

Содержание

1	Ним-сложение	2
1	Ним-сложение	3
2	Лог. КЛШ-2023	4
2.1	Плакаты . . . . .	4
3	Решения	4
4	Источники мудрости	4

Анонс

...

## 1. Ним-сложение

$\mathbb{Z}_{\geq 0}$  — целые неотрицательные числа.

$\oplus$  — ним-сложение: переводим число в двоичную систему счисления, складываем побитно без переноса ( $0+0=0$ ,  $1+0=1$ ,  $1+1=0$ ), переводим обратно в исходную систему счисления.

$\otimes$  — ним-умножение: переводим число в двоичную систему счисления, побитно умножаем, переводим в исходную систему счисления.

1. Найди  $2 \oplus 2$ ,  $10 \oplus 5$ ,  $\underbrace{5 \oplus 5 \oplus \dots \oplus 5}_{2023 \text{ раза}}$ .
2. Найди  $2 \otimes 2$ ,  $10 \otimes 5$ ,  $\underbrace{5 \otimes 5 \otimes \dots \otimes 5}_{2023 \text{ раза}}$ .
3. Всегда ли  $a \oplus b = b \oplus a$ ? Придумай числа, нарушающие равенство, или объясни, почему равенство верно всегда.
4. Всегда ли  $a \otimes b = b \otimes a$ ? Придумай числа, нарушающие равенство, или объясни, почему равенство верно всегда.
5. Реши уравнение  $x \oplus 7 = 0$ ,  $9 \oplus y = 11$ .
6. Объясни, как устроено ним-вычитать числа? Ним-вычитание должно быть обратным действием к ним-сложению.
7. Придумай числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  такие, что  $a \cdot (b \oplus c) = a \cdot b \oplus a \cdot c$ .
8. Придумай числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  такие, что  $a \cdot (b \oplus c) \neq a \cdot b \oplus a \cdot c$ .
9. Реши уравнения  $3 \cdot x \oplus 12 = 0$  и  $x \oplus x \oplus x \oplus 12 = 0$ .
10. В сумме  $5 \oplus 10 \oplus 7$  замени одно из чисел на *большее*, чтобы сумма превратилась в ноль.
11. В сумме  $5 \oplus 10 \oplus 7$  замени одно из чисел на *меньшее*, чтобы сумма превратилась в ноль.
12. Миша ним-складывает числа не превосходящие 10, сколько максимум он может получить?
13. Маша ним-складывает числа не превосходящие 7, сколько максимум она может получить?
14. Реши уравнение  $x \otimes 3 = 6$  и  $x \otimes 3 = 0$ .
15. Реши уравнение  $x \otimes x \oplus 3 \otimes x \oplus 2 = 0$ .
16. Придумай числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  такие, что  $a \otimes (b \oplus c) = a \otimes b \oplus a \otimes c$ .
17. Придумай числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  такие, что  $a \otimes (b \oplus c) \neq a \otimes b \oplus a \otimes c$ .

## 1. Ним-сложение

$\mathbb{Z}_{\geq 0}$  — целые неотрицательные числа.

$\oplus$  — ним-сложение: переводим число в двоичную систему счисления, складываем побитно без переноса ( $0+0=0$ ,  $1+0=1$ ,  $1+1=0$ ), переводим обратно в исходную систему счисления.

$\otimes$  — ним-умножение: переводим число в двоичную систему счисления, побитно умножаем, переводим в исходную систему счисления.

