**VR坐标系和相机坐标系之间的变换**

1. **变量定义方式说明**

假定VR眼镜的坐标方向定义与双目相机一致，即X轴由左眼指向右眼，Z轴指向深度方向。

在以下的计算中，会涉及到位姿(位置与姿态)、位置以及姿态三种变量。为了方便说明，位姿采用大写字母，位置采用小写字母。当需要单独区分位姿中的位置时，使用上标；需要单独区分位姿中的姿态时，使用上标。例如，表示VR眼镜(Headset)在VR坐标系中的位姿，表示其在VR坐标系中的位置，表示其姿态(用欧拉角描述)。

在计算位姿变换时，用表示姿态旋转矩阵，用表示加入了位置后的4\*4位姿变换增广矩阵。对于位置变量，用表示4\*1的增广向量。

1. **在VR环境中碰触抓握一个虚拟物体**

观察者佩戴VR眼镜(Headset)，在眼镜中观察到虚拟物体(Virtual object)，移动手柄去碰触抓握该物体。VR环境中存在以下三个坐标系：VR全局坐标系(VR coordinate)、VR眼镜坐标系(Headset coordinate)和VR手柄坐标系(Handle coordinate)。



图1. VR虚拟环境中的坐标关系

虚拟物体在全局坐标系中的位置坐标已知，记作。VR眼镜在全局坐标系中的位置姿态为。物体相对VR眼镜坐标系的位置姿态可以计算出来，记作。根据，在VR眼镜中绘制物体图像，从而使使用者产生立体视觉。

使用者通过立体视觉判断虚拟物体在其身体坐标系(Body coordinate)中的位置姿态，然后移动手柄去抓握。VR手柄获得使用者手部相对于VR全局坐标系的坐标，当与相等时，判断使用者抓握或碰触到虚拟物体。

1. **双目相机与机器人**

机器人通过双目相机观察目标，然后由机械臂末端碰触该物体。机器人环境中存在三个坐标系：机器人坐标系(Robot coordinate)、机器人工具坐标系(Tool coordinate)和相机坐标系(Camera coordinate)。

双目相机观察到目标，测算出目标在相机坐标系中的坐标。通过机器人手眼标定(眼在手外)，可以获得相机坐标系与机器人坐标系之间的变换关系，从而计算出目标在机器人坐标系中的坐标。机器人末端朝向目标运动，抓握或碰触目标。



图2. 双目相机在机器人坐标系中

1. **在VR中虚拟抓取双目相机所拍摄物体**

双目相机固定安装在台架上，朝向目标物体(Object)拍摄。双目相机图像传输至VR眼镜，使观察者形成三维立体视觉。观察者通过手柄虚拟碰触目标，算法检测判断手柄是否与目标碰触。

假设已知双目相机坐标系到VR坐标系的变换矩阵（在第5节中推导该矩阵），目标在双目相机坐标系中的坐标为，则在VR坐标系中的位置为。观察者移动手柄去碰触目标，当与相等时，判断使用者碰触到目标。



图3 虚拟抓取双目相机拍摄物体

1. **双目相机坐标系向VR坐标系的变换矩阵**

双目相机与VR是两个独立系统，相互之间并没有实质性关联，因此需要人工建立起双方的关联关系。观察者站立或坐下，调整好其姿态后，执行双目相机初始定位步骤。在该步骤中，利用VR眼镜在VR坐标系中的位置姿态，确定双目相机在VR坐标系中的位置姿态，从而建立一个位姿变换矩阵，用于将双目相机坐标系中的位置坐标，变换到VR全局坐标系中。由双目相机坐标系到VR全局坐标系的变换可以分为两步实现。首先，是由双目相机坐标系变换到VR眼镜坐标系，记作；之后，是由VR眼镜坐标系变换到VR全局坐标系，记作。由于这两个变换都是内旋转，因此。

