

Содержание

1	Встреча раз	2
2	Встреча два	2
3	Лог. КЛШ-2023	9
3.1	Плакат	9
4	Решения	9
5	Источники мудрости	9

Анонс

...

1. Встреча раз

Узел: верёвка, соединяющая две стены *или* замкнутая кривая в пространстве.

Вяжем прямой или встречный узел.

Упражнение. Завяжи произвольный узел и нарисуй его плоскую диаграмму.

Упражнение. Занумеруй пересечения и запиши узел, произжая по нему на машине и отмечая, сверху или снизу едешь по мосту, направо или налево ведёт поперечная дорога.

A = Above, B = Below, L = Left, R = Right, AL = Above Left и так далее.

Упражнение. Нарисуй плоскую диаграмму по записи узла.

Определение косы.

2. Встреча два

Упражнение. Нарисуй плоскую диаграмму по записи.

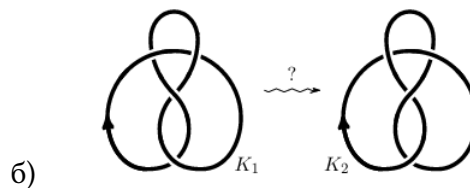
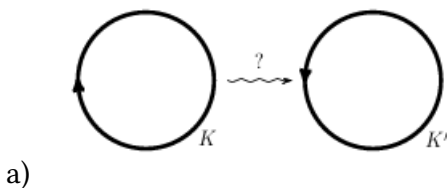
Три нити. Коса b_1 . Коса b_2 . Умножение кос.

1. Единичная коса 1 при умножении на любую косу не меняет её.
Как выглядит единичная коса на пяти нитях?
2. Коса b_1^{-1} при умножении на косу b_1 должна порождать единичную косу.
Нарисуй косу b_1^{-1} на трёх нитях.
3. Нарисуй косу $b_1b_2b_3^3b_1^{-1}b_2b_3^{-1}$ на четырёх нитях.
4. Правда ли, что $b_1b_2 = b_2b_1$? Правда ли, что $b_2b_4 = b_4b_2$?
5. Правда ли, что $b_1b_2b_3 = b_3b_2b_1$? Правда ли, что $b_2b_1b_2 = b_1b_2b_1$?
6. Нарисуй косу $b_1^3b_2$ на трёх нитях, замкни её и запиши плоскую диаграмму полученного узла.
7. Перед тобой узлы:
Для каждого узла нарисуй косу, которая его порождает при замыкании. Запиши полученную косу.
8. Сколько узлов получается при замыкании косы $b_1^2b_3^4$ на четырёх нитях?
9. Сколько узлов получается при замыкании косы $b_1b_2^2b_3^3b_4^4b_5^5$ на шести нитях?
10. Нарисуй узел $(AL)_1(BL)_2(AR)_3(BR)_1(AL)_4(BL)_3(AR)_2(BR)_4$. Нарисуй косу, которая при замыкании даёт этот узел. Запиши эту косу.

1. Единичная коса 1 при умножении на любую косу не меняет её.
Как выглядит единичная коса на пяти нитях?
2. Коса b_1^{-1} при умножении на косу b_1 должна порождать единичную косу.
Нарисуй косу b_1^{-1} на трёх нитях.
3. Нарисуй косу $b_1b_2b_3^3b_1^{-1}b_2b_3^{-1}$ на четырёх нитях.
4. Правда ли, что $b_1b_2 = b_2b_1$? Правда ли, что $b_2b_4 = b_4b_2$?
5. Правда ли, что $b_1b_2b_3 = b_3b_2b_1$? Правда ли, что $b_2b_1b_2 = b_1b_2b_1$?
6. Нарисуй косу $b_1^3b_2$ на трёх нитях, замкни её и запиши плоскую диаграмму полученного узла.
7. Перед тобой узлы:
Для каждого узла нарисуй косу, которая его порождает при замыкании. Запиши полученную косу.
8. Сколько узлов получается при замыкании косы $b_1^2b_3^4$ на четырёх нитях?
9. Сколько узлов получается при замыкании косы $b_1b_2^2b_3^3b_4^4b_5^5$ на шести нитях?
10. Нарисуй узел $(AL)_1(BL)_2(AR)_3(BR)_1(AL)_4(BL)_3(AR)_2(BR)_4$. Нарисуй косу, которая при замыкании даёт этот узел. Запиши эту косу.

