

1. Функция  $f(x)$  задается уравнением  $5f(2x) + f(-2x) = 6x^2 + 6x$ . Чему равно  $f(2)$ .

Решаем систему уравнений

$$\begin{cases} 5f(2) + f(-2) = 12 \\ 5f(-2) + f(2) = 0 \end{cases} \Rightarrow f(2) = 2.5$$

Ответ: 2.5

2. В ромбе  $ABCD$  опустили высоту  $DE$  на основание  $BC$ , причем  $AE = 5$ . Диагональ  $AC$  пересекает высоту  $DE$  в точке  $M$  в соотношении  $ME : MD = 1 : 5$ . Найди сторону ромба.

Пусть  $y$  сторона ромба,  $ME = x, MD = 5x$ . Тогда  $\sqrt{36x^2 + y^2} = 5$ . Также из подобия  $EC = y/4$ , тогда  $36x^2 + \frac{y^2}{25} = y^2$ . Отсюда  $36x^2 = \frac{24y^2}{25}$ . Тогда  $y\sqrt{\frac{24}{25} + 1} = 5 \Rightarrow y = \frac{25}{7}$ .

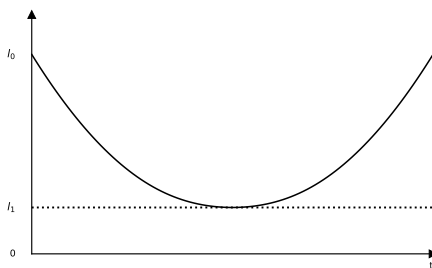
Ответ: 25/7

3. **финал, 2015 год (40 сезон)** Шерлоку Холмсу стало известно, что профессору Мориарти удалось сбежать на льдине даже не намочив ноги. Определи наименьшую возможную площадь льдины, если масса профессора  $m$ , а толщина льдины  $h$ . Плотности воды  $\rho_1$  и льда  $\rho_2$  считать известными.

$$\text{Равенство сил } (m + \rho_2 Sh)g = \rho_1 gSh \Rightarrow S = \frac{m}{h(\rho_1 - \rho_2)}$$

Ответ:  $\frac{m}{h(\rho_1 - \rho_2)}$

4. Тапок пнули вертикально вверх с поверхности земли. Расстояние  $l$  между этим телом и неподвижным Никитой Терентьевым, расположенным на уступе точно под местом запуска камня, изменяется со временем  $t$  по закону, показанному на графике (см. рисунок). Чему равна начальная скорость тела? Величины  $l_0$ ,  $l_1$  считайте известными, ускорение свободного падения равно  $g$ .



Из закона сохранения энергии

$$mg(l_0 - l_1) = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2g(l_0 - l_1)}$$

Ответ:  $\sqrt{2g(l_0 - l_1)}$

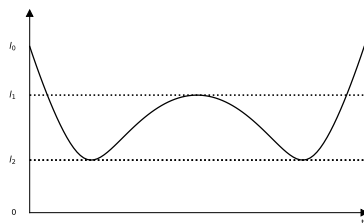
5. У каждого из 10 школьников, получивших наряд, по 100 шишек. За один раунд один из школьников отдаёт каждому другому школьнику по одной своей шишке. Какое наименьшее количество раундов нужно организовать, чтобы у всех оказалось разное количество шишек?

Оценка. Рассмотрим разность между количеством шишек двух участников при выполнении одного раунда. Разность либо изменяется на 10, либо постоянна. Значит любые два школьника должны сделать разное число действий.

Минимум равен  $0 + 1 + 2 + \dots + 9 = 45$  раундов: первый сделает 0 раундов, второй – 1, третий – 2, ..., десятый – 9. Каждый отдаст не более  $9 \cdot 9 = 81$  шишек.

Ответ: 45

6. Тапок пнули вертикально вверх с поверхности земли. Расстояние  $l$  между тапком и неподвижным Никитой Терентьевым изменяется со временем  $t$  по закону, показанному на графике (см. рисунок). Чему равна начальная скорость тела? Величины  $l_0$ ,  $l_1$  и  $l_2$  считайте известными, ускорение свободного падения равно  $g$ .



