

Бабушка переходила дорогу не на тот свет, а попала на тот

1. На доске 200 на 200 расставлено 200 ладей, не бьющих друг друга. Ладейный зондер посчитал число ладей в верхнем правом квадрате размера 100 на 100 и вычел из него число ладей в левом нижнем квадрате размера 100 на 100.

Какое число у него могло получиться?

Разделим доску на четыре квадрата 100 на 100. Обозначим через k число ладей, которые стоят в левом верхнем квадрате. Левый и правый верхние квадраты образуют вместе 100 верхних строк, следовательно, в них расположено 100 ладей. Поэтому в правом верхнем квадрате расположено $100-k$ ладей. Аналогично вычисляется число ладей в левом нижнем квадрате – их тоже $100-k$. Ответ: 0 ладей

2. Найди приведённый квадратный трёхчлен ($x^2 + px + q$) такой, что его старшие коэффициенты отличаются на 2 и они положительные, а корни отличаются в 2 раза.

$$\text{Корни } x_1 = \frac{-p + \sqrt{p^2 - 4q}}{2}, \quad x_2 = \frac{-p - \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$$

Пусть $x_2 = 2x_1$. Тогда: $p = 3\sqrt{p^2 - 4q} \Rightarrow 8p^2 = 36q \Rightarrow 2p^2 = 9q$ при $p \geq 0$. Если $q = p + 2$, то:

$$2p^2 - 9p - 18 = 0, \quad D = 81 + 2 \cdot 4 \cdot 18 = 15^2 \Rightarrow p_1 = \frac{9 + 15}{4} = 6, \quad p_2 = \frac{9 - 15}{4} = -\frac{3}{2}$$

Подходит только $p_1 = 6, q_1 = p + 2 = 8$. Если $q = p - 2$, то $2p^2 - 9p + 18 = 0, D = 81 - 8 \cdot 18 < 0 \Rightarrow$ корней нет.

Пусть $x_1 = 2x_2$. Тогда: $-p = 3\sqrt{p^2 - 4q} \Rightarrow 2p^2 = 9q$ при $p \leq 0$, что не подходит по условию

Ответ: $x^2 + 6x + 8$

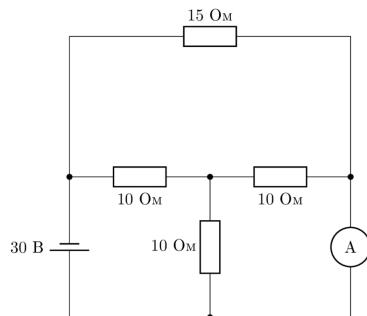
3. (тур 1, 2010 год (35 сезон)) Плотность сухого песка равна ρ_1 , а плотность очень влажного песка, насыщенного водой, равна ρ_2 . Плотность воды равна ρ_0 . Найди среднюю плотность песчинок в смеси воды и песка.

Запишем $\rho_1 = \frac{m_{\text{пес}}}{V_{\text{пес}}}, \quad \rho_2 = \frac{m_{\text{пес}} + m_{\text{в}}}{V_{\text{пес}} + V_{\text{в}}}, \quad \rho_0 = \frac{m_{\text{в}}}{V_{\text{в}}} \Rightarrow V_{\text{в}} = V_{\text{пес}} \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_0 - \rho_2}$. Таким образом

$$\rho_{\text{ср}} = \frac{m_{\text{пес}}}{V_{\text{пес}} + V_{\text{в}}} = \rho_1 \frac{\rho_0 - \rho_2}{\rho_0 - \rho_1}$$

Ответ: $\rho_{\text{ср}} = \frac{m_{\text{пес}}}{V_{\text{пес}} + V_{\text{в}}} = \rho_1 \frac{\rho_0 - \rho_2}{\rho_0 - \rho_1}$

4. Что покажет амперметр в схеме, изображенной на рисунке? Сопротивление амперметра пренебрежимо мало.



Замкнем амперметр и получим, что сопротивление резисторов по 10 Ом равно $R = 10 + \frac{10 \cdot 10}{2 \cdot 10} = 15$ Ом. Таким образом ток, протекающий через R (соединение параллельно) $I = \frac{U}{R} = 2$ А

Размыкаем амперметр. По маленьким резисторам, соединенным параллельно протечет ток $I/2$, а значит ток через амперметр $I_A = I/2 = 1$ А

Ответ: 1 А.

За одну итерацию оппонирования можно получить максимум 1 балл. Вольные стрелки приносят команде от 0 до 3 баллов. Штрафы за выход за три минуты при решении своей задачи: от 0 до 30 секунд – 1 балл штрафа, от 30 до 60 секунд – 2 балла штрафа и далее 3 балла штрафа.

1. На доске 200 на 200 расставлено 200 ладей, не бьющих друг друга. Ладейный зондер посчитал число ладей в верхнем правом квадрате размера 100 на 100 и вычел из него число ладей в левом нижнем квадрате размера 100 на 100.

Какое число у него могло получиться?

