интервалах.

   Сколько кресел мог насчитать Даня за весь подъём?

   Мимо Дани проплыли все кресла кроме его собственного, то есть 98. Ответ: $98/2 = 49$.

   Просто деление 99 на 2 без вычитания своего кресла: 2 балла за округления до 49 и 1 балл за округление до 50.

2. Серёже Ламзину в КЛШ-49 снова приснилась трапеция $ABCD$ с основанием AD. Её диагонали пересекались в точке M, а площади треугольников, отсекаемых диагоналями и основаниями, были равны $S_{BCM} = 16$ и $S_{AMD} = 9$. Найди площадь трапеции.

   Проведём прямую параллельно одной из диагоналей. Площадь полученного большого треугольника равна площади трапеции. Отсекаемые треугольники подобны с коэффициентом $k = \sqrt{S_2/S_1}$. Большой треугольник подобен отсекаемому с коэффициентом $(k+1)/k$. Отсюда, $S = S_2((k+1)/k)^2 = (\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2})^2 = 49$.

3. Вика Луковская бежала по круглому стадиону радиуса r, с постоянной по модулю скоростью v. Через время t от старта, ещё не пробежав полного круга, Вика задумалась, чему равна её средняя скорость перемещения. Помоги Вике найти желаемое.

$$v_{\text{ср}} = L/t = \frac{2r\sin(\phi/2)}{t} = \frac{2r\sin(vt/(2r))}{t}.$$

4. Ваня Сапогов и Ваня Адо тянут невесомую нерастяжимую абсолютно чёрную веревку в разные стороны, прикладывая к ней силы F каждый. Веревка выдерживает подвешенный к ней груз массой до 15 кг. При каких значениях F верёвка не порвётся?

   По второму закону Ньютона, у верёвки, находящейся в равновесии, силы слева и справа равны по модулю. Верёвка выдерживает $F = mg = 15 \cdot 10 = 150$ Н. Верёвка нерастяжимая, в каждой точке нить натянута одинаково.

   Ответы 75 Н и 300 Н означают 0 за задачу и переход.

ФМТ: тур 5 — КЛШ 7^2

1. Даня Снегур на кресельной канатной дороге поднимается на заснеженную гору, чтобы скатиться на горных лыжах. Даня считает каждое второе кресло, проплывающее ему на встречу. Всего на подъёмном канате прикреплено 99 кресел на равных интервалах.

   Сколько кресел мог насчитать Даня за весь подъём?

2. Серёже Ламзину в КЛШ-49 снова приснилась трапеция $ABCD$ с основанием AD. Её диагонали пересекались в точке M, а площади треугольников, отсекаемых диагоналями и основаниями, были равны $S_{BCM} = 16$ и $S_{AMD} = 9$. Найди площадь трапеции.

3. Вика Луковская бежала по круглому стадиону радиуса r, с постоянной по модулю скоростью v. Через время t от старта, ещё не пробежав полного круга, Вика задумалась, чему равна её средняя скорость перемещения. Помоги Вике найти желаемое.

4. Ваня Сапогов и Ваня Адо тянут невесомую нерастяжимую абсолютно чёрную веревку в разные стороны, прикладывая к ней силы F каждый. Веревка выдерживает подвешенный к ней груз массой до 15 кг. При каких значениях F верёвка не порвётся?

ФМТ: тур 5 — КЛШ 7^2

1. Даня Снегур на кресельной канатной дороге поднимается на заснеженную гору, чтобы скатиться на горных лыжах. Даня считает каждое второе кресло, проплывающее ему на встречу. Всего на подъёмном канате прикреплено 99 кресел на равных интервалах.

   Сколько кресел мог насчитать Даня за весь подъём?

2. Серёже Ламзину в КЛШ-49 снова приснилась трапеция $ABCD$ с основанием AD. Её диагонали пересекались в точке M, а площади треугольников, отсекаемых диагоналями и основаниями, были равны $S_{BCM} = 16$ и $S_{AMD} = 9$. Найди площадь трапеции.

3. Вика Луковская бежала по круглому стадиону радиуса r, с постоянной по модулю скоростью v. Через время t от старта, ещё не пробежав полного круга, Вика задумалась, чему равна её средняя скорость перемещения. Помоги Вике найти желаемое.

4. Ваня Сапогов и Ваня Адо тянут невесомую нерастяжимую абсолютно чёрную веревку в разные стороны, прикладывая к ней силы F каждый. Веревка выдерживает подвешенный к ней груз массой до 15 кг. При каких значениях F верёвка не порвётся?

TOP SECRET!!! Судейский экземпляр!!! **ФМТ: тур 5** **top-3 столы**

За одну итерацию оппонирования можно получить максимум 1 балл. Вольные стрелки приносят команде от 0 до 3 баллов. Штрафы за выход за три минуты при решении своей задачи: от 0 до 30 секунд — 1 балл штрафа, от 30 до 60 секунд — 2 балла штрафа и далее 3 балла штрафа.

