Capítulo 5

Testes de Hipóteses Estatísticas

Resenha

Hipótese nula e hipótese alternativa

Erros de 1ª e 2ª espécie; potência do teste

Teste a uma proporção; testes ao valor médio de uma v.a.: σ conhecido e σ desconhecido; teste à variância (desvio padrão) de uma v.a.

Testes à diferença de duas proporções e às diferenças dos valores médios de duas v.a.'s

Resenha:

Definições

- Em Estatística, uma hipótese é uma afirmação ou asserção sobre uma propriedade da população.
- Um teste de hipóteses (ou teste de significância) é um procedimento padrão para testar uma afirmação sobre uma propriedade da população.
- Se, sob uma certa hipótese, a probabilidade de ocorrência de um determinado acontecimento for muito pequena, concluímos que essa hipótese não deve ser verdadeira.

Hipótese Nula: H_0

- A *hipótese nula* engloba o valor do parâmetro que se assume como verdadeiro para a população. Tem que ser uma afirmação escrita na forma de uma igualdade (=).
- Testar a hipótese nula directamente
- Rejeitar H_0 ou não rejeitar H_0

Hipótese Alternativa: H_1

- **A hipótese alternativa (denotada por H_1 ou H_a) é a afirmação que indica que o parâmetro tem um valor que é diferente do indicado na hipótese nula.**
- **Então, pode ser escrita numa das 3 formas que se seguem: $\neq$, <, >.**

Exemplo: Identifique a hipótese nula e a hipótese alternativa em cada uma das situações que se seguem. Escreva as hipóteses referidas numa forma simbólica.

a) A proporção de condutores que admitem “passar no vermelho” é maior do que 0.5.

b) A altura média dos jogadores profissionais de basquetebol é no máximo 2m.

Erro do Tipo I

- **Um erro do tipo I ocorre quando a hipótese nula é rejeitada, apesar de ser verdadeira.**

- **O símbolo α (alfa) é usado para representar a probabilidade de ocorrência de um erro do tipo I.**

Erro do Tipo II

- Um Erro de tipo II ocorre quando a hipótese nula não é rejeitada, apesar de ser falsa.

- O símbolo β (beta) é usado para representar a probabilidade de ocorrência de um erro do tipo II.

Definição

Potência de um teste de hipóteses

A potência de um teste de hipóteses é a probabilidade (1 - β) de rejeitar a hipótese nula quando ela é falsa.

Estatística de Teste

A estatística de teste é um valor calculado a partir da amostra e que é usado para tomar a decisão acerca de rejeitar ou não a hipótese nula.

$$T = \frac{X - np_0}{\sqrt{np_0 q_0}}$$

Estatística de teste para proporções

(sob as mesmas hipóteses das referidas no cap. 4)

Estatística de Teste

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Estatística de teste
para a média
(σ conhecido)
(sob as mesmas hipóteses
das referidas no cap. 4)

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

Estatística de teste
para a média
(σ desconhecido)
(sob as mesmas hipóteses
das referidas no cap. 4)

Exemplo:

Um inquérito a *n* = 880 condutores seleccionados aleatoriamente mostrou que 493 dos inquiridos admitem “passar no vermelho”. Determine o valor da estatística de teste para testar a hipótese de que a maioria dos condutores admite “passar no vermelho”.

