**2.1（5分）**

证：（方法1）

已知

和

或

综上

（方法2）

已知

模长为

同理

因为

所以

所以

即

**2.2（8分）**

解: (1) 令

由C-R方程得

类似有.

(2)(方法1)

令

极坐标下的C-R方程为

将分别对和求偏导

代入C-R方程得

(方法2：用定义证明)

令则

沿径向方向：

沿角向方向：

两式相等得到

实部和虚部分别相等得到：

证毕。

**2.3（8分）**

证：令，由

所以

由C-R方程

**2.4（6分）**

证: (方法1)

由2.2题，为常数，则 R是一个常数，所以

由2.2题的方程可以推出,所以为一个常数，没有对的依赖，即为常数。

(方法2)

令，因其模为常数，因而有，

对求导得到

再对求导得到

类似的，对求两次导得到

(1)、(2)相加得

由于均满足Laplace方程，所以上式化为

推出，因此它们都是常数，所以为常数。

(方法3)

若，则明显=0，若，则此时0，且，即也是解析函数。令，则，有和均在B内解析知

所以为常数。

**2.5（6分）**

证：因为在z=a点解析，且，

所以

**2.6（8分）**

证：令，实部记为: ，虚部记为：

验证、满足C-R方程

又由、连续可微，因此解析。

**2.7（15分）**

解：（1）

，

即三个支点：

绕支点一周，

(2) 支点为 ，绕，

绕，

(3) ，支点

绕一周，

。

绕一周，

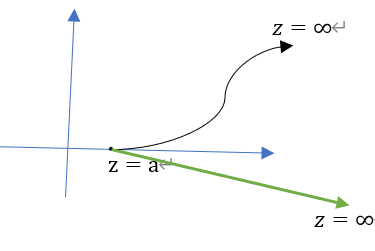
。

三个小题均有支点，绕其一周，函数不变。

**2.8（6分）**

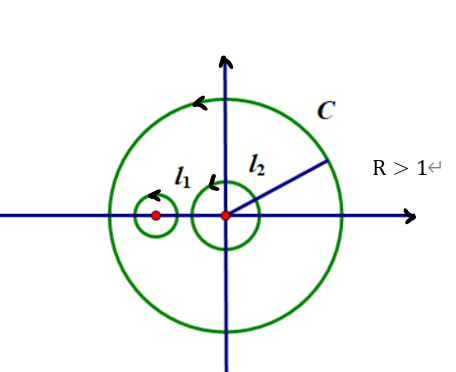
解：函数的支点为和，均为无穷阶，

令,，z绕z=a点n周时，函数变为，

割线为连接和的不打结的线,

如右图，黑色或绿色或者其他的线均可。

**2.9（8分）**

解：，在处不解析。