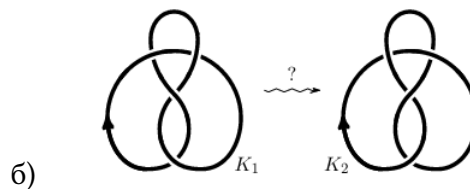
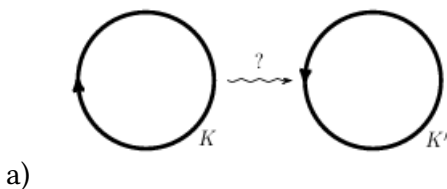
Воровской узел.

- Какой узел O при сложении с любым другим узлом K не изменяет его, $K \# O = O \# K = K$?
- Правда ли, что для узлов $K_1 \# K_2 = K_2 \# K_1$?
- Зацепи n тривиальных узлов самым простым образом так, чтобы при разрезании одного любого кольца всё зацепления распадалось на отдельные кусочки:
 - Зацепление Хопфа, $n = 2$;
 - Зацепление Борромео, $n = 3$;
 - $n = 4$;
- Используя движения Рейдемейстера перевиди одну картинку в другую



- Зарисуй движение Рейдемейстера Ω_1 на диаграмме Гаусса и запиши его в коде узла Гаусса. Рассмотрите все варианты.
- Как может выглядеть движение Рейдемейстера Ω_2 на диаграмме Гаусса и в коде узла Гаусса?
- Как может выглядеть движение Рейдемейстера Ω_3 на диаграмме Гаусса и в коде узла Гаусса?

- Какой узел O при сложении с любым другим узлом K не изменяет его, $K \# O = O \# K = K$?
- Правда ли, что для узлов $K_1 \# K_2 = K_2 \# K_1$?
- Зацепи n тривиальных узлов самым простым образом так, чтобы при разрезании одного любого кольца всё зацепления распадалось на отдельные кусочки:
 - Зацепление Хопфа, $n = 2$;
 - Зацепление Борромео, $n = 3$;
 - $n = 4$;
- Используя движения Рейдемейстера перевиди одну картинку в другую



- Зарисуй движение Рейдемейстера Ω_1 на диаграмме Гаусса и запиши его в коде узла Гаусса. Рассмотрите все варианты.
- Как может выглядеть движение Рейдемейстера Ω_2 на диаграмме Гаусса и в коде узла Гаусса?
- Как может выглядеть движение Рейдемейстера Ω_3 на диаграмме Гаусса и в коде узла Гаусса?

Для зацепления из двух компонент *коэффициент зацепления* $lk = (N_R - N_L)/2$, где N_R — число мостов, где первая компонента проходит над второй и под мостом поток приходит с правой стороны, а N_L — число мостов, где первая компонента проходит над второй и под мостом поток приходит с левой стороны.

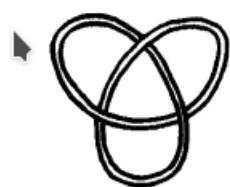
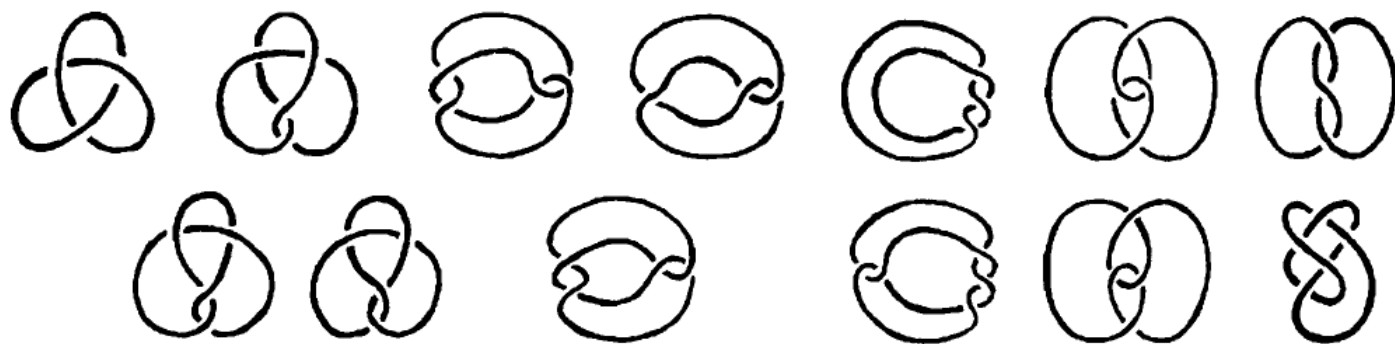
Плоская диаграмма узла называется *раскрашиваемой в три цвета*, если каждый отрезок узла от прохода под мостом до прохода под мостом можно раскрасить в один из трёх цветов так, чтобы в каждом пересечении встречались три цвета или один цвет.

