

Содержание

1	Парабола	2
2	Заметай	2
3	Разрезай, Коси и Заметай	3
4	Загоночная работа	3
5	Лог. КЛШ-2022	4
5.1	Плакат . . . . .	4
6	Решения	4
7	Источники мудрости	4

Анонс

...

## 1. Парабола

Три алгебраических вида. Важно уметь быстро строить из любого вида!

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y = a(x - x_v) + y_v$$

$$y = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Совет: рисуйте сразу, не переводя из одного вида в другой.

Вопрос: правда ли, что все круги одинаковой формы, но разного размера?

Вопрос: правда ли, что все параболы одинаковой формы, но разного размера?

Подумайте о  $y = x^2$  и  $y = 6x^2$ .

Два геометрических определения.

Парабола — множество точек, находящихся на одинаковом расстоянии от заданной точки  $F$  и заданной прямой  $d$ . Точка  $F$  называется фокусом, а прямая  $d$  — директрисой.

Упражнение. Даны фокус  $F$  и директриса  $d$ . Как геометрически построить какую-нибудь точку на параболе?

Парабола — кривая, отражающая параллельно идущие лучи в одну точку  $F$ .

Доказательство того, определение через множество точек обладает свойством фокусировки лучей.

Шок-контент. Все параболы одинаковой формы! Ведь при увеличении можно произвольным образом менять расстояние между фокусом и директрисой, а именно им всё и определяется. Алгебраически,  $y = 6x^2$ ,  $6y = 6^2x^2$ ,  $\tilde{y} = \tilde{x}^2$ .

Упражнение. Дан фокус  $F$  и директриса  $d$ . Как наиболее просто выбрать оси? Запишите уравнение параболы в выбранных осях.

Упражнение. Дана парабола  $y = x^2$ . Найдите фокус и директрису.

Упражнение. Дана парабола  $y = 2x^2 + 6x + 7$ . Найдите фокус и директрису.

О школьниках: на первом занятии было 17 человек.

## 2. Заметай

Вспоминаем, что парабола сама построится в виде огибающей, если нарисовать все касательные.

Вопрос: как можно описать прямую?

Вопрос: как можно описать дружное семейство прямых?

Прямая определяется двумя точками. Если добавить параметр  $a$  в координаты этих двух точек, то получится семейство прямых!

Как убить время и заработать деньги с помощью параболы?

Упражнение. Нарисуйте семейство прямых, проходящих через  $L(0, a) - R(10 - a, 0)$ . Запишите формулой это семейство. Найдите (п)огибающую визуально и аналитически. Находить уравнение огибающей проще в новых координатах,  $x' = y - x$ ,  $y' = x + y$ .

google: envelope / string art / огибающая / изонить

Рисуем прямые или отрезки в любом количестве. Размечаем все прямые с равным шагом на каждой прямой. Соединяем размеченные точки на паре прямых семейством прямых, получаем огибающую семейства. Повторяем с разными парами прямых, получаем разные огибающие.

Упражнение. Нарисуйте семейство прямых, проходящих через  $L(a, a) - R(10 - a, 0)$ . Запишите формулой это семейство. Найдите (п)огибающую визуально и аналитически. Подумайте, в каких ортогональных координатах удобнее находить уравнение огибающей.

Снова шок-контент: форма огибающей семейства не зависит от того, взяты ли ортогональные оси или прямые под углом в один градус для построения семейства огибающих.

doodle: параболы между лучами пучка прямых, параболы в шестигольнике.

Можно делать поделки или NFT :)

О школьниках: на первом занятии было 17 человек.

### 3. Разрезай, Коси и Заметай

аддитивность, принцип Кавальери, принцип Мамикона

Площадь окружности с помощью разрезов.

Коси

Скошенная колода карт.

Заметай.

Обходим эллипс касательным отрезком, даны длины полуосей и длина отрезка. Находим площадь.

Трактриса.

Площадь кольца — два способа. Можно вычесть окружности, можно обойти касательным отрезком меньшую окружность.

### 4. Загоночная работа

## 5. Лог. КЛШ-2022

1.

В теховском файле \newpage стоит, чтобы легко было скопировать секцию, для печати двух копий подряд на одном листе. Это позволяет экономить бумагу и время при печати :)

### 5.1. Плакат

## 6. Решения

## 7. Источники мудрости

передать потом в bib-файл

1. <https://math.stackexchange.com/questions/475666/>
2. <https://en.wikipedia.org/wiki/Parabola>
3. <http://www.physicsinsights.org/>
4. <https://en.wikipedia.org/wiki/Hyperbola>
5. <https://www.mathed.page/parabolas/geometry/>
6. <https://en.wikipedia.org/wiki/Ellipse>