Наблюдатель расположен в координате  $(a, h)$  от точки броска. Тогда

$$l_0 = \sqrt{h^2 + a^2}, \quad l_2 = a, \quad l_1 = \sqrt{a^2 + (y_{\max} - h)^2}$$

Максимальная высота подъема

$$h = \sqrt{l_0^2 - l_2^2} \Rightarrow y_{\max} = \sqrt{l_0^2 - l_2^2} + \sqrt{l_1^2 - l_2^2}$$

Начальная скорость

$$v_0 = \sqrt{2gy_{\max}} = \sqrt{2g[\sqrt{l_0^2 - l_2^2} + \sqrt{l_1^2 - l_2^2}]}$$

ответ:  $\sqrt{2g[\sqrt{l_0^2 - l_2^2} + \sqrt{l_1^2 - l_2^2}]}$

1. Функция  $f(x)$  задается уравнением  $5f(2x) + f(-2x) = 6x^2 + 6x$ . Чему равно  $f(2)$ .

Решаем систему уравнений

$$\begin{cases} 5f(2) + f(-2) = 12 \\ 5f(-2) + f(2) = 0 \end{cases} \Rightarrow f(2) = 2.5$$

Ответ: 2.5

2. В ромбе  $ABCD$  опустили высоту  $DE$  на основание  $BC$ , причем  $AE = 5$ . Диагональ  $AC$  пересекает высоту  $DE$  в точке  $M$  в соотношении  $ME : MD = 1 : 5$ . Найди сторону ромба.

Пусть  $y$  сторона ромба,  $ME = x, MD = 5x$ . Тогда  $\sqrt{36x^2 + y^2} = 5$ . Также из подобия  $EC = y/4$ , тогда  $36x^2 + \frac{y^2}{25} = y^2$ . Отсюда  $36x^2 = \frac{24y^2}{25}$ . Тогда  $y\sqrt{\frac{24}{25} + 1} = 5 \Rightarrow y = \frac{25}{7}$ .

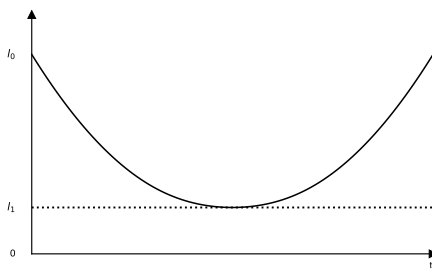
Ответ: 25/7

3. **финал, 2015 год (40 сезон)** Шерлоку Холмсу стало известно, что профессору Мориарти удалось сбежать на льдине даже не намочив ноги. Определи наименьшую возможную площадь льдины, если масса профессора  $m$ , а толщина льдины  $h$ . Плотности воды  $\rho_1$  и льда  $\rho_2$  считать известными.

$$\text{Равенство сил } (m + \rho_2 Sh)g = \rho_1 gSh \Rightarrow S = \frac{m}{h(\rho_1 - \rho_2)}$$

Ответ:  $\frac{m}{h(\rho_1 - \rho_2)}$

4. Тапок пнули вертикально вверх с поверхности земли. Расстояние  $l$  между этим телом и неподвижным Никитой Терентьевым, расположенным на уступе точно под местом запуска камня, изменяется со временем  $t$  по закону, показанному на графике (см. рисунок). Чему равна начальная скорость тела? Величины  $l_0$ ,  $l_1$  считайте известными, ускорение свободного падения равно  $g$ .



Из закона сохранения энергии

$$mg(l_0 - l_1) = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2g(l_0 - l_1)}$$

Ответ:  $\sqrt{2g(l_0 - l_1)}$

За одну итерацию оппонирования можно получить максимум 1 балл. Вольные стрелки приносят команде от 0 до 3 баллов. Штрафы за выход за три минуты при решении своей задачи: от 0 до 30 секунд – 1 балл штрафа, от 30 до 60 секунд – 2 балла штрафа и далее 3 балла штрафа.

1. Функция  $f(x)$  задается уравнением  $5f(2x) + f(-2x) = 6x^2 + 6x$ . Чему равно  $f(2)$ .