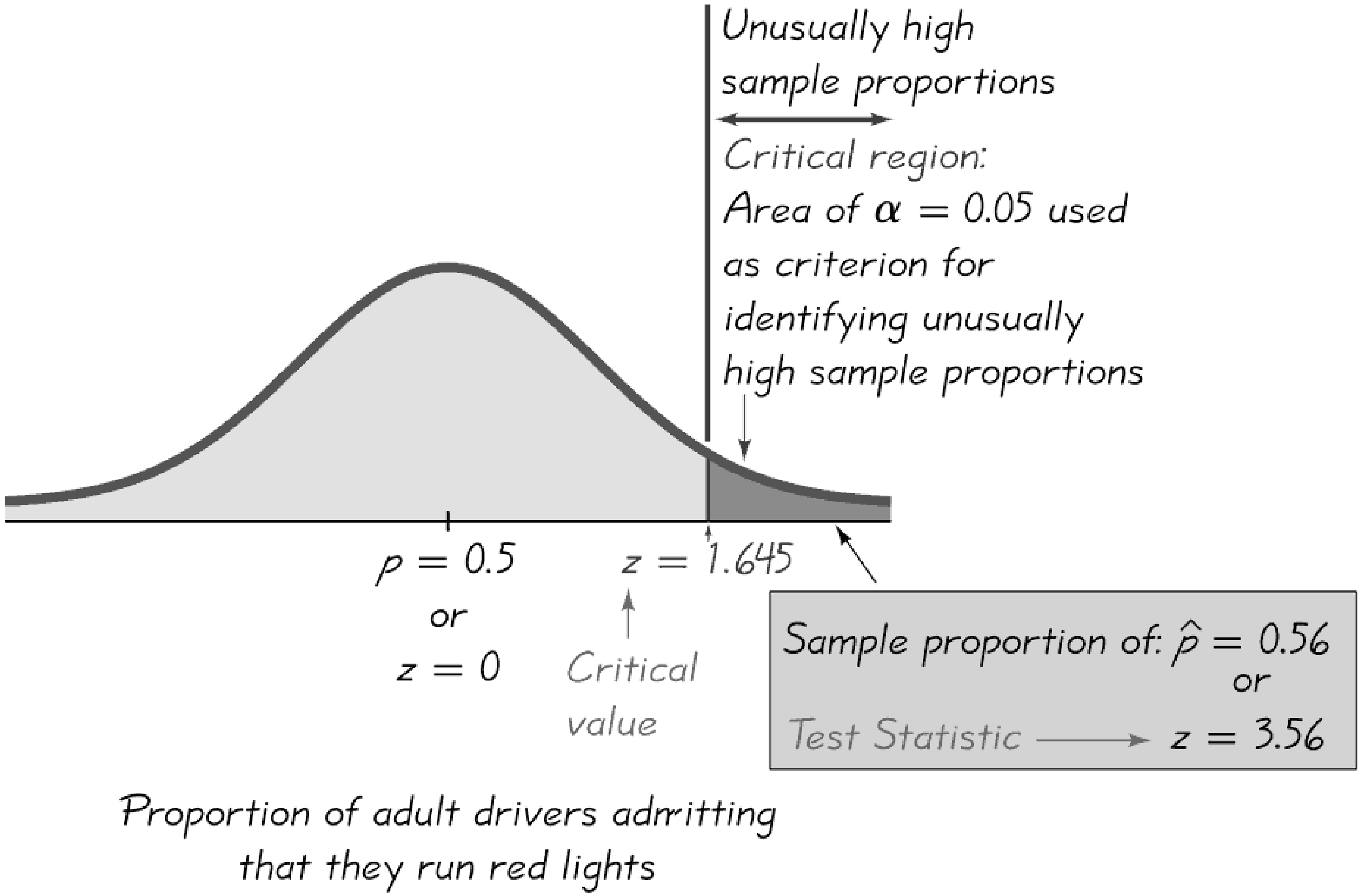

Unusually high
sample proportions
Critical region:
Area of $\alpha = 0.05$ used
as criterion for
identifying unusually
high sample proportions
$p = 0.5$
or
$z = 0$
$z = 1.645$
Critical
value
Sample proportion of: $\hat{p} = 0.56$
or
Test Statistic $\longrightarrow$ $z = 3.56$
Proportion of adult drivers admitting
that they run red lights

Figure 5-1

Região Crítica

Slide 13

(ou Região de Rejeição de H_0)

A região crítica (ou região de rejeição ou zona de rejeição) é o conjunto de valores da estatística de teste que nos levam a rejeitar a hipótese nula.

Nível de Significância

O Nível de Significância (denotado por α) é a probabilidade de o valor da estatística de teste tomar valores na região crítica quando a hipótese nula é verdadeira. Este α é o mesmo do que o referido no capítulo anterior. Escolhas habituais para o valor de α são 0.05, 0.01 e 0.10.

