

За одну итерацию оппонирования можно получить максимум 1 балл. Вольные стрелки приносят команде от 0 до 3 баллов. Штрафы за выход за три минуты при решении своей задачи: от 0 до 30 секунд — 1 балл штрафа, от 30 до 60 секунд — 2 балла штрафа и далее 3 балла штрафа.

1. В КЛШ-47 в обращение ввели монеты достоинством в 1, 2, 3, ..., 19, 20 лапок. У Арины Медведевой была одна монета. Она купила шоколадку и получила одну монету сдачи. Снова купила такую же шоколадку и получила сдачу тремя разными монетами. Хотела купить третью шоколадку, но денег не хватило.

Сколько лапок стоит шоколадка?

Обозначим стоимость шоколадки за A . На вторую покупку сдачу D выдали тремя различными монетами, $1 + 2 + 3 = 6 \leq D$. Стоимость обязательно больше сдачи, $6 + 1 = 7 \leq D + 1 \leq A$. Следовательно, общие затраты, $S = 2A + D \geq 2 \cdot 7 + 6 = 20$. С другой стороны, $S \leq 20$, первоначально Арина пришла с одной лишь монетой, ценность которой не превышает 20.

Отсюда, $S = 20$, $D = 6$, $A = 7$.

Полный перебор: 3 балла. Угаданный ответ без аргументации и полного перебора: 1 балл.

2. В треугольник вписана окружность с радиусом 4. Точка касания окружности делит одну из сторон треугольника на кусочки 8 и 6 см. Найди сумму двух других сторон треугольника.

Обозначим x неизвестный кусочек на двух сторонах треугольника. Считаем площадь двумя способами:

$$\sqrt{(4+x) \cdot x \cdot 6 \cdot 8} = S = \frac{8+x+x+6+8+6}{2} \cdot 4.$$

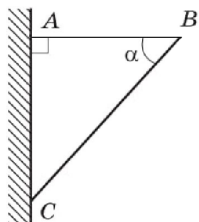
Отсюда $x = 7$ и искомая сумма равна 28.

3. У Вани Сапогова глаза находятся на высоте h . Какова должна быть минимальная высота вертикального зеркала, чтобы Ваня Сапогов мог видеть в нём себя от кончиков сапогов до глаз?

Зондера готовы повесить зеркало на любой необходимой высоте :)

Треугольники: глаза-настоящее зеркало и глаза-изображение Вани подобны с коэффициентом 2. Ответ: $h/2$

4. Тима Спрыжков собрал необычную конструкцию. Он прикрепил палку массой M к стене на шарнир в точке C . Нить соединяет точку A на стене и конец палки B . Угол α известен.



Определи силу натяжения нити AB .

Правило моментов относительно точки C :

$$Mg \frac{\ell}{2} \cos \alpha = T \ell \sin \alpha.$$

Отсюда $T = Mg/(2 \operatorname{tg} \alpha)$.

За одну итерацию оппонирования можно получить максимум 1 балл. Вольные стрелки приносят команде от 0 до 3 баллов. Штрафы за выход за три минуты при решении своей задачи: от 0 до 30 секунд — 1 балл штрафа, от 30 до 60 секунд — 2 балла штрафа и далее 3 балла штрафа.

1. В КЛШ-47 в обращение ввели монеты достоинством в 1, 2, 3, ..., 19, 20 лапок. У Арины Медведевой была одна монета. Она купила шоколадку и получила одну монету сдачи. Снова купила такую же шоколадку и получила сдачу тремя разными монетами. Хотела купить третью шоколадку, но денег не хватило.

Сколько лапок стоит шоколадка?

Обозначим стоимость шоколадки за A . На вторую покупку сдачу D выдали тремя различными монетами, $1 + 2 + 3 = 6 \leq D$. Стоимость обязательно больше сдачи, $6 + 1 = 7 \leq D + 1 \leq A$. Следовательно, общие затраты, $S = 2A + D \geq 2 \cdot 7 + 6 = 20$. С другой стороны, $S \leq 20$, первоначально Арина пришла с одной лишь монетой, ценность которой не превышает 20.

Отсюда, $S = 20$, $D = 6$, $A = 7$.

Полный перебор: 3 балла. Угаданный ответ без аргументации и полного перебора: 1 балл.

2. В треугольник вписана окружность с радиусом 4. Точка касания окружности делит одну из сторон треугольника на кусочки 8 и 6 см. Найди сумму двух других сторон треугольника.

