

Бабушка переходила дорогу не на тот свет, а попала на тот

1. Ламзин называет день “счастливым”, если все 6 цифр его записи различны. Например, 13.07.25 – счастливый день, а 23.07.25 – нет. Сколько всего счастливых дней у Сережи в 2025 году?

Грубым перебором по месяцам $xx.01.25, \dots, xx.10.25$ перебираем все случаи.

Ответ: 30 дней

2. У каждого из 10 школьников, получивших наряд, по 100 шишек. За один раунд один из школьников отдаёт каждому другому школьнику по одной своей шишке.

Какое наименьшее количество раундов нужно организовать, чтобы у всех оказалось разное количество фишек?

Оценка. Рассмотрим разность между количеством шишек двух участников при выполнении одного раунда. Разность либо изменяется на 10, либо постоянна. Значит любые два школьника должны сделать разное число действий.

Минимум равен $0 + 1 + 2 + \dots + 9 = 45$ раундов:

Первый сделает 0 раундов, второй – 1, третий – 2, ..., десятый – 9. Каждый отдаст не более $9 \cdot 9 = 81$ шишек.

Ответ: 45

3. **тур 2, 1990 год (15 сезон)** На пробку массой $m_n = 1.7$ г наматывают проволоку из алюминия. Плотность пробки $\rho_n = 0.5 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, алюминия $\rho_{ал} = 2.7 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, воды $\rho = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Определить минимальную массу алюминиевой проволоки $m_{ал}$, которую необходимо намотать на пробку, чтобы она вместе с пробкой погрузилась в воду.

Равенство сил

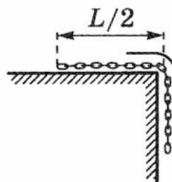
$$(m_{ал} + m_n)g = \rho g(V_n + V_{ал}), \quad V_{ал} = \frac{m_{ал}}{\rho_{ал}}, \quad V_n = \frac{m_n}{\rho_n}$$

Имеем

$$m_{ал} = m_n \frac{\rho/\rho_n - 1}{1 - \rho/\rho_{ал}} = 1.7 \frac{2 - 1}{1 - 1/2.7} \text{ г} = 2.7 \text{ г}$$

Ответ: 2.7 г

4. Массивная цепочка, находясь в гладкой изогнутой трубе, свешивается наполовину с края стола, как показано на рисунке. Какую скорость приобретет цепочка, когда вся окажется в вертикальной части трубы? Длина цепочки L .



Полная энергия системы сохраняется

$$-\frac{m}{2}g\frac{L}{4} = -\frac{mgL}{2} + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3}{4}gL}$$

Ответ: $v = \sqrt{\frac{3}{4}gL}$

За одну итерацию оппонирования можно получить максимум 1 балл. Вольные стрелки приносят команде от 0 до 3 баллов. Штрафы за выход за три минуты при решении своей задачи: от 0 до 30 секунд – 1 балл штрафа, от 30 до 60 секунд – 2 балла штрафа и далее 3 балла штрафа.

1. Ламзин называет день “счастливым”, если все 6 цифр его записи различны. Например, 13.07.25 – счастливый день, а 23.07.25 – нет. Сколько всего счастливых дней у Сережи в 2025 году?

Грубым перебором по месяцам $xx.01.25, \dots, xx.10.25$ перебираем все случаи.

Ответ: 30 дней

2. У каждого из 10 школьников, получивших наряд, по 100 шишек. За один раунд один из школьников отдаёт каждому другому школьнику по одной своей шишке.

Какое наименьшее количество раундов нужно организовать, чтобы у всех оказалось разное количество фишек?

Оценка. Рассмотрим разность между количеством шишек двух участников при выполнении одного раунда. Разность либо изменяется на 10, либо постоянна. Значит любые два школьника должны сделать разное число действий.

Минимум равен $0 + 1 + 2 + \dots + 9 = 45$ раундов:

Первый сделает 0 раундов, второй – 1, третий – 2, ..., десятый – 9. Каждый отдаст не более $9 \cdot 9 = 81$ шишек.

