

Содержание

1	Ним-сложение	2
1	Ним-сложение	3
2	Лог. КЛШ-2023	8
2.1	Плакаты	8
3	Решения	8
4	Источники мудрости	8

Анонс

...

1. Ним-сложение

$\mathbb{Z}_{\geq 0}$ — целые неотрицательные числа.

\oplus — ним-сложение: переводим число в двоичную систему счисления, складываем побитно без переноса ($0+0=0$, $1+0=1$, $1+1=0$), переводим обратно в исходную систему счисления.

\otimes — ним-умножение: переводим число в двоичную систему счисления, побитно умножаем, переводим в исходную систему счисления.

1. Найди $2 \oplus 2$, $10 \oplus 5$, $\underbrace{5 \oplus 5 \oplus \dots \oplus 5}_{2023 \text{ раза}}$.

2. Найди $2 \otimes 2$, $10 \otimes 5$, $\underbrace{5 \otimes 5 \otimes \dots \otimes 5}_{2023 \text{ раза}}$.

3. Всегда ли $a \oplus b = b \oplus a$? Придумай числа, нарушающие равенство, или объясни, почему равенство верно всегда.

4. Всегда ли $a \otimes b = b \otimes a$? Придумай числа, нарушающие равенство, или объясни, почему равенство верно всегда.

5. Реши уравнение $x \oplus 7 = 0$, $9 \oplus y = 11$.

6. Объясни, как устроено ним-вычитание чисел? Ним-вычитание должно быть обратным действием к ним-сложению.

7. Придумай числа a , b и c такие, что $a \cdot (b \oplus c) = a \cdot b \oplus a \cdot c$.

8. Придумай числа a , b и c такие, что $a \cdot (b \oplus c) \neq a \cdot b \oplus a \cdot c$.

9. Реши уравнения $3 \cdot x \oplus 12 = 0$ и $x \oplus x \oplus x \oplus 12 = 0$.

10. В сумме $5 \oplus 10 \oplus 7$ замени одно из чисел на *большее*, чтобы сумма превратилась в ноль.

11. В сумме $5 \oplus 10 \oplus 7$ замени одно из чисел на *меньшее*, чтобы сумма превратилась в ноль.

12. Миша ним-складывает числа не превосходящие 10, сколько максимум он может получить?

13. Маша ним-складывает числа не превосходящие 7, сколько максимум она может получить?

14. Реши уравнение $x \otimes 3 = 6$ и $x \otimes 3 = 0$.

15. Реши уравнение $x \otimes x \oplus 3 \otimes x \oplus 2 = 0$.

16. Придумай числа a , b и c такие, что $a \otimes (b \oplus c) = a \otimes b \oplus a \otimes c$.

17. Придумай числа a , b и c такие, что $a \otimes (b \oplus c) \neq a \otimes b \oplus a \otimes c$.

$\mathbb{Z}_{\geq 0}$ — целые неотрицательные числа.

\oplus — ним-сложение: переводим число в двоичную систему счисления, складываем побитно без переноса ($0+0=0$, $1+0=1$, $1+1=0$), переводим обратно в исходную систему счисления.

\otimes — ним-умножение: переводим число в двоичную систему счисления, побитно умножаем, переводим в исходную систему счисления.