1. Даня Снегур на кресельной канатной дороге поднимается на заснеженную гору, чтобы скатиться на горных лыжах. Даня считает каждое второе кресло, проплывающее ему на встречу. Всего на подъёмном канате прикреплено 99 кресел на равных интервалах.

   Сколько кресел мог насчитать Даня за весь подъём?

   Мимо Дани проплыли все кресла кроме его собственного, то есть 98. Ответ: $98/2 = 49$.

   Просто деление 99 на 2 без вычитания своего кресла: 2 балла за округления до 49 и 1 балл за округление до 50.

2. Коля Гулицкий вписал в окружность квадрат $ABCD$, провёл в нём диагональ BD и отложил на окружности точку E на дуге AD так, что $\angle ECD = 15°$.

   Диагональ BD пересекает отрезок CE в точке K. Найди KE/CK.

   Шаг 1. Находим все углы.

   Шаг 2. Замечаем подобие $\Delta ECD \sim \Delta DCK$ и $EC/DC = CD/CK$.

   Шаг 3. Пишем теорему синусов для ΔCDK:
$$CD/CK = \sin 120°/\sin 45° = \sqrt{3/2}.$$

   Шаг 4.
$$\frac{KE}{CK} = \frac{CE - CK}{CK} = \frac{CE}{CK} - 1 = \frac{CE}{CD}\frac{CD}{CK} - 1 = 3/2 - 1 = 1/2.$$

3. Вика Луковская бежала по круглому стадиону радиуса r, с постоянной по модулю скоростью v. Через время t от старта, ещё не пробежав полного круга, Вика задумалась, чему равна её средняя скорость перемещения. Помоги Вике найти желаемое.
$$v_{\text{ср}} = L/t = \frac{2r\sin(\phi/2)}{t} = \frac{2r\sin(vt/(2r))}{t}.$$

4. Легкий однородный стержень длины ℓ свободно висит, касаясь нижним концом поверхности воды. Верхний конец стержня шарнирно закреплен. Уровень воды поднялся на высоту $h < \ell$. После подъёма воды стержень отклонился от вертикали на угол β.

   Найди отношение плотности воды к плотности стержня.

   Длина части стержня в воде:
$$x = \ell - (\ell - h)/\cos\beta$$

   Стержень закреплен в точке O, B — второй конец стержня, A — точка касания воды, C — центр масс части, погруженной в воду. Плечо силы Архимеда:
$$OC = OA + AC = \frac{\ell - h}{\cos\beta} + \frac{x}{2} = \frac{\ell}{2} + \frac{\ell - h}{2\cos\beta}$$

   Равенство моментов сил относительно O:
$$mg\frac{\ell}{2}\sin\beta = F_{\text{arch}} OC\sin\beta.$$

   Подставляем $m = \rho_{\text{st}} S\ell$, $F_{\text{arch}} = \rho_w Sx$:
$$\rho_{\text{st}}\ell^2/2 = \rho_w OC \cdot x.$$

   Отсюда
$$\frac{\rho_w}{\rho_{\text{st}}} = \frac{\ell^2}{2OC \cdot x} = \cdots = \frac{\ell^2\cos^2\beta}{h^2 - \ell^2\sin^2\beta}$$

TOP SECRET!!! Судейский экземпляр!!! **ФМТ: тур 5** **top-3 столы**

За одну итерацию оппонирования можно получить максимум 1 балл. Вольные стрелки приносят команде от 0 до 3 баллов. Штрафы за выход за три минуты при решении своей задачи: от 0 до 30 секунд — 1 балл штрафа, от 30 до 60 секунд — 2 балла штрафа и далее 3 балла штрафа.

1. Даня Снегур на кресельной канатной дороге поднимается на заснеженную гору, чтобы скатиться на горных лыжах. Даня считает каждое второе кресло, проплывающее ему на встречу. Всего на подъёмном канате прикреплено 99 кресел на равных интервалах.

   Сколько кресел мог насчитать Даня за весь подъём?

   Мимо Дани проплыли все кресла кроме его собственного, то есть 98. Ответ: $98/2 = 49$.

   Просто деление 99 на 2 без вычитания своего кресла: 2 балла за округления до 49 и 1 балл за округление до 50.

2. Коля Гулицкий вписал в окружность квадрат $ABCD$, провёл в нём диагональ BD и отложил на окружности точку E на дуге AD так, что $\angle ECD = 15^\circ$.

   Диагональ BD пересекает отрезок CE в точке K. Найди KE/CK.

   Шаг 1. Находим все углы.