Teste Bilateral, unilateral à direita ou unilateral à esquerda

As caudas de uma distribuição são as regiões extremas delimitadas pelos valores críticos.

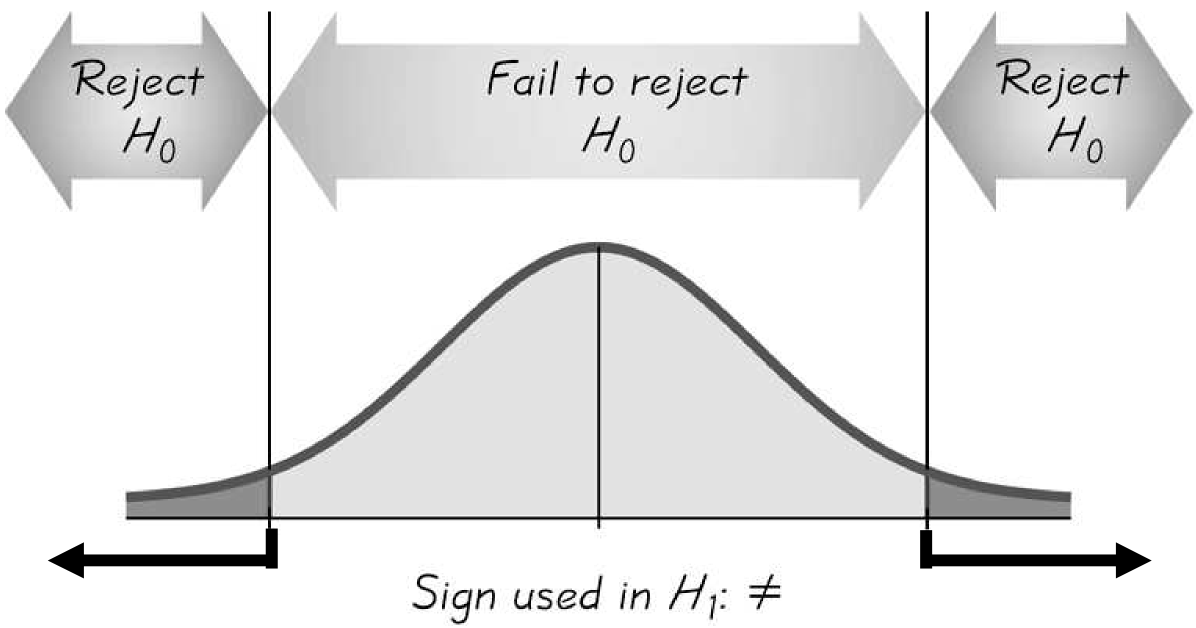
Teste bilateral

H_0: =

H_1: ≠

α é repartido de igual modo para as 2 caudas da região crítica

Significa menor ou maior

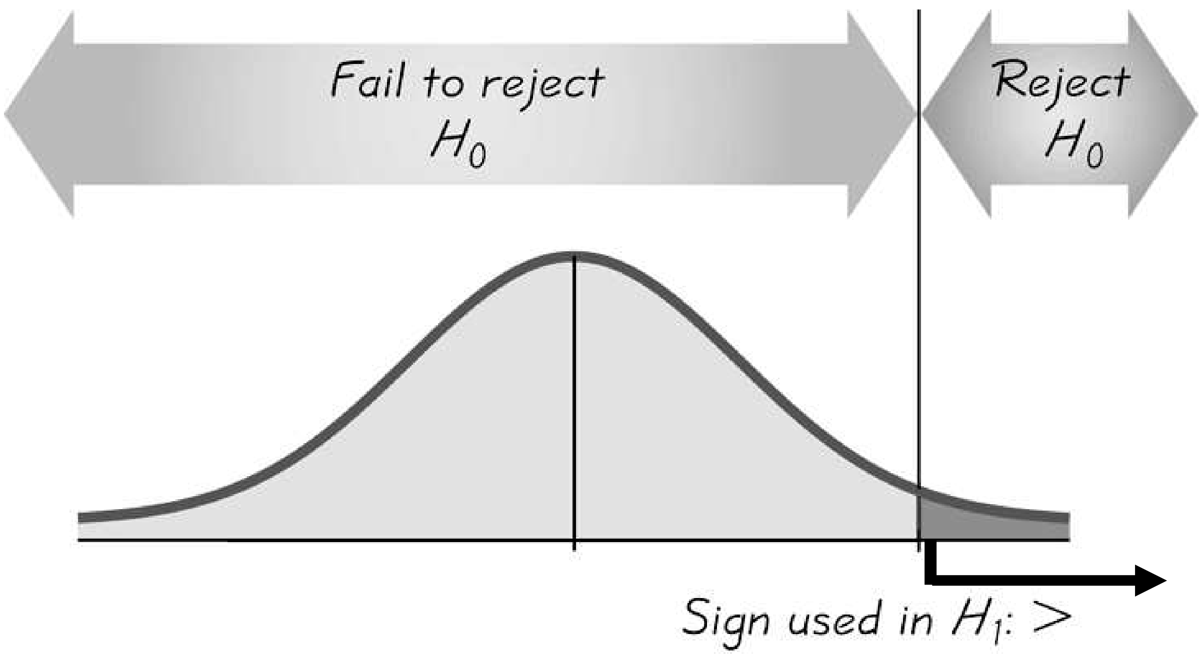


Teste unilateral (à direita)

H_0: =

H_1: >

Valores à direita