1. Найди $2 \oplus 2$, $10 \oplus 5$, $\underbrace{5 \oplus 5 \oplus \dots \oplus 5}_{2023 \text{ раза}}$.
2. Найди $2 \otimes 2$, $10 \otimes 5$, $\underbrace{5 \otimes 5 \otimes \dots \otimes 5}_{2023 \text{ раза}}$.
3. Всегда ли $a \oplus b = b \oplus a$? Придумай числа, нарушающие равенство, или объясни, почему равенство верно всегда.
4. Всегда ли $a \otimes b = b \otimes a$? Придумай числа, нарушающие равенство, или объясни, почему равенство верно всегда.
5. Реши уравнение $x \oplus 7 = 0$, $9 \oplus y = 11$.
6. Объясни, как устроено ним-вычитание чисел? Ним-вычитание должно быть обратным действием к ним-сложению.
7. Придумай числа a , b и c такие, что $a \cdot (b \oplus c) = a \cdot b \oplus a \cdot c$.
8. Придумай числа a , b и c такие, что $a \cdot (b \oplus c) \neq a \cdot b \oplus a \cdot c$.
9. Реши уравнения $3 \cdot x \oplus 12 = 0$ и $x \oplus x \oplus x \oplus 12 = 0$.
10. В сумме $5 \oplus 10 \oplus 7$ замени одно из чисел на *большее*, чтобы сумма превратилась в ноль.
11. В сумме $5 \oplus 10 \oplus 7$ замени одно из чисел на *меньшее*, чтобы сумма превратилась в ноль.
12. Миша ним-складывает числа не превосходящие 10, сколько максимум он может получить?
13. Маша ним-складывает числа не превосходящие 7, сколько максимум она может получить?
14. Реши уравнение $x \otimes 3 = 6$ и $x \otimes 3 = 0$.
15. Реши уравнение $x \otimes x \oplus 3 \otimes x \oplus 2 = 0$.
16. Придумай числа a , b и c такие, что $a \otimes (b \oplus c) = a \otimes b \oplus a \otimes c$.
17. Придумай числа a , b и c такие, что $a \otimes (b \oplus c) \neq a \otimes b \oplus a \otimes c$.

1. Классические правила игры Ним просты. Есть несколько кучек камней. За ход можно взять любое количество камней из одной кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.
 - а) Кто выигрывает, если имеется две кучи из 11 и 22 камней? Найди выигрышный ход.
 - б) Кто выигрывает, если имеется 5 куч камней из 6, 7, 8, 9 и 10 камней? Найди выигрышный ход.
 2. Ним Ласкера. Есть несколько кучек камней. За ход разрешается: либо взять любое положительное количество камней из одной кучки, либо поделить любую кучку на две новые непустые кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.
 - а) Построй функцию Шпрага-Гранди для одной кучки из n камней.
 - б) Определи выигрышный ход в ситуации с тремя кучками из 2, 5 и 7 камней.
 3. Есть несколько кучек камней. За ход разрешается поделить любую кучку на две новые непустые кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.
 - а) Построй функцию Шпрага-Гранди для одной кучки из n камней.
 - б) Определи выигрышный ход в ситуации с тремя кучками из 2, 5 и 7 камней.
 4. В ряд стоят кегли. За ход разрешается выбить шаром одну или две рядом стоящие кегли. Выигрывает тот, кто сбивает последнюю кеглю. Определи выигрышный ход для ряда из 8 кегель.
-
1. Классические правила игры Ним просты. Есть несколько кучек камней. За ход можно взять любое количество камней из одной кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.
 - а) Кто выигрывает, если имеется две кучи из 11 и 22 камней? Найди выигрышный ход.
 - б) Кто выигрывает, если имеется 5 куч камней из 6, 7, 8, 9 и 10 камней? Найди выигрышный ход.
 2. Ним Ласкера. Есть несколько кучек камней. За ход разрешается: либо взять любое положительное количество камней из одной кучки, либо поделить любую кучку на две новые непустые кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.
 - а) Построй функцию Шпрага-Гранди для одной кучки из n камней.
 - б) Определи выигрышный ход в ситуации с тремя кучками из 2, 5 и 7 камней.
 3. Есть несколько кучек камней. За ход разрешается поделить любую кучку на две новые непустые кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.
 - а) Построй функцию Шпрага-Гранди для одной кучки из n камней.
 - б) Определи выигрышный ход в ситуации с тремя кучками из 2, 5 и 7 камней.
 4. В ряд стоят кегли. За ход разрешается выбить шаром одну или две рядом стоящие кегли. Выигрывает тот, кто сбивает последнюю кеглю. Определи выигрышный ход для ряда из 8 кегель.

