

## Семинар 2. Полезные применения производной и ряд Тейлора.

**IN A DARK PLACE WE FIND  
OURSELVES, AND A LITTLE  
MORE KNOWLEDGE LIGHTS  
OUR WAY.**

Yoda

### Полезные применения производной

1. Точка  $A$  движется согласно уравнениям  $x_1 = 2t$ ,  $y_1 = t$ , а точка  $B$  – согласно уравнениям  $x_2 = 10 - t$ ,  $y_2 = 2t$  ( $x, y$  – в метрах,  $t$  – в секундах). Определить расстояние  $S$  между этими точками в момент их максимального сближения. Оба движения в одной плоскости, – координаты точек в прямоугольной системе координат в этой плоскости
2. К источнику электрической энергии с ЭДС  $E$  и внутренним сопротивлением  $r$  подключён реостат. Какую наибольшую тепловую мощность можно получить на внешнем участке цепи?
3. С какой наименьшей скоростью надо бросить мяч, чтобы забросить его на крышу дома высотой  $H$  с расстояния  $S$  от дома?
4. Даны две точки  $A$  и  $B$  по одну сторону от прямой  $l$ . Требуется найти на  $l$  такую точку  $D$ , чтобы сумма расстояний от  $A$  до  $D$  и от  $B$  до  $D$  была наименьшей.
5. \* Две среды разделены плоской границей. Луч света, идущий из точки, лежащей по одну сторону границы, в точку, лежащую по другую сторону, избирает путь, требующий наименьшего времени. Что это за путь, если скорость движения в указанных средах равна  $V_1$  и  $V_2$  соответственно?
6. \* Вписать в круг единичного радиуса прямоугольник наибольшей площади.
7. \* Ядро, летящее со скоростью  $V$ , распадается на два одинаковых осколка. Определите максимальный возможный угол  $\alpha$  между скоростями одного из осколков и вектором  $V$ , если при распаде покоящегося ядра осколки имеют скорость  $u < V$ .

8. \* Полуцилиндрическое зеркало поместили в широкий пучок света, идущий параллельно плоскости симметрии зеркала. Найдите максимальный угол между лучами в отраженном от зеркала пучке (угол расхождения).
9. \*\* Автомобиль с колёсами радиусом  $R$  движется без проскальзывания по горизонтальной дороге со скоростью  $V$ . На какую максимальную высоту над поверхностью земли поднимутся капли грязи, отрывающиеся от колёс?
10. \*\*\* Снаряд вылетает из пушки со скоростью  $V$  под углом  $\alpha$  к горизонту. Какое время снаряд приближается к пушке?

### Ряд Тейлора

1. Разложи в ряд Маклорена функции  $f(x)$   
(а)  $f(x) = e^{-x}$  до члена с  $x^n$       (d)  $f(x) = \sqrt{1+x}$  до члена с  $x^n$   
(b)  $f(x) = e^{2x-x^2}$  до члена с  $x^5$       (e)  $f(x) = \ln(1+x)$  до члена с  $x^n$   
(c)  $f(x) = x \sin x$  до члена с  $x^n$       (f)  $f(x) = (1+x)^\alpha$  до члена с  $x^n$
2. \* На боковую грань прозрачной призмы с малым преломляющим углом  $\phi$  падает луч света. Считая угол падения также малым, найдите угол отклонения луча, вышедшего из призмы (то есть угол  $\delta$  между вышедшим лучом и первоначальным). Показатель преломления материала призмы равен  $n$ .

Семинар 2. Полезные применения производной и ряд Тейлора.

IN A DARK PLACE WE FIND  
OURSELVES, AND A LITTLE  
MORE KNOWLEDGE LIGHTS  
OUR WAY.

Yoda

Полезные применения производной

1. Точка А движется согласно уравнениям  $x_1 = 2t$ ,  $y_1 = t$ , а точка В – согласно уравнениям  $x_2 = 10 - t$ ,  $y_2 = 2t$  (х, у – в метрах, t – в секундах). Определить расстояние S между этими точками в момент их максимального сближения. Оба движения в одной плоскости, – координаты точек в прямоугольной системе координат в этой плоскости

2. К источнику электрической энергии с ЭДС E и внутренним сопротивлением r подключён резистор. Какую наибольшую тепловую мощность можно получить на внешнем участке цепи?

3. С какой наименьшей скоростью надо бросить мяч, чтобы забросить его на крышу дома высотой H с расстояния S от дома?
4. Даны две точки А и В по одну сторону от прямой l. Требуется найти на l такую точку D, чтобы сумма расстояний от А до D и от В до D была наименьшей.

5. \* Две среды разделены плоской границей. Луч света, идущий из точки, лежащей по одну сторону границы, в точку, лежащую по другую сторону, избирает путь, требующий наименьшего времени. Что это за путь, если скорость движения в указанных средах равна  $v_1$  и  $v_2$  соответственно?

6. \* Вписать в круг единичного радиуса прямоугольник наибольшей площади.

7. \* Ядро, летящее со скоростью V, распадается на два одинаковых осколка. Определите максимальный возможный угол α между скоростями одного из осколков и вектором V, если при распаде покоящегося ядра осколки имеют скорость  $u > V$ .

Ряд Тейлора

1. Разложи в ряд Маклорена функцию  $f(x)$
- (а)  $f(x) = e^{-x}$  до члена с  $x^n$  (d)  $f(x) = \sqrt{1+x}$  до члена с  $x^n$
- (b)  $f(x) = e^{2x-x^2}$  до члена с  $x^5$  (e)  $f(x) = \ln(1+x)$  до члена с  $x^n$
- (c)  $f(x) = x \sin x$  до члена с  $x^n$  (f)  $f(x) = (1+x)^a$  до члена с  $x^n$
2. \* На боковую грань прозрачной призмы с малым преломляющим углом φ падает луч света. Считая угол падения также малым, найдите угол отклонения луча, вышедшего из призмы (то есть угол δ между вышедшим лучом и первоначальным). Показатель преломления материала равен n.

8. \* Получивлиндрическое зеркало поместили в широкий пучок света, идущий параллельно плоскости симметрии зеркала. Найдите максимальный угол между лучами в отраженном от зеркала пучке (угол расхождения).
9. \*\* Автомобиль с колёсами радиусом R движется без проскальзывания по горизонтальной дорожке со скоростью V. На какую максимальную высоту над поверхностью земли поднимутся капли грязи, отрываясь от колёс?
10. \*\*\* Снаряд вылетает из пушки со скоростью V под углом α к горизонту. Какое время снаряд приближается к пушке?