Обозначим x неизвестный кусочек на двух сторонах треугольника. Считаем площадь двумя способами:

$$\sqrt{(4+x) \cdot x \cdot 6 \cdot 8} = S = \frac{8+x+x+6+8+6}{2} \cdot 4.$$

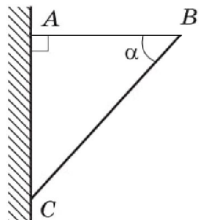
Отсюда $x = 7$ и искомая сумма равна 28.

3. У Вани Сапогова глаза находятся на высоте h . Какова должна быть минимальная высота вертикального зеркала, чтобы Ваня Сапогов мог видеть в нём себя от кончиков сапогов до глаз?

Зондера готовы повесить зеркало на любой необходимой высоте :)

Треугольники: глаза-настоящее зеркало и глаза-изображение Вани подобны с коэффициентом 2. Ответ: $h/2$

4. Тима Спрыжков собрал необычную конструкцию. Он прикрепил палку массой M к стене на шарнир в точке C . Нить соединяет точку A на стене и конец палки B . Угол α известен.



Определи силу натяжения нити AB .

Правило моментов относительно точки C :

$$Mg \frac{\ell}{2} \cos \alpha = T \ell \sin \alpha.$$

Отсюда $T = Mg/(2 \operatorname{tg} \alpha)$.



1. В КЛШ-47 в обращение ввели монеты достоинством в 1, 2, 3, ..., 19, 20 лапок. У Арины Медведевой была одна монета. Она купила шоколадку и получила одну монету сдачи. Снова купила такую же шоколадку и получила сдачу тремя разными монетами. Хотела купить третью шоколадку, но денег не хватило.

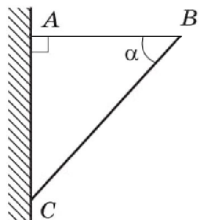
Сколько лапок стоит шоколадка?

2. В треугольник вписана окружность с радиусом 4. Точка касания окружности делит одну из сторон треугольника на кусочки 8 и 6 см. Найди сумму двух других сторон треугольника.

3. У Вани Сапогова глаза находятся на высоте h . Какова должна быть минимальная высота вертикального зеркала, чтобы Ваня Сапогов мог видеть в нём себя от кончиков сапогов до глаз?

Зондера готовы повесить зеркало на любой необходимой высоте :)

4. Тима Спрыжков собрал необычную конструкцию. Он прикрепил палку массой M к стене на шарнир в точке C . Нить соединяет точку A на стене и конец палки B . Угол α известен.



Определи силу натяжения нити AB .



1. В КЛШ-47 в обращение ввели монеты достоинством в 1, 2, 3, ..., 19, 20 лапок. У Арины Медведевой была одна монета. Она купила шоколадку и получила одну монету сдачи. Снова купила такую же шоколадку и получила сдачу тремя разными монетами. Хотела купить третью шоколадку, но денег не хватило.

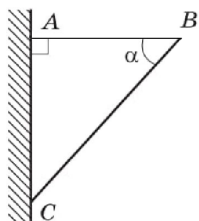
Сколько лапок стоит шоколадка?

2. В треугольник вписана окружность с радиусом 4. Точка касания окружности делит одну из сторон треугольника на кусочки 8 и 6 см. Найди сумму двух других сторон треугольника.

3. У Вани Сапогова глаза находятся на высоте h . Какова должна быть минимальная высота вертикального зеркала, чтобы Ваня Сапогов мог видеть в нём себя от кончиков сапогов до глаз?

Зондера готовы повесить зеркало на любой необходимой высоте :)

4. Тима Спрыжков собрал необычную конструкцию. Он прикрепил палку массой M к стене на шарнир в точке C . Нить соединяет точку A на стене и конец палки B . Угол α известен.



Определи силу натяжения нити AB .

За одну итерацию оппонирования можно получить максимум 1 балл. Вольные стрелки приносят команде от 0 до 3 баллов. Штрафы за выход за три минуты при решении своей задачи: от 0 до 30 секунд — 1 балл штрафа, от 30 до 60 секунд — 2 балла штрафа и далее 3 балла штрафа.

1. В КЛШ-47 в обращение ввели монеты достоинством в 1, 2, 3, ..., 19, 20 лапок. У Арины Медведевой была одна монета. Она купила шоколадку и получила одну монету сдачи. Снова купила такую же шоколадку и получила сдачу тремя разными монетами. Хотела купить третью шоколадку, но денег не хватило.