通过API函数可以读出VR眼镜在VR坐标系中的位置和姿态(欧拉角)，因此可以直接计算获得。双目相机坐标系到VR眼镜坐标系的变换由以下步骤计算：令双目相机坐标系的坐标原点与VR眼镜坐标系坐标原点重合，VR眼镜坐标系经过一次旋转后，与双目相机坐标系完全重合。该旋转变换的旋转轴和旋转角度采用以下方式计算：

双目相机和VR眼镜中均安装有IMU，能够检测出重力加速度在每个轴上的分量。双目坐标系中的重力向量为 (归一化为单位向量)，VR眼镜坐标系中的重力向量为(同样归一化为单位向量)。显然，和对应的是相同重力在两个不同坐标系中的不同表达。假如将双目相机坐标系和VR眼镜坐标系重合，则与的叉积构成了两个坐标系重合的旋转轴，与的夹角是旋转角度，即：



图4 VR眼镜坐标系向双目相机坐标系旋转

根据罗德里格斯(Rodrigues)公式，得到旋转矩阵为

其中

由于双目相机与VR眼镜坐标原点重合，因此

1. **在VR中合成显示双目相机图像及手柄位姿**

双目相机固定安装在台架上，朝向目标物体(Object)拍摄。双目相机图像传输至VR眼镜，使观察者形成三维立体视觉。VR手柄的位姿(以及虚拟光束)显示在VR眼镜中，使观察者准确了解当前手柄的空间位置。文档《在VR中绘制手柄信息图像》中说明了如何在VR眼镜中绘制显示手柄位姿和虚拟光束，以下以其为基础说明相关计算。

假设VR手柄在VR坐标系中的位姿为，VR手柄到VR坐标系的变换矩阵为。VR手柄坐标系到双目相机坐标系的变换为

VR手柄的X、Y、Z方向向量和原点构成以下增广矩阵

变换到双目相机坐标系中为

根据绘制出VR手柄在双目相机坐标系中的图像。

1. **通过VR操控机器人跟随手柄运动**

双目相机坐标系与机器人坐标系之间的变换关系为，因此VR手柄坐标系到机器人坐标系之间的变换关系为

中包含了VR手柄在机器人坐标系中的位置及姿态，将其送入机器人控制器中，实现对机器人的实时控制。

1. **Unity中虚拟相机和屏幕的位置姿态**
2. **Headset位置变化对于观察者立体视觉的影响**

在以上模型中，双目相机在VR坐标系中的位姿由初始定位时headset的位姿确定，之后在VR坐标系中保持不变。当观察者头部发生位置变化时，对目标物体的三维定位感知是否会发生影响？

首先考察双目相机中，当目标点与相机的垂直 距离(Z)发生变化时，像点相应发生变化。以左相机为例，假设目标在左相机坐标系中的坐标为，像点在相平面方向像素位置为

目标点沿Z轴移动了距离，则像点在相平面方向像素位置为



双目相机的图像投射到VR眼镜中。Unity中，使用左右两个虚拟相机对着左右两个画布拍摄，分别投射到VR的左右眼中。假设虚拟相机距离幕布，其视野宽度为，将幕布完全包含。在这个位置，人眼看到的图像与相机一致，目标在左眼图像的位置为，从而使观察者感知物体距离人眼的三维距离为。

假设观察者沿深度方向移动头部，移动距离为。虚拟相机的视场角不变，因此相机的视野范围变为

目标像点在视野中的相对位置变为

为了便于区分，将将双目相机中的像点标记为，VR中的像点标记为。显然，一般情况下，会导致当观察者的headset偏离初始位置时，对目标的三维立体感知出现偏差。

在哪种情况下，headset偏离初始位置不会对三维立体感知造成显著偏差？计算下式：

可以看出，当时，对像点的影响最小。因此，可以通过以下方式减小headset运动造成的三维立体感知偏差：

1. 对于平面或接近与平面进行操作，且相机Z轴接近垂直于该平面；
2. 对于一个物体进行操作，物体基本处于左右相机的中间位置。

双目相机测量出与被操作物体的距离，然后设置VR虚拟相机与幕布之间的距离(同时改变相机视场角)，从而减少头部运动对于三维感知造成的影响。