1. Отбросив предрассудки, выполни действия с p -адическими числами:

а) $567 + 134$ в \mathbb{Z}_8 ;

в) $\dots 2222 + 1$ в \mathbb{Z}_3 ;

б) $\dots 3333 + 123$ в \mathbb{Z}_4 ;

г) $\dots 1313132 \cdot 3$ в \mathbb{Z}_5 ;

2. Присмотрись к равенству

$$2 + 3 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^3 + 1 \cdot 5^4 + \dots = 1/3.$$

Аккуратно объясни, когда и почему равенство является абсолютно верным?

3. Запиши полностью:

а) -1 в \mathbb{Z}_{10} ;

б) -3 в \mathbb{Z}_5 ;

в) -10 в \mathbb{Z}_3 ;

4. Реши уравнения в p -адических числах

а) $x + 3 = 0$ в \mathbb{Z}_7 ;

г) $2x = 1$ в \mathbb{Z}_5 ;

ж) $2x = 117$ в \mathbb{Z}_5 ;

б) $x + 7 = \dots 5555$ в \mathbb{Z}_9 ;

д) $5x = 2$ в \mathbb{Z}_7 ;

в) $3x = 1$ в \mathbb{Z}_5 ;

е) $9x = -1$ в \mathbb{Z}_{10} ;

5. Присмотрись к равенству

$$1 + 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots = -1/8.$$

Аккуратно объясни, когда и почему равенство является абсолютно верным?

1. Отбросив предрассудки, выполни действия с p -адическими числами:

а) $567 + 134$ в \mathbb{Z}_8 ;

в) $\dots 2222 + 1$ в \mathbb{Z}_3 ;

б) $\dots 3333 + 123$ в \mathbb{Z}_4 ;

г) $\dots 1313132 \cdot 3$ в \mathbb{Z}_5 ;

2. Присмотрись к равенству

$$2 + 3 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^3 + 1 \cdot 5^4 + \dots = 1/3.$$

Аккуратно объясни, когда и почему равенство является абсолютно верным?

3. Запиши полностью:

а) -1 в \mathbb{Z}_{10} ;

б) -3 в \mathbb{Z}_5 ;

в) -10 в \mathbb{Z}_3 ;

4. Реши уравнения в p -адических числах

а) $x + 3 = 0$ в \mathbb{Z}_7 ;

г) $2x = 1$ в \mathbb{Z}_5 ;

ж) $2x = 117$ в \mathbb{Z}_5 ;

б) $x + 7 = \dots 5555$ в \mathbb{Z}_9 ;

д) $5x = 2$ в \mathbb{Z}_7 ;

в) $3x = 1$ в \mathbb{Z}_5 ;

е) $9x = -1$ в \mathbb{Z}_{10} ;

5. Присмотрись к равенству

$$1 + 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots = -1/8.$$

Аккуратно объясни, когда и почему равенство является абсолютно верным?

\mathbb{Z}_p — целые p -адические числа, \mathbb{Q}_p — дробные p -адические числа;

- Приведи пример уравнения, которое можно решить в \mathbb{Z}_3 и невозможно решить в \mathbb{Z}_2 .
Реши его в \mathbb{Z}_3 .
- Приведи пример уравнения, которое можно решить в \mathbb{Z}_2 и невозможно решить в \mathbb{Z}_3 .
Реши его в \mathbb{Z}_2 .
- Запиши а) $2/3$ в \mathbb{Q}_3 ; б) $5/48$ в \mathbb{Q}_2 ; в) $5/21$ в \mathbb{Q}_7 ;
- Серёжа Ламзин утверждает, что $1/3$ — это целое число, Ваня Адо утверждает, что $1/3$ — это дробное число, а Вика Луковская, что делить 1 на 3 нельзя.

В каких числах прав каждый из них?
- Найди правые три знака каждого корня уравнения или докажи, что решений нет:
а) $x^2 = 2$ в \mathbb{Z}_7 ; б) $x^2 = -1$ в \mathbb{Z}_7 ; г) $x^2 = 17$ в \mathbb{Z}_2 ;
б) $x^2 = 2$ в \mathbb{Z}_5 ; г) $x^2 = -1$ в \mathbb{Z}_5 ; е) $x^3 = 2$ в \mathbb{Z}_5 ;
- (*) При каком условии на обычное целое число m уравнение $x^2 = m$ имеет решение в \mathbb{Z}_2 ?