Решаем систему уравнений

$$\begin{cases} 5f(2) + f(-2) = 12 \\ 5f(-2) + f(2) = 0 \end{cases} \Rightarrow f(2) = 2.5$$

Ответ: 2.5

2. В ромбе  $ABCD$  опустили высоту  $DE$  на основание  $BC$ , причем  $AE = 5$ . Диагональ  $AC$  пересекает высоту  $DE$  в точке  $M$  в соотношении  $ME : MD = 1 : 5$ . Найди сторону ромба.

Пусть  $y$  сторона ромба,  $ME = x, MD = 5x$ . Тогда  $\sqrt{36x^2 + y^2} = 5$ . Также из подобия  $EC = y/4$ , тогда  $36x^2 + \frac{y^2}{25} = y^2$ . Отсюда  $36x^2 = \frac{24y^2}{25}$ . Тогда  $y\sqrt{\frac{24}{25} + 1} = 5 \Rightarrow y = \frac{25}{7}$ .

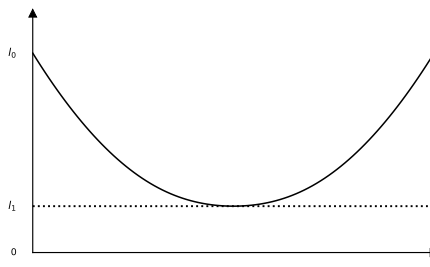
Ответ: 25/7

3. **финал, 2015 год (40 сезон)** Шерлоку Холмсу стало известно, что профессору Мориарти удалось сбежать на льдине даже не намочив ноги. Определи наименьшую возможную площадь льдины, если масса профессора  $m$ , а толщина льдины  $h$ . Плотности воды  $\rho_1$  и льда  $\rho_2$  считать известными.

$$\text{Равенство сил } (m + \rho_2 Sh)g = \rho_1 gSh \Rightarrow S = \frac{m}{h(\rho_1 - \rho_2)}$$

Ответ:  $\frac{m}{h(\rho_1 - \rho_2)}$

4. Тапок пнули вертикально вверх с поверхности земли. Расстояние  $l$  между этим телом и неподвижным Никитой Терентьевым, расположенным на уступе точно под местом запуска камня, изменяется со временем  $t$  по закону, показанному на графике (см. рисунок). Чему равна начальная скорость тела? Величины  $l_0$ ,  $l_1$  считайте известными, ускорение свободного падения равно  $g$ .



Из закона сохранения энергии

$$mg(l_0 - l_1) = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2g(l_0 - l_1)}$$

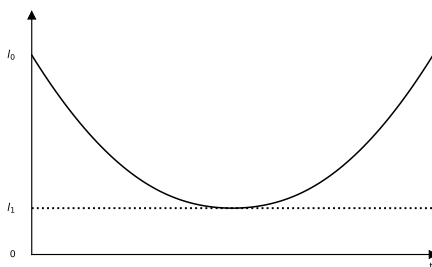
Ответ:  $\sqrt{2g(l_0 - l_1)}$



ФМТ: Тур 2.

КЛШ 50

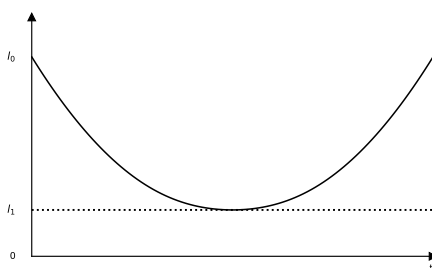
1. Функция  $f(x)$  задается уравнением  $5f(2x) + f(-2x) = 6x^2 + 6x$ . Чему равно  $f(2)$ .
2. В ромбе  $ABCD$  опустили высоту  $DE$  на основание  $BC$ , причем  $AE = 5$ . Диагональ  $AC$  пересекает высоту  $DE$  в точке  $M$  в соотношении  $ME : MD = 1 : 5$ . Найди сторону ромба.
3. **финал, 2015 год (40 сезон)** Шерлоку Холмсу стало известно, что профессору Мориарти удалось сбежать на льдине даже не намочив ноги. Определи наименьшую возможную площадь льдины, если масса профессора  $m$ , а толщина льдины  $h$ . Плотности воды  $\rho_1$  и льда  $\rho_2$  считать известными.
4. Тапок пнули вертикально вверх с поверхности земли. Расстояние  $l$  между этим телом и неподвижным Никитой Терентьевым, расположенным на уступе точно под местом запуска камня, изменяется со временем  $t$  по закону, показанному на графике (см. рисунок). Чему равна начальная скорость тела? Величины  $l_0$ ,  $l_1$  считайте известными, ускорение свободного падения равно  $g$ .