Сколько лапок стоит шоколадка?

Обозначим стоимость шоколадки за A . На вторую покупку сдачу D выдали тремя различными монетами, $1 + 2 + 3 = 6 \leq D$. Стоимость обязательно больше сдачи, $6 + 1 = 7 \leq D + 1 \leq A$. Следовательно, общие затраты, $S = 2A + D \geq 2 \cdot 7 + 6 = 20$. С другой стороны, $S \leq 20$, первоначально Арина пришла с одной лишь монетой, ценность которой не превышает 20.

Отсюда, $S = 20$, $D = 6$, $A = 7$.

Полный перебор: 3 балла. Угаданный ответ без аргументации и полного перебора: 1 балл.

2. Серёже Ламзину у отвала приснилась трапеция с основаниями 4 и 11 см и диагоналями 9 и 12 см.

Чему равна площадь трапеции?

Решение 1. Отложим основание 4 см правее основания в 11 см. Узнаём прямоугольный треугольник со сторонами 9, 12 и 15. Следовательно, угол между диагоналями прямой и площадь равна $S = 0.5 \cdot 9 \cdot 12 = 54$.

Решение 2. Обозначим высоту буквой h , проектируем короткое основание на длинное. Два раза используем теорему Пифагора и складываем нижнюю сторону из кусочков:

$$\sqrt{9^2 - h^2} + \sqrt{12^2 - h^2} = 11 + 4.$$

Решаем уравнение $h = 72/7$ и находим площадь $S = 54$.

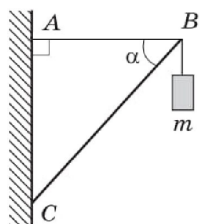
3. Два зеркала образуют двугранный угол φ . На одно из зеркал падает луч под углом α к перпендикуляру к зеркалу. На какой угол отклонится этот луч после двух отражений?

Все лучи перпендикулярны ребру угла, $\alpha < \varphi < \pi/2$.

Углы в треугольнике «зеркало-зеркало-луч» равны φ , $\pi/2 - \alpha$, $\pi/2 - \varphi + \alpha$. Углы в треугольнике из лучей равны 2α , $2\varphi - 2\alpha$, $\pi - 2\varphi$.

Ответ: $\pi - 2\varphi$.

4. Тима Спрыжков собрал необычную конструкцию. Он прикрепил палку массой M к стене на шарнир в точке C . Первая нить соединяет точку A на стене и конец палки B , вторая нить — конец палки B и груз массы m . Угол α известен.



Определи силу натяжения нити AB .

Правило моментов относительно точки C :

$$Mg \frac{\ell}{2} \cos \alpha + mg \ell \cos \alpha - T \ell \sin \alpha = 0.$$

Отсюда $T = (M/2 + m)g / \tan \alpha$.

За одну итерацию оппонирования можно получить максимум 1 балл. Вольные стрелки приносят команде от 0 до 3 баллов. Штрафы за выход за три минуты при решении своей задачи: от 0 до 30 секунд — 1 балл штрафа, от 30 до 60 секунд — 2 балла штрафа и далее 3 балла штрафа.

1. В КЛШ-47 в обращение ввели монеты достоинством в 1, 2, 3, ..., 19, 20 лапок. У Арины Медведевой была одна монета. Она купила шоколадку и получила одну монету сдачи. Снова купила такую же шоколадку и получила сдачу тремя разными монетами. Хотела купить третью шоколадку, но денег не хватило.

Сколько лапок стоит шоколадка?

Обозначим стоимость шоколадки за A . На вторую покупку сдачу D выдали тремя различными монетами, $1 + 2 + 3 = 6 \leq D$. Стоимость обязательно больше сдачи, $6 + 1 = 7 \leq D + 1 \leq A$. Следовательно, общие затраты, $S = 2A + D \geq 2 \cdot 7 + 6 = 20$. С другой стороны, $S \leq 20$, первоначально Арина пришла с одной лишь монетой, ценность которой не превышает 20.

Отсюда, $S = 20$, $D = 6$, $A = 7$.

Полный перебор: 3 балла. Угаданный ответ без аргументации и полного перебора: 1 балл.

2. Серёже Ламзину у отвала приснилась трапеция с основаниями 4 и 11 см и диагоналями 9 и 12 см.

Чему равна площадь трапеции?

