1. **Stammfunktionen von grundlegenden und im Fachgebiet relevanten Funktionen ermitteln, das bestimmte Integral berechnen und als orientierten Flächeninhalt interpretieren.**

Beispiel 1 (OHNE MATHCAD) *(2 + 2 + 3 Punkte)*

(a) Berechnen Sie und vereinfachen Sie so weit als möglich.

i. $\int \frac{3e^x+1}{t^2} dt =$

ii. $\int \left(2\cos(3x) - \frac{1}{\sqrt[3]{x^5}} + 4\right) dx =$

(b) Geben Sie an, ob die Aussage richtig oder falsch ist! Begründen Sie Ihre Antwort rechnerisch bzw. stellen Sie die Aussage gegebenenfalls richtig.

2.	$\int x \cdot 3^{x^2} dx = 2\ln 3 \cdot 3^{x^2}$
3.	$\int_{-2}^{3} \frac{1}{x^2} dx = -\infty$

(c) Berechnen Sie den Wert des bestimmten Integrals mittels Substitution.

$$\int_0^2 x^2 e^{x^3+1} dx$$

Beispiel 2 *(1 + 1 + 1 Punkte)*

(a) Die Funktion f ist gegeben durch $f(x) = -x^2 + c$, wobei c eine beliebige positive reelle Zahl ist. Berechnen Sie, für welche Zahl c die Fläche der Menge, die vom Graphen von f und der x-Achse eingeschlossen wird, genau 20 beträgt.

(b) In der nachstehenden Abbildung sind jeweils der Graph einer Funktion f sowie eine Untersumme U und eine Obersumme O im Intervall $[-a, a]$ dargestellt. Für zwei Funktionen, deren Graph nachstehend abgebildet ist, gilt bei konstanter Rechteckbreite im Intervall $[-a, a]$ die Beziehung $\int_{-a}^{a} f(x)dx = \frac{O+U}{2}$. Kreuzen Sie die beiden Abbildungen an, bei denen die gegebene Beziehung erfüllt ist.

D:/HTBLA Linz Leonding/NOST-Semesterprüfungen/SoSe18_19__3Jahrgang/Graphiken/bidl4

(c) Gegeben ist die Funktion f mit der Funktionsgleichung $f(x) = e^{2x}$. Kreuzen Sie an, welche von den unten durch ihre Funktionsgleichungen angegebenen Funktionen F Stammfunktion vom f ist und durch den Punkt $P(0/1)$ verläuft.

(1)	$F(x) = e^{2x} + \frac{1}{2}$	◯
(2)	$F(x) = 2e^{2x} - 1$	◯
(3)	$F(x) = 2e^{2x}$	◯

(4)	$F(x) = \frac{1}{2}\left(e^{2x} + 1\right)$	◯
(5)	$F(x) = e^{2x}$	◯
(6)	$F(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$	◯

2. ***Die Differential- und Integralrechnung zur Lösung von Aufgaben des Fachgebietes einsetzen.***

Beispiel 1 *(2 Punkte)*

(a) Die geschwungene Farbfläche eines Snowboards wird durch die Graphen der Funktionen f, g und h sowie durch die $x-$Achse begrenzt, mit den Koordinaten $A(22/0)$, $B(27/0)$, $C(52/16,5)$ und $D(60/17)$.

D:/HTBLA Linz Leonding/NOST-Semesterprüfungen/SoSe18_19__3Jahrgang/Graphiken/bild1

Im nachstehenden Ansatz zur Berechnung des Inhalts dieser grau markierten Fläche in cm^2 wurde eine Teilfläche A_3 nicht berücksichtigt.

$A_1 = \int_{22}^{27} f(x)dx$ $\qquad$ $A_2 = \int_{27}^{52} (f(x) - h(x))\, dx$ $\qquad$ $A_3 =$

Kennzeichnen Sie in der obigen Graphik die fehlende Teilfläche und stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts A_3 dieser Teilfläche auf.