ФМТ: Тур 2.

КЛШ 50

1. Функция  $f(x)$  задается уравнением  $5f(2x) + f(-2x) = 6x^2 + 6x$ . Чему равно  $f(2)$ .
2. В ромбе  $ABCD$  опустили высоту  $DE$  на основание  $BC$ , причем  $AE = 5$ . Диагональ  $AC$  пересекает высоту  $DE$  в точке  $M$  в соотношении  $ME : MD = 1 : 5$ . Найди сторону ромба.
3. **финал, 2015 год (40 сезон)** Шерлоку Холмсу стало известно, что профессору Мориарти удалось сбежать на льдине даже не намочив ноги. Определи наименьшую возможную площадь льдины, если масса профессора  $m$ , а толщина льдины  $h$ . Плотности воды  $\rho_1$  и льда  $\rho_2$  считать известными.
4. Тапок пнули вертикально вверх с поверхности земли. Расстояние  $l$  между этим телом и неподвижным Никитой Терентьевым, расположенным на уступе точно под местом запуска камня, изменяется со временем  $t$  по закону, показанному на графике (см. рисунок). Чему равна начальная скорость тела? Величины  $l_0$ ,  $l_1$  считайте известными, ускорение свободного падения равно  $g$ .



За одну итерацию оппонирования можно получить максимум 1 балл. Вольные стрелки приносят команде от 0 до 3 баллов. Штрафы за выход за три минуты при решении своей задачи: от 0 до 30 секунд – 1 балл штрафа, от 30 до 60 секунд – 2 балла штрафа и далее 3 балла штрафа.

1. В ромбе  $ABCD$  опустили высоту  $DE$  на основание  $BC$ , причем  $AE = 5$ . Диагональ  $AC$  пересекает высоту  $DE$  в точке  $M$  в соотношении  $ME : MD = 1 : 5$ . Найди сторону ромба.

Пусть  $y$  сторона ромба,  $ME = x, MD = 5x$ . Тогда  $\sqrt{36x^2 + y^2} = 5$ . Также из подобия  $EC = y/4$ , тогда  $36x^2 + \frac{y^2}{25} = y^2$ . Отсюда  $36x^2 = \frac{24y^2}{25}$ . Тогда  $y\sqrt{\frac{24}{25} + 1} = 5 \Rightarrow y = \frac{25}{7}$ .

Ответ: 25/7

2. У каждого из 10 школьников, получивших наряд, по 100 шишек. За один раунд один из школьников отдаёт каждому другому школьнику по одной своей шишке. Какое наименьшее количество раундов нужно организовать, чтобы у всех оказалось разное количество шишек?

Оценка. Рассмотрим разность между количеством шишек двух участников при выполнении одного раунда. Разность либо изменяется на 10, либо постоянна. Значит любые два школьника должны сделать разное число действий.

Минимум равен  $0 + 1 + 2 + \dots + 9 = 45$  раундов: первый сделает 0 раундов, второй – 1, третий – 2, ..., десятый – 9. Каждый отдаст не более  $9 \cdot 9 = 81$  шишек.

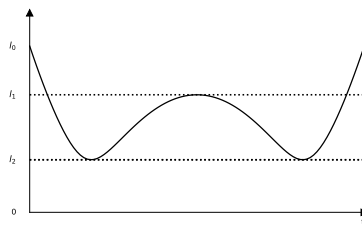
Ответ: 45

3. **финал, 2015 год (40 сезон)** Шерлоку Холмсу стало известно, что профессору Мориарти удалось сбежать на льдине даже не намочив ноги. Определи наименьшую возможную площадь льдины, если масса профессора  $m$ , а толщина льдины  $h$ . Плотности воды  $\rho_1$  и льда  $\rho_2$  считать известными.

$$\text{Равенство сил } (m + \rho_2 Sh)g = \rho_1 gSh \Rightarrow S = \frac{m}{h(\rho_1 - \rho_2)}$$

Ответ:  $\frac{m}{h(\rho_1 - \rho_2)}$

4. Тапок пнули вертикально вверх с поверхности земли. Расстояние  $l$  между тапком и неподвижным Никитой Терентьевым изменяется со временем  $t$  по закону, показанному на графике (см. рисунок). Чему равна начальная скорость тела? Величины  $l_0$ ,  $l_1$  и  $l_2$  считайте известными, ускорение свободного падения равно  $g$ .