Решение 1. Отложим основание 4 см правее основная в 11 см. Узнаём прямоугольный треугольник со сторонами 9, 12 и 15. Следовательно, угол между диагоналями прямой и площадь равна $S = 0.5 \cdot 9 \cdot 12 = 54$.

Решение 2. Обозначим высоту буквой h , проектируем короткое основание на длинное. Два раза используем теорему Пифагора и складываем нижнюю сторону из кусочков:

$$\sqrt{9^2 - h^2} + \sqrt{12^2 - h^2} = 11 + 4.$$

Решаем уравнение $h = 72/7$ и находим площадь $S = 54$.

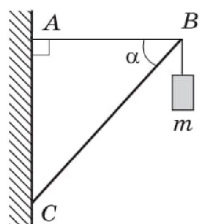
3. Два зеркала образуют двугранный угол φ . На одно из зеркал падает луч под углом α к перпендикуляру к зеркалу. На какой угол отклонится этот луч после двух отражений?

Все лучи перпендикулярны ребру угла, $\alpha < \varphi < \pi/2$.

Углы в треугольнике «зеркало-зеркало-луч» равны φ , $\pi/2 - \alpha$, $\pi/2 - \varphi + \alpha$. Углы в треугольнике из лучей равны 2α , $2\varphi - 2\alpha$, $\pi - 2\varphi$.

Ответ: $\pi - 2\varphi$.

4. Тима Спрыжков собрал необычную конструкцию. Он прикрепил палку массой M к стене на шарнир в точке C . Первая нить соединяет точку A на стене и конец палки B , вторая нить — конец палки B и груз массы m . Угол α известен.



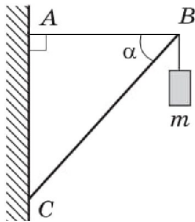
Определи силу натяжения нити AB .

Правило моментов относительно точки C :

$$Mg \frac{\ell}{2} \cos \alpha + mg \ell \cos \alpha - T \ell \sin \alpha = 0.$$

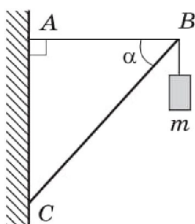
Отсюда $T = (M/2 + m)g / \tan \alpha$.

1. В КЛШ-47 в обращение ввели монеты достоинством в 1, 2, 3, ..., 19, 20 лапок. У Арины Медведевой была одна монета. Она купила шоколадку и получила одну монету сдачи. Снова купила такую же шоколадку и получила сдачу тремя разными монетами. Хотела купить третью шоколадку, но денег не хватило.
Сколько лапок стоит шоколадка?
2. Серёже Ламзину у отвала приснилась трапеция с основаниями 4 и 11 см и диагоналями 9 и 12 см.
Чему равна площадь трапеции?
3. Два зеркала образуют двугранный угол φ . На одно из зеркал падает луч под углом α к перпендикуляру к зеркалу. На какой угол отклонится этот луч после двух отражений?
Все лучи перпендикулярны ребру угла, $\alpha < \varphi < \pi/2$.
4. Тима Спрыжков собрал необычную конструкцию. Он прикрепил палку массой M к стене на шарнир в точке C . Первая нить соединяет точку A на стене и конец палки B , вторая нить — конец палки B и груз массы m . Угол α известен.



Определи силу натяжения нити AB .

1. В КЛШШ-47 в обращение ввели монеты достоинством в 1, 2, 3, ..., 19, 20 лапок. У Арины Медведевой была одна монета. Она купила шоколадку и получила одну монету сдачи. Снова купила такую же шоколадку и получила сдачу тремя разными монетами. Хотела купить третью шоколадку, но денег не хватило.
Сколько лапок стоит шоколадка?
2. Серёже Ламзину у отвала приснилась трапеция с основаниями 4 и 11 см и диагоналями 9 и 12 см.
Чему равна площадь трапеции?
3. Два зеркала образуют двугранный угол φ . На одно из зеркал падает луч под углом α к перпендикуляру к зеркалу. На какой угол отклонится этот луч после двух отражений?
Все лучи перпендикулярны ребру угла, $\alpha < \varphi < \pi/2$.
4. Тима Спрыжков собрал необычную конструкцию. Он прикрепил палку массой M к стене на шарнир в точке C . Первая нить соединяет точку A на стене и конец палки B , вторая нить — конец палки B и груз массы m . Угол α известен.



Определи силу натяжения нити AB .