Ответ: 45

3. **тур 2, 1990 год (15 сезон)** На пробку массой $m_n = 1.7$ г наматывают проволоку из алюминия. Плотность пробки $\rho_n = 0.5 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, алюминия $\rho_{ал} = 2.7 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, воды $\rho = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Определить минимальную массу алюминиевой проволоки $m_{ал}$, которую необходимо намотать на пробку, чтобы она вместе с пробкой погрузилась в воду.

Равенство сил

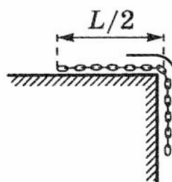
$$(m_{ал} + m_n)g = \rho g(V_n + V_{ал}), \quad V_{ал} = \frac{m_{ал}}{\rho_{ал}}, \quad V_n = \frac{m_n}{\rho_n}$$

Имеем

$$m_{ал} = m_n \frac{\rho/\rho_n - 1}{1 - \rho/\rho_{ал}} = 1.7 \frac{2 - 1}{1 - 1/2.7} \text{ г} = 2.7 \text{ г}$$

Ответ: 2.7 г

4. Массивная цепочка, находясь в гладкой изогнутой трубе, свешивается наполовину с края стола, как показано на рисунке. Какую скорость приобретет цепочка, когда вся окажется в вертикальной части трубы? Длина цепочки L .



Полная энергия системы сохраняется

$$-\frac{m}{2}g\frac{L}{4} = -\frac{mgL}{2} + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3}{4}gL}$$

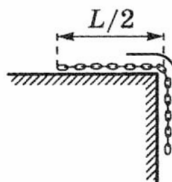
Ответ: $v = \sqrt{\frac{3}{4}gL}$



ФМТ. Тур 1.

КЛШ 50

1. Ламзин называет день “счастливым”, если все 6 цифр его записи различны. Например, 13.07.25 – счастливый день, а 23.07.25 – нет. Сколько всего счастливых дней у Сережи в 2025 году?
2. У каждого из 10 школьников, получивших наряд, по 100 шишек. За один раунд один из школьников отдаёт каждому другому школьнику по одной своей шишке.
Какое наименьшее количество раундов нужно организовать, чтобы у всех оказалось разное количество фишек?
3. **тур 2, 1990 год (15 сезон)** На пробку массой $m_p = 1.7$ г наматывают проволоку из алюминия. Плотность пробки $\rho_p = 0.5 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, алюминия $\rho_{\text{ал}} = 2.7 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, воды $\rho = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Определить минимальную массу алюминиевой проволоки $m_{\text{ал}}$, которую необходимо намотать на пробку, чтобы она вместе с пробкой погрузилась в воду.
4. Массивная цепочка, находясь в гладкой изогнутой трубе, свешивается наполовину с края стола, как показано на рисунке. Какую скорость приобретет цепочка, когда вся окажется в вертикальной части трубы? Длина цепочки L .



ФМТ. Тур 1.

КЛШ 50

1. Ламзин называет день “счастливым”, если все 6 цифр его записи различны. Например, 13.07.25 – счастливый день, а 23.07.25 – нет. Сколько всего счастливых дней у Сережи в 2025 году?
2. У каждого из 10 школьников, получивших наряд, по 100 шишек. За один раунд один из школьников отдаёт каждому другому школьнику по одной своей шишке.
Какое наименьшее количество раундов нужно организовать, чтобы у всех оказалось разное количество фишек?
3. **тур 2, 1990 год (15 сезон)** На пробку массой $m_p = 1.7$ г наматывают проволоку из алюминия. Плотность пробки $\rho_p = 0.5 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, алюминия $\rho_{\text{ал}} = 2.7 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, воды $\rho = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Определить минимальную массу алюминиевой проволоки $m_{\text{ал}}$, которую необходимо намотать на пробку, чтобы она вместе с пробкой погрузилась в воду.
4. Массивная цепочка, находясь в гладкой изогнутой трубе, свешивается наполовину с края стола, как показано на рисунке. Какую скорость приобретет цепочка, когда вся окажется в вертикальной части трубы? Длина цепочки L .