Наблюдатель расположен в координате  $(a, h)$  от точки броска. Тогда

$$l_0 = \sqrt{h^2 + a^2}, \quad l_2 = a, \quad l_1 = \sqrt{a^2 + (y_{\max} - h)^2}$$

Максимальная высота подъема

$$h = \sqrt{l_0^2 - l_2^2} \Rightarrow y_{\max} = \sqrt{l_0^2 - l_2^2} + \sqrt{l_1^2 - l_2^2}$$

Начальная скорость

$$v_0 = \sqrt{2gy_{\max}} = \sqrt{2g[\sqrt{l_0^2 - l_2^2} + \sqrt{l_1^2 - l_2^2}]}$$

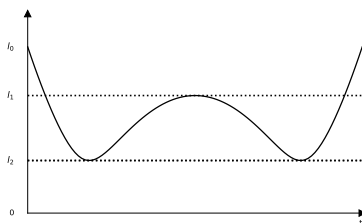
Ответ:  $\sqrt{2g[\sqrt{l_0^2 - l_2^2} + \sqrt{l_1^2 - l_2^2}]}$



ФМТ: Тур 2.

Клш 50

1. В ромбе  $ABCD$  опустили высоту  $DE$  на основание  $BC$ , причем  $AE = 5$ . Диагональ  $AC$  пересекает высоту  $DE$  в точке  $M$  в соотношении  $ME : MD = 1 : 5$ . Найди сторону ромба.
2. У каждого из 10 школьников, получивших наряд, по 100 шишек. За один раунд один из школьников отдаёт каждому другому школьнику по одной своей шишке. Какое наименьшее количество раундов нужно организовать, чтобы у всех оказалось разное количество шишек?
3. **финал, 2015 год (40 сезон)** Шерлоку Холмсу стало известно, что профессору Мориарти удалось сбежать на льдине даже не намочив ноги. Определи наименьшую возможную площадь льдины, если масса профессора  $m$ , а толщина льдины  $h$ . Плотности воды  $\rho_1$  и льда  $\rho_2$  считать известными.
4. Тапок пнули вертикально вверх с поверхности земли. Расстояние  $l$  между тапком и неподвижным Никитой Терентьевым изменяется со временем  $t$  по закону, показанному на графике (см. рисунок). Чему равна начальная скорость тела? Величины  $l_0$ ,  $l_1$  и  $l_2$  считайте известными, ускорение свободного падения равно  $g$ .



ФМТ: Тур 2.

Клш 50

1. В ромбе  $ABCD$  опустили высоту  $DE$  на основание  $BC$ , причем  $AE = 5$ . Диагональ  $AC$  пересекает высоту  $DE$  в точке  $M$  в соотношении  $ME : MD = 1 : 5$ . Найди сторону ромба.
2. У каждого из 10 школьников, получивших наряд, по 100 шишек. За один раунд один из школьников отдаёт каждому другому школьнику по одной своей шишке. Какое наименьшее количество раундов нужно организовать, чтобы у всех оказалось разное количество шишек?
3. **финал, 2015 год (40 сезон)** Шерлоку Холмсу стало известно, что профессору Мориарти удалось сбежать на льдине даже не намочив ноги. Определи наименьшую возможную площадь льдины, если масса профессора  $m$ , а толщина льдины  $h$ . Плотности воды  $\rho_1$  и льда  $\rho_2$  считать известными.
4. Тапок пнули вертикально вверх с поверхности земли. Расстояние  $l$  между тапком и неподвижным Никитой Терентьевым изменяется со временем  $t$  по закону, показанному на графике (см. рисунок). Чему равна начальная скорость тела? Величины  $l_0$ ,  $l_1$  и  $l_2$  считайте известными, ускорение свободного падения равно  $g$ .

