

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
(МАИ)

Институт № 8 «Компьютерные науки и прикладная математика»

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

ПО ОСНОВАМ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Выполнил: студент группы М8О-207Б-23
. Клюкин Павел Александрович .

Проверил: _____.

Подпись: _____.

Москва 2024

Введение

В этой лабораторной работе рассмотрены основы кинематики и построения траекторий движения тела в пространстве. Исследование включает построение векторов скорости, ускорения, а также нормального, касательного и бинормального векторов, которые описывают поведение объекта в трёхмерном пространстве.

Целью работы является разработка и исследование произвольного закона движения, построение траектории движения объекта и визуализация процесса с помощью анимации.

Закон движения

Закон движения выбран почти произвольным образом. Единственным условием была простота и наглядность визуализации. Закон движения описывается системой уравнений (1).

$$\begin{cases} x(t) = \sin(t)\cos(1-t) \\ y(t) = \sin(t)\cos(1-t) \\ z(t) = \cos(1-t) \end{cases} \quad (1)$$

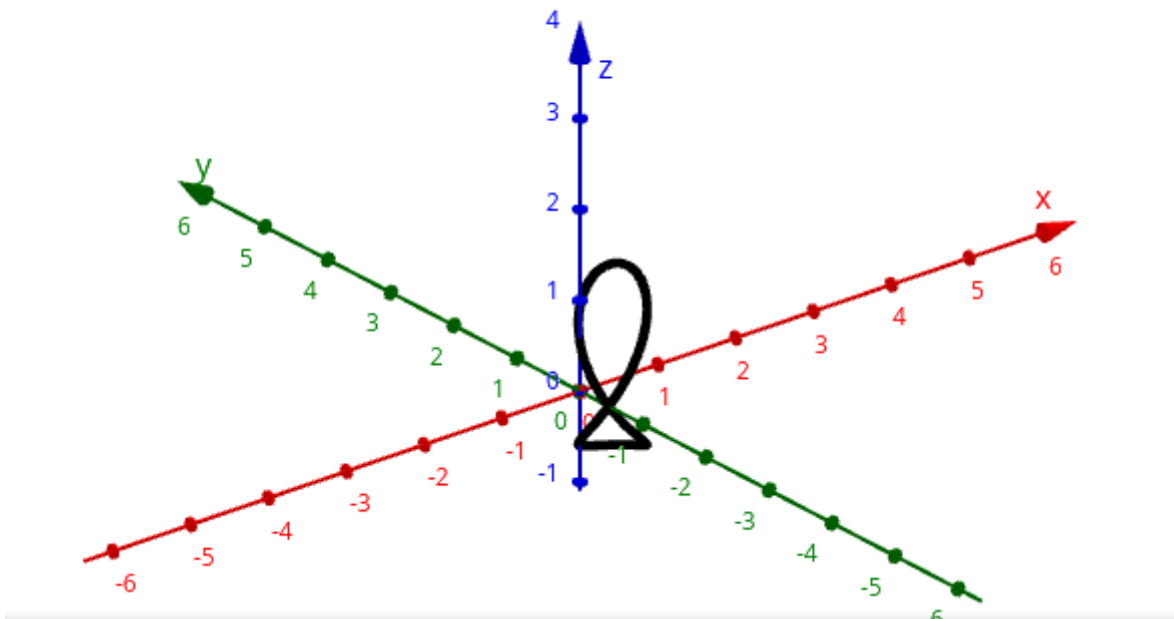


Рисунок 1 – Иллюстрация закона движения в приложении GeoGebra.

В анимации мы будем строить радиус вектор, вектор скорости, вектор ускорения, а также касательный, нормальный и бинормальный векторы:

1. Радиус вектор строится легко – это вектор из начала координат к точке (x, y, z) ;

2. Вектор скорости можно получить, продифференцировав закон движения по переменной t :

$$\begin{cases} v_x(t) = \cos(t)\cos(1-t) + \sin(1-t)\sin(t), \\ v_y(t) = \cos(2t), \\ v_z(t) = \sin(1-t) \end{cases} \quad (2)$$

Не забываем, что это вектор выходит не из начала координат, а из текущего положения точки.

3. Вектор ускорения получается путём дифференцирования скорости также по переменной t :

$$\begin{cases} a_x(t) = 2(\cos(t)\sin(1-t) - \cos(1-t)\sin(t)) \\ a_y(t) = -2\sin(2t), \\ a_z(t) = -\cos(1-t) \end{cases} \quad (3)$$

4. Если пронормировать вектор скорости и вектор ускорения мы получим соответственно тангенциальный и нормальный векторы. Бинормальный вектор получается путём векторного произведения тангенциального вектора на нормальный:

$$\bar{\tau} = \frac{\bar{v}}{v}, \bar{n} = \frac{\bar{a}}{a}, \bar{b} = [\bar{\tau}, \bar{n}] \quad (4)$$

Программа

Программа была написана на Python с использованием библиотек `numpy`, `sympy` и `matplotlib`. Код разбит на два файла:

1. В файле `animation.py` определён класс анимации. Он позволяет быстро и просто создавать анимацию.

2. В файле `main.py` реализован класс материальной точки, задан закон движения и отрисовка анимации.

Также прикреплены `poetry.lock` и `poetry.toml` файлы для создания виртуального окружения. Они упрощают запуск программы, так как не требуются библиотеки извне.

На рисунке 2 изображена работа программы.

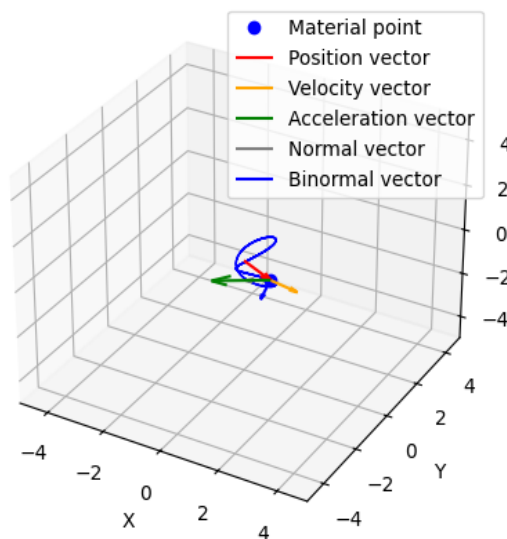


Рисунок 2 – Иллюстрация работы программы