1. Найди  $2 \oplus 2$ ,  $10 \oplus 5$ ,  $\underbrace{5 \oplus 5 \oplus \dots \oplus 5}_{2023 \text{ раза}}$ .
2. Найди  $2 \otimes 2$ ,  $10 \otimes 5$ ,  $\underbrace{5 \otimes 5 \otimes \dots \otimes 5}_{2023 \text{ раза}}$ .
3. Всегда ли  $a \oplus b = b \oplus a$ ? Придумай числа, нарушающие равенство, или объясни, почему равенство верно всегда.
4. Всегда ли  $a \otimes b = b \otimes a$ ? Придумай числа, нарушающие равенство, или объясни, почему равенство верно всегда.
5. Реши уравнение  $x \oplus 7 = 0$ ,  $9 \oplus y = 11$ .
6. Объясни, как устроено ним-вычитать числа? Ним-вычитание должно быть обратным действием к ним-сложению.
7. Придумай числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  такие, что  $a \cdot (b \oplus c) = a \cdot b \oplus a \cdot c$ .
8. Придумай числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  такие, что  $a \cdot (b \oplus c) \neq a \cdot b \oplus a \cdot c$ .
9. Реши уравнения  $3 \cdot x \oplus 12 = 0$  и  $x \oplus x \oplus x \oplus 12 = 0$ .
10. В сумме  $5 \oplus 10 \oplus 7$  замени одно из чисел на *большее*, чтобы сумма превратилась в ноль.
11. В сумме  $5 \oplus 10 \oplus 7$  замени одно из чисел на *меньшее*, чтобы сумма превратилась в ноль.
12. Миша ним-складывает числа не превосходящие 10, сколько максимум он может получить?
13. Маша ним-складывает числа не превосходящие 7, сколько максимум она может получить?
14. Реши уравнение  $x \otimes 3 = 6$  и  $x \otimes 3 = 0$ .
15. Реши уравнение  $x \otimes x \oplus 3 \otimes x \oplus 2 = 0$ .
16. Придумай числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  такие, что  $a \otimes (b \oplus c) = a \otimes b \oplus a \otimes c$ .
17. Придумай числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  такие, что  $a \otimes (b \oplus c) \neq a \otimes b \oplus a \otimes c$ .

1. Классические правила игры Ним просты. Есть несколько кучек камней. За ход можно взять любое количество камней из одной кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.
    - а) Кто выигрывает, если имеется две кучи из 11 и 22 камней? Найди выигрышный ход.
    - б) Кто выигрывает, если имеется 5 куч камней из 6, 7, 8, 9 и 10 камней? Найди выигрышный ход.
  2. Ним Ласкера. Есть несколько кучек камней. За ход разрешается: либо взять любое положительное количество камней из одной кучки, либо поделить любую кучку на две новые непустые кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.
    - а) Построй функцию Шпрага-Гранди для одной кучки из  $n$  камней.
    - б) Определи выигрышный ход в ситуации с тремя кучками из 2, 5 и 7 камней.
  3. Есть несколько кучек камней. За ход разрешается поделить любую кучку на две новые непустые кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.
    - а) Построй функцию Шпрага-Гранди для одной кучки из  $n$  камней.
    - б) Определи выигрышный ход в ситуации с тремя кучками из 2, 5 и 7 камней.
  4. Кегли. В ряд стоят кегли. За ход разрешается выбить шаром одну или две рядом стоящие кегли. Определи выигрышный ход для ряда из 8 кегель.
- 
1. Классические правила игры Ним просты. Есть несколько кучек камней. За ход можно взять любое количество камней из одной кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.
    - а) Кто выигрывает, если имеется две кучи из 11 и 22 камней? Найди выигрышный ход.
    - б) Кто выигрывает, если имеется 5 куч камней из 6, 7, 8, 9 и 10 камней? Найди выигрышный ход.
  2. Ним Ласкера. Есть несколько кучек камней. За ход разрешается: либо взять любое положительное количество камней из одной кучки, либо поделить любую кучку на две новые непустые кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.
    - а) Построй функцию Шпрага-Гранди для одной кучки из  $n$  камней.
    - б) Определи выигрышный ход в ситуации с тремя кучками из 2, 5 и 7 камней.
  3. Есть несколько кучек камней. За ход разрешается поделить любую кучку на две новые непустые кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.
    - а) Построй функцию Шпрага-Гранди для одной кучки из  $n$  камней.
    - б) Определи выигрышный ход в ситуации с тремя кучками из 2, 5 и 7 камней.
  4. Кегли. В ряд стоят кегли. За ход разрешается выбить шаром одну или две рядом стоящие кегли. Определи выигрышный ход для ряда из 8 кегель.

## 2. Лог. КЛШ-2023

Курс выбрали 14 школьников.

1.

В теховском файле \newpage стоит, чтобы легко было скопировать секцию, для печати двух копий подряд на одном листе. Это позволяет экономить бумагу и время при печати :)

### 2.1. Плакат

## 3. Решения

## 4. Источники мудрости

передать потом в bib-файл

1.

2.