   Шаг 2. Замечаем подобие $\Delta ECD \sim \Delta DCK$ и $EC/DC = CD/CK$.

   Шаг 3. Пишем теорему синусов для ΔCDK:

   $$CD/CK = \sin 120^\circ / \sin 45^\circ = \sqrt{3/2}.$$

   Шаг 4.
   $$\frac{KE}{CK} = \frac{CE - CK}{CK} = \frac{CE}{CK} - 1 = \frac{CE}{CD}\frac{CD}{CK} - 1 = 3/2 - 1 = 1/2.$$

3. Вика Луковская бежала по круглому стадиону радиуса r, с постоянной по модулю скоростью v. Через время t от старта, ещё не пробежав полного круга, Вика задумалась, чему равна её средняя скорость перемещения. Помоги Вике найти желаемое.

   $$v_{\text{ср}} = L/t = \frac{2r\sin(\phi/2)}{t} = \frac{2r\sin(vt/(2r))}{t}.$$

4. Легкий однородный стержень длины ℓ свободно висит, касаясь нижним концом поверхности воды. Верхний конец стержня шарнирно закреплен. Уровень воды поднялся на высоту $h < \ell$. После подъёма воды стержень отклонился от вертикали на угол β.

   Найди отношение плотности воды к плотности стержня.

   Длина части стержня в воде:
   $$x = \ell - (\ell - h)/\cos\beta$$

   Стержень закреплен в точке O, B — второй конец стержня, A — точка касания воды, C — центр масс части, погруженной в воду. Плечо силы Архимеда:

   $$OC = OA + AC = \frac{\ell - h}{\cos\beta} + \frac{x}{2} = \frac{\ell}{2} + \frac{\ell - h}{2\cos\beta}$$

   Равенство моментов сил относительно O:

   $$mg\frac{\ell}{2}\sin\beta = F_{\text{arch}} OC \sin\beta.$$

   Подставляем $m = \rho_{\text{st}} S\ell$, $F_{\text{arch}} = \rho_w Sx$:
   $$\rho_{\text{st}}\ell^2/2 = \rho_w OC \cdot x.$$

   Отсюда
   $$\frac{\rho_w}{\rho_{\text{st}}} = \frac{\ell^2}{2OC \cdot x} = \dots = \frac{\ell^2\cos^2\beta}{h^2 - \ell^2\sin^2\beta}$$

ФМТ: тур 5 КЛШ 7^2

1. Даня Снегур на кресельной канатной дороге поднимается на заснеженную гору, чтобы скатиться на горных лыжах. Даня считает каждое второе кресло, проплывающее ему на встречу. Всего на подъёмном канате прикреплено 99 кресел на равных интервалах.

   Сколько кресел мог насчитать Даня за весь подъём?

2. Коля Гулицкий вписал в окружность квадрат $ABCD$, провёл в нём диагональ BD и отложил на окружности точку E на дуге AD так, что $\angle ECD = 15°$.

   Диагональ BD пересекает отрезок CE в точке K. Найди KE/CK.

3. Вика Луковская бежала по круглому стадиону радиуса r, с постоянной по модулю скоростью v. Через время t от старта, ещё не пробежав полного круга, Вика задумалась, чему равна её средняя скорость перемещения. Помоги Вике найти желаемое.

4. Легкий однородный стержень длины ℓ свободно висит, касаясь нижним концом поверхности воды. Верхний конец стержня шарнирно закреплен. Уровень воды поднялся на высоту $h < \ell$. После подъёма воды стержень отклонился от вертикали на угол β.

   Найди отношение плотности воды к плотности стержня.

ФМТ: тур 5 КЛШ 7^2

1. Даня Снегур на кресельной канатной дороге поднимается на заснеженную гору, чтобы скатиться на горных лыжах. Даня считает каждое второе кресло, проплывающее ему на встречу. Всего на подъёмном канате прикреплено 99 кресел на равных интервалах.

   Сколько кресел мог насчитать Даня за весь подъём?

2. Коля Гулицкий вписал в окружность квадрат $ABCD$, провёл в нём диагональ BD и отложил на окружности точку E на дуге AD так, что $\angle ECD = 15°$.

   Диагональ BD пересекает отрезок CE в точке K. Найди KE/CK.

3. Вика Луковская бежала по круглому стадиону радиуса r, с постоянной по модулю скоростью v. Через время t от старта, ещё не пробежав полного круга, Вика задумалась, чему равна её средняя скорость перемещения. Помоги Вике найти желаемое.

4. Легкий однородный стержень длины ℓ свободно висит, касаясь нижним концом поверхности воды. Верхний конец стержня шарнирно закреплен. Уровень воды поднялся на высоту $h < \ell$. После подъёма воды стержень отклонился от вертикали на угол β.

   Найди отношение плотности воды к плотности стержня.