Beispiel 2 *(1 + 1 Punkte)*

(a) Ermitteln Sie die Fläche zwischen den Kurven y_1 und y_2 mit $y_1(x) = -e^x$ und $y_2(x) = 3\sin 2x$ im Intervall $[3, 5]$. Fertigen Sie eine Skizze an.

(b) Finden Sie eine Stammfunktion der Funktion f mit $f(t) = te^{5t}$, die den Funktionswert $\frac{4}{25}$ an der Stelle 0 hat.

3. ***Die Bildungsgesetze von arithmetischen und geometrischen Folgen verstehen, diese anwenden und finanzmathematische Berechnungen durchführen.***

4. ***Die elementaren Funktionen differenzieren und die Ableitung von zusammengesetzten Funktionen bestimmen.***

5. ***Mit Hilfe der Ableitungen lokale Extremwerte und Wendepunkte bestimmen, Funktionen, Funktionen lokal durch lineare Funktionen approximieren sowie Funktionsgraphen hinsichtlich Monotonie, Konvexität, Nullstellen, Extremwerte, Wendepunkte und Polstellen interpretieren und beschreiben.***

(a) *Beispiel 1 (4 / 2 / 4 Punkte)*

i. Der Verlauf der Flugbahn einer Kugel beim Kugelstoßen wird näherungsweise durch die Funktion h mit $h(x) = -0,08x^2 + 0,5x + 1,7$ beschrieben.

A. Berechnen Sie den Abwurfwinkel.

B. Berechnen Sie die maximale Höhe der Flugbahn der Kugel.

C. Berechnen Sie in welcher horizontalen Entfernung vom Abwurfpunkt die Kugel am Boden aufschlägt.

D. Berechnen Sie den Winkel, mit der die Kugel auf dem Boden auftrifft. Hilfe: Es reicht den negativen Winkel anzugeben.(1 Bonuspunkt)

ii. Stellen Sie jene Gleichungen auf, die zur Lösung des folgenden Problems führen (keine Lösung!): Eine zur $y-$Achse symmetrische Polynomfunktion 4. Grades hat einen Extrempunkt $E(-4/1)$ und schneidet die $y-$Achse bei $y = 5$.

iii. Überprüfen Sie die Aussagen für die Polynomfunktion f mit $f(x) = x^3 + 5x^2 + 2x - 8$. Geben Sie an, welche richtig sind und begründen Sie die Entscheidung.

A. -1 ist eine Nullstelle von f.

B. $-\frac{5}{3}$ ist eine Wendestelle von f.

C. Die Funktion hat drei Nullstellen.

D. Die Fuktion hat ein Extremum an der Stelle 0 mit Extremwert -8.

(b) *Beispiel 2 (4 Punkte)*

Geben Sie an, ob die Aussage richtig oder falsch ist! Begründen Sie Ihre Antwort bzw. stellen Sie die Aussage gegebenenfalls richtig.

1.	Eine reelle Funktion hat zwei Wendepunkte. Zwischen den beiden Wendepunkten ist der Graph der Funktion positiv gekrümmt. Die Funktion hat zwei Hochpunkte und einen Tiefpunkt.
2.	Die Funktion f mit $f(x) = x^3 + 5x^2 + 2x - 8$ besitzt drei reelle Nullstellen.
3.	Gegeben seien die Funktionen f und g mit $f(x) = e^{3x}$ und $g(x) = \frac{1}{3}e^{3x}$. Dann weisen f und g im Intervall $[0,3]$ dieselbe Krümmung auf.
4.	Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{x}{x^2-9}$. Die Funktion $f(x)$ besitzt bei $x = -3$ und bei $x = 3$ eine senkrechte Asymptote und es gilt $\lim_{x\to-3^+} f(x) = \infty$ und $\lim_{x\to-3^-} f(x) = \infty$.