\mathbb{Z}_p — целые p -адические числа, \mathbb{Q}_p — дробные p -адические числа;

- Приведи пример уравнения, которое можно решить в \mathbb{Z}_3 и невозможно решить в \mathbb{Z}_2 .
Реши его в \mathbb{Z}_3 .
- Приведи пример уравнения, которое можно решить в \mathbb{Z}_2 и невозможно решить в \mathbb{Z}_3 .
Реши его в \mathbb{Z}_2 .
- Запиши а) $2/3$ в \mathbb{Q}_3 ; б) $5/48$ в \mathbb{Q}_2 ; в) $5/21$ в \mathbb{Q}_7 ;
- Серёжа Ламзин утверждает, что $1/3$ — это целое число, Ваня Адо утверждает, что $1/3$ — это дробное число, а Вика Луковская, что делить 1 на 3 нельзя.

В каких числах прав каждый из них?
- Найди правые три знака каждого корня уравнения или докажи, что решений нет:
а) $x^2 = 2$ в \mathbb{Z}_7 ; б) $x^2 = -1$ в \mathbb{Z}_7 ; г) $x^2 = 17$ в \mathbb{Z}_2 ;
б) $x^2 = 2$ в \mathbb{Z}_5 ; г) $x^2 = -1$ в \mathbb{Z}_5 ; е) $x^3 = 2$ в \mathbb{Z}_5 ;
- (*) При каком условии на обычное целое число m уравнение $x^2 = m$ имеет решение в \mathbb{Z}_2 ?

Загоночная контрольная :)

1. Найдит ним-сумму $2 \oplus 3 \oplus 4 \oplus 5 \oplus 6$.
2. В ряд стоят кегли. За ход разрешается выбить шаром одну или две рядом стоящие кегли. Выигрывает тот, кто сбивает последнюю кеглю. Определи выигрышный ход для ряда из 8 кегель.
3. Запиши $1/5$ в \mathbb{Z}_2 и $-1/6$ в \mathbb{Q}_3 .
4. Посмотри на уравнение $x^2 = x$ в \mathbb{Z}_{10} . Найди два его корня абсолютно точно, а для третьего корня — правые три знака.
5. Какое число ближе к 27 в \mathbb{Z}_3 : 26 или 108?

Загоночная контрольная :)

1. Найдит ним-сумму $2 \oplus 3 \oplus 4 \oplus 5 \oplus 6$.
2. В ряд стоят кегли. За ход разрешается выбить шаром одну или две рядом стоящие кегли. Выигрывает тот, кто сбивает последнюю кеглю. Определи выигрышный ход для ряда из 8 кегель.
3. Запиши $1/5$ в \mathbb{Z}_2 и $-1/6$ в \mathbb{Q}_3 .
4. Посмотри на уравнение $x^2 = x$ в \mathbb{Z}_{10} . Найди два его корня абсолютно точно, а для третьего корня — правые три знака.
5. Какое число ближе к 27 в \mathbb{Z}_3 : 26 или 108?

Загоночная контрольная :)

1. Найдит ним-сумму $2 \oplus 3 \oplus 4 \oplus 5 \oplus 6$.
2. В ряд стоят кегли. За ход разрешается выбить шаром одну или две рядом стоящие кегли. Выигрывает тот, кто сбивает последнюю кеглю. Определи выигрышный ход для ряда из 8 кегель.
3. Запиши $1/5$ в \mathbb{Z}_2 и $-1/6$ в \mathbb{Q}_3 .
4. Посмотри на уравнение $x^2 = x$ в \mathbb{Z}_{10} . Найди два его корня абсолютно точно, а для третьего корня — правые три знака.
5. Какое число ближе к 27 в \mathbb{Z}_3 : 26 или 108?

2. Лог. КЛШ-2023

Курс выбрали 14 школьников.

1.

В теховском файле \newpage стоит, чтобы легко было скопировать секцию, для печати двух копий подряд на одном листе. Это позволяет экономить бумагу и время при печати :)

2.1. Плакат

3. Решения

4. Источники мудрости

передать потом в bib-файл

1.

2.