Разделим доску на четыре квадрата 100 на 100. Обозначим через k число ладей, которые стоят в левом верхнем квадрате. Левый и правый верхние квадраты образуют вместе 100 верхних строк, следовательно, в них расположено 100 ладей. Поэтому в правом верхнем квадрате расположено $100-k$ ладей. Аналогично вычисляется число ладей в левом нижнем квадрате – их тоже $100-k$. Ответ: 0 ладей

2. Найди приведённый квадратный трёхчлен $(x^2 + px + q)$ такой, что его старшие коэффициенты отличаются на 2 и они положительные, а корни отличаются в 2 раза.

$$\text{Корни } x_1 = \frac{-p + \sqrt{p^2 - 4q}}{2}, \quad x_2 = \frac{-p - \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$$

Пусть $x_2 = 2x_1$. Тогда: $p = 3\sqrt{p^2 - 4q} \Rightarrow 8p^2 = 36q \Rightarrow 2p^2 = 9q$ при $p \geq 0$. Если $q = p + 2$, то:

$$2p^2 - 9p - 18 = 0, \quad D = 81 + 2 \cdot 4 \cdot 18 = 15^2 \Rightarrow p_1 = \frac{9 + 15}{4} = 6, \quad p_2 = \frac{9 - 15}{4} = -\frac{3}{2}$$

Подходит только $p_1 = 6, q_1 = p + 2 = 8$. Если $q = p - 2$, то $2p^2 - 9p + 18 = 0, D = 81 - 8 \cdot 18 < 0 \Rightarrow$ корней нет.

Пусть $x_1 = 2x_2$. Тогда: $-p = 3\sqrt{p^2 - 4q} \Rightarrow 2p^2 = 9q$ при $p \leq 0$, что не подходит по условию

Ответ: $x^2 + 6x + 8$

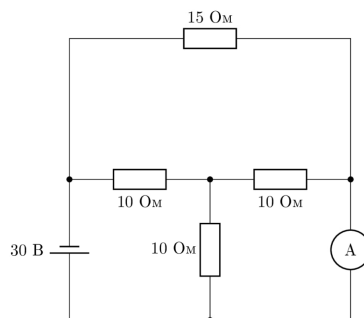
3. (тур 1, 2010 год (35 сезон)) Плотность сухого песка равна ρ_1 , а плотность очень влажного песка, насыщенного водой, равна ρ_2 . Плотность воды равна ρ_0 . Найди среднюю плотность песчинок в смеси воды и песка.

Запишем $\rho_1 = \frac{m_{\text{пес}}}{V_{\text{пес}}}, \quad \rho_2 = \frac{m_{\text{пес}} + m_{\text{в}}}{V_{\text{пес}} + V_{\text{в}}}, \quad \rho_0 = \frac{m_{\text{в}}}{V_{\text{в}}} \Rightarrow V_{\text{в}} = V_{\text{пес}} \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_0 - \rho_2}$. Таким образом

$$\rho_{\text{ср}} = \frac{m_{\text{пес}}}{V_{\text{пес}} + V_{\text{в}}} = \rho_1 \frac{\rho_0 - \rho_2}{\rho_0 - \rho_1}$$

Ответ: $\rho_{\text{ср}} = \frac{m_{\text{пес}}}{V_{\text{пес}} + V_{\text{в}}} = \rho_1 \frac{\rho_0 - \rho_2}{\rho_0 - \rho_1}$

4. Что покажет амперметр в схеме, изображенной на рисунке? Сопротивление амперметра пренебрежимо мало.



Замкнем амперметр и получим, что сопротивление резисторов по 10 Ом равно $R = 10 + \frac{10 \cdot 10}{2 \cdot 10} = 15$ Ом. Таким образом ток, протекающий через R (соединение параллельно) $I = \frac{U}{R} = 2$ А

Размыкаем амперметр. По маленьким резисторам, соединенным параллельно протечет ток $I/2$, а значит ток через амперметр $I_A = I/2 = 1$ А

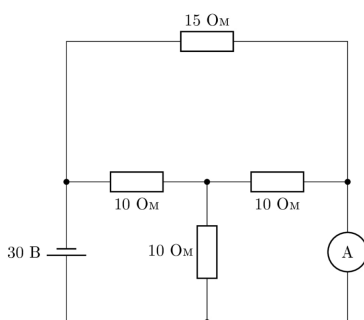
Ответ: 1 А.



1. На доске 200 на 200 расставлено 200 ладей, не бьющих друг друга. Ладейный зондер посчитал число ладей в верхнем правом квадрате размера 100 на 100 и вычел из него число ладей в левом нижнем квадрате размера 100 на 100.

Какое число у него могло получиться?

2. Найди приведённый квадратный трёхчлен ($x^2 + px + q$) такой, что его старшие коэффициенты отличаются на 2 и они положительные, а корни отличаются в 2 раза.
3. (тур 1, 2010 год (35 сезон)) Плотность сухого песка равна ρ_1 , а плотность очень влажного песка, насыщенного водой, равна ρ_2 . Плотность воды равна ρ_0 . Найди среднюю плотность песчинок в смеси воды и песка.
4. Что покажет амперметр в схеме, изображенной на рисунке? Сопротивление амперметра пренебрежимо мало.



1. На доске 200 на 200 расставлено 200 ладей, не бьющих друг друга. Ладейный зондер посчитал число ладей в верхнем правом квадрате размера 100 на 100 и вычел из него число ладей в левом нижнем квадрате размера 100 на 100.

Какое число у него могло получиться?

2. Найди приведённый квадратный трёхчлен ($x^2 + px + q$) такой, что его старшие коэффициенты отличаются на 2 и они положительные, а корни отличаются в 2 раза.
3. (тур 1, 2010 год (35 сезон)) Плотность сухого песка равна ρ_1 , а плотность очень влажного песка, насыщенного водой, равна ρ_2 . Плотность воды равна ρ_0 . Найди среднюю плотность песчинок в смеси воды и песка.
4. Что покажет амперметр в схеме, изображенной на рисунке? Сопротивление амперметра пренебрежимо мало.