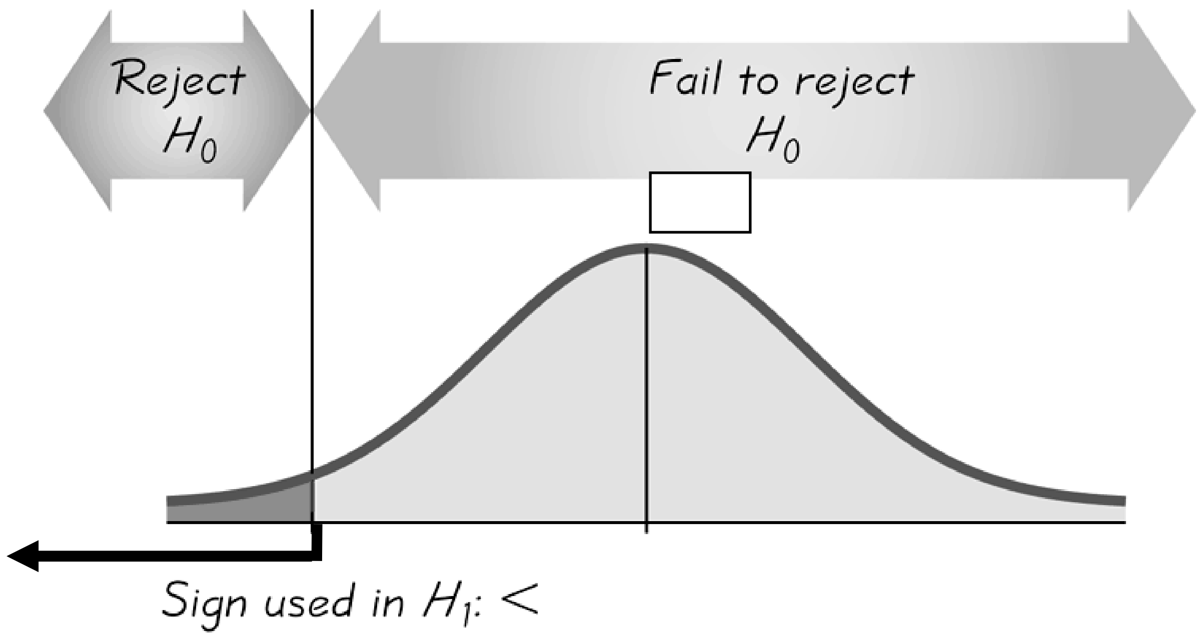


Teste unilateral (à esquerda)

H_0: =

H_1: <

Valores à esquerda



P-Value

O *P*-value (ou *p*-value ou valor da probabilidade) é a probabilidade de obter um valor da estatística de teste que seja pelo menos tão extremo quanto o representado pelos dados, admitindo que a hipótese nula é verdadeira. A hipótese nula é rejeitada se o *P*-value for muito pequeno, digamos 0.05 ou inferior.