1. Какие из диаграмм можно раскрасить в три цвета по правилам?
2. Для каждого двухкомпонентного зацепления посчитай коэффициент зацепления.
3. Что происходит с коэффициентом зацепления, если первую компоненту считать второй, а вторую — первой?
4. Что происходит с коэффициентом зацепления, если поменять направление обхода первой компоненты?
5. Докажи, что движения Рейдемейстера сохраняют раскрашиваемость в три цвета.
6. Докажи, что движения Рейдемейстера сохраняют коэффициент зацепления.

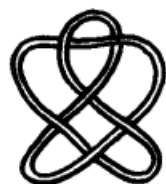
Для зацепления из двух компонент *коэффициент зацепления* $lk = (N_R - N_L)/2$, где N_R — число мостов, где первая компонента проходит над второй и под мостом поток приходит с правой стороны, а N_L — число мостов, где первая компонента проходит над второй и под мостом поток приходит с левой стороны.

Плоская диаграмма узла называется *раскрашиваемой в три цвета*, если каждый отрезок узла от прохода под мостом до прохода под мостом можно раскрасить в один из трёх цветов так, чтобы в каждом пересечении встречались три цвета или один цвет.

1. Какие из диаграмм можно раскрасить в три цвета по правилам?
2. Для каждого двухкомпонентного зацепления посчитай коэффициент зацепления.
3. Что происходит с коэффициентом зацепления, если первую компоненту считать второй, а вторую — первой?
4. Что происходит с коэффициентом зацепления, если поменять направление обхода первой компоненты?
5. Докажи, что движения Рейдемейстера сохраняют раскрашиваемость в три цвета.
6. Докажи, что движения Рейдемейстера сохраняют коэффициент зацепления.


 $3_1 \quad 3$
 0.0
 $\{-4\} (-1 \ 1 \ 0 \ 1)$

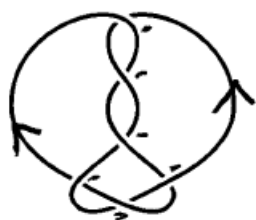
 $6_1 \quad 42$
 3.16396322
 $\{-4\} (1 -1 \ 1 \ -2 \ 2 \ -1 \ 1)$

 $4_1 \quad 22$
 2.02988321
 $\{-2\} (1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1)$

 $6_2 \quad 312$
 4.40083251
 $\{-5\} (1 \ -2 \ 2 \ -2 \ 2 \ -1 \ 1)$

 $5_1 \quad 5$
 0.0
 $\{-7\} (-1 \ 1 \ -1 \ 1 \ 0 \ 1)$

 $6_3 \quad 2112$
 5.69302109
 $\{-3\} (-1 \ 2 \ -2 \ 3 \ -2 \ 2 \ -1)$

 $5_2 \quad 32$
 2.8281220
 $\{-6\} (-1 \ 1 \ -1 \ 2 \ -1 \ 1)$

 $7_1 \quad 7$
 0.0
 $\{-10\} (-1 \ 1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1 \ 0 \ 1)$


3. Лог. КЛШ-2023

Курс выбрали 7 школьников.

1.

В теховском файле \newpage стоит, чтобы легко было скопировать секцию, для печати двух копий подряд на одном листе. Это позволяет экономить бумагу и время при печати :)

3.1. Плакат

4. Решения

5. Источники мудрости

передать потом в bib-файл

1. <https://ctan.org/pkg/braids>: рисование кос
2. <https://tex.stackexchange.com/questions/559167/>: шрифт с набором реалистичных узлов
3. <https://ctan.org/pkg/pst-knot>: десяток готовых узлов: не работает?
4. <https://ctan.org/pkg/spath3>: рисуем произвольные узлы
5. <https://ncatlab.org/nlab/show/SVG+images>: немного svg-картинок узлов, движения Рейдемейстера