Critério de Decisão

Método tradicional:

Rejeitar H_0 **se o valor da estatística de teste se encontrar na região de rejeição.**

Não *rejeitar* H_0 **se o valor da estatística de teste não se encontrar na região de rejeição.**

Método ***do P*-value**:

Rejeitar H_0 **se o *P*-value** $\leq \alpha$ **(onde** α **é o nível de significância, por exemplo, 0.05).**

Não *rejeitar* H_0 **se o *P*-value** $> \alpha$**.**

Aceitar versus Não Rejeitar

- Alguns textos usam "aceitar a hipótese nula."
- Não estamos a provar a hipótese nula.
- Os dados não nos fornecem evidência suficiente para rejeitar a hipótese nula (tal como os factos podem não apresentar evidência suficiente para condenar um arguido).

Em resumo:

- Dada uma afirmação, pretende-se identificar a hipótese nula, a hipótese alternativa e expressar ambas numa forma simbólica.
- Dada uma afirmação e uma amostra, calcular o valor da estatística de teste.
- Dado um nível de significância, identificar o valor crítico ou a região de rejeição da hipótese nula.
- Dado o valor da estatística de teste, identificar o *P*-value (se a resolução for através do SPSS).
- Indicar a conclusão do teste de hipóteses de uma forma simples e com termos não demasiado técnicos.

Resumo do procedimento para efectuar um teste de hipóteses

1. Identificar H_0 e H_1.
2. Decidir o nível de significância, α.
3. Escolher uma estatística de teste apropriada.
4. Identificar a região de rejeição.
5. Efectuar os cálculos para determinar o valor da estatística de teste.
6. Concluir pela rejeição ou não de H_0.

Duas amostras

Para efectuar testes de hipóteses relativos a duas populações, será adoptada a mesma notação que a usada no capítulo 4, nomeadamente no que diz respeito às proporções e às médias. Além disso, também os pressupostos serão os mesmos (σ conhecido ou desconhecido, dimensão da amostra, …).

Estatística de teste para duas proporções

Slide 25

$$H_0: p_1 = p_2$$

$$H_1: p_1 \neq p_2 \quad \text{ou} \quad H_1: p_1 < p_2 \quad \text{ou} \quad H_1: p_1 > p_2$$

$$z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \quad \text{onde} \quad \hat{p} = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$$

Estatística de teste para duas médias:

H_0: $\mu_1 - \mu_2 = d_0$

H_1: $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$ ou H_1: $\mu_1 - \mu_2 > d_0$ ou H_1: $\mu_1 - \mu_2 < d_0$

$$T = \frac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - d_0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

Se as amostras são independentes e σ_1 e σ_2 são **desconhecidos.**

Estatística de teste para duas médias:

$H_{\mathbf{0}}$: $\mu_1 - \mu_2 = d_0$

$H_{\mathbf{1}}$: $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$ ou $H_{\mathbf{1}}$: $\mu_1 - \mu_2 > d_0$ ou $H_{\mathbf{1}}$: $\mu_1 - \mu_2 < d_0$

$$T = \frac{\left(\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right) - d_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

Se as amostras são independentes e $\sigma_{\underline{1}}$ e $\sigma_{\underline{2}}$ são **conhecidos.**

Estatística de teste para duas médias:

$$H_0: \mu_d = d_0$$

$$H_1: \mu_d \neq d_0 \text{ ou } H_1: \mu_d > d_0 \text{ ou } H_1: \mu_d < d_0$$

$$T = \frac{\bar{d} - d_0}{s_d / \sqrt{n}}$$

Se as amostras são emparelhadas.