

경성고등학교 2019 학년도 2학기 중간고사 (총 4쪽)



학년	과목	코드	제일	시험일·시간
1	수학	28	공통	2019.10.10. 2교시
객관식:16문항		시술형:5문항		시험시간:50분

1. 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3.4점]

- $\neg, \emptyset \in A$ $\neg, 1 \in A$
 $\supset, A \subset \{1, 3\}$ $\supset, \{0, 1, 2, 3\} \subset A$

- ① \neg, \supset ② \neg, \supset ③ \neg, \supset
 ④ \supset, \supset ⑤ \supset, \supset

2. 두 집합

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

에 대하여 $n(A - B)$ 의 값은? [3.4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 두 집합 A, B 에 대하여

$$n(A) = 15, n(B) = 23, n(A \cap B) = 8$$

일 때, $n(A \cup B)$ 의 값은? [3.5점]

- ① 15 ② 23 ③ 30 ④ 38 ⑤ 46

4. 두 조건

$$'p: -1 < x < a', 'q: -2 < x < 4'$$

에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 하는 정수 a 의 개수는? (단, $a > -1$) [3.5점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 두 집합 $X = \{2 \leq x \leq 6\}, Y = \{-4 \leq y \leq 4\}$ 에 대하여, X 에서 Y 로의 함수 $f(x) = ax - b$ 가 일대일대응이 되도록 하는 상수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a}$ 의 값은? [3.6점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 다음 중 참인 명제는?

[3.6점]

- ① 실수 a, b 에 대하여 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ 이다.
 ② 부등식에서 양변에 같은 수를 곱할 때 부등호의 방향은 변하지 않는다.
 ③ 일대일함수는 항상 역함수가 존재한다.
 ④ 어떤 명제가 참이면 그 명제의 역도 참이 된다.
 ⑤ 항등함수는 정의역과 치역이 같다.

뒷장 계속

7. 세 명제

'강아지를 좋아하는 사람은 고양이도 좋아한다.'

'고양이를 좋아하지 않으면 파충류를 좋아한다.'

'파충류를 좋아하는 사람은 강아지도 좋아한다.'

가 모두 참이라고 할 때, 다음 중 참이 되는 명제를 모두 고르면? [3.7점]

- (가) 강아지를 좋아하는 사람은 파충류를 좋아한다.
 (나) 파충류를 좋아하는 사람은 고양이를 좋아한다.
 (다) 파충류를 좋아하지 않는 사람은 강아지를 좋아하지 않는다.

- ① (가) ② (나) ③ (가), (나)
 ④ (가), (다) ⑤ (가), (나), (다)

8. 정의역이 $\{-1, 0, 1\}$ 인 함수 $f(x)=x^2$ 의 그래프를 A 라 할 때, 다음 중 옳은 것은? [3.7점]

- ① $(-1, 1) \in A$ zocbo.com
 ② $(-1, 0) \subset A$
 ③ $\{0, 1\} \subset A$
 ④ $-1 \in A$
 ⑤ $\{-1, 0, 1\} = A$

9. 고등학교 1학년 한 학급의 학생 30명을 대상으로 1, 2, 3기의 수학 방과 후 수업활동 신청 여부를 조사하였다. 1, 2, 3기를 모두 신청한 학생이 5명, 한 번도 신청하지 않은 학생이 7명이다. 1기에만 신청한 학생 수, 2기에만 신청한 학생 수, 3기에만 신청한 학생 수가 모두 같고, 연속해서 두 번만 신청한 총 학생 수는 1기와 3기 두 번만 신청한 학생 수의 2배일 때, 수학 방과 후 수업활동 2기에는 신청하지 않았지만 3기에는 신청한 학생 수는? [3.8점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

10. 실수 x, y 에 대하여 다음 중 조건 p 가 조건 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닌 것을 모두 고른 것은? [3.8점]

- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| 가. $p: x=4$ | $q: x^2-16=0$ |
| 나. $p: xy=0$ | $q: x=0$ 또는 $y=0$ |
| 다. $p: 0 < x+y < xy$ | $q: x > 0, y > 0$ |
| 라. $p: x+y \geq x-y $ | $q: x-y \geq x - y $ |
| 마. $p: x$ 는 18의 약수이다. | $q: x$ 는 9의 약수이다. |

- ① 나, 다, 마 ② 가, 다, 마 ③ 가, 다, 라
 ④ 가, 나, 다, 라 ⑤ 가, 다, 라, 마

11. 집합 $X=\{x|x \text{는 자연수}\}$, $Y=\{0, 1, 2\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 개수는? [3.9점]

- (가) f 의 공역과 치역이 같다.
 (나) 집합 X 의 모든 원소 x 에 대하여 $f(x+3)=f(x)$ 이다.

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

12. 공집합이 아닌 집합 X 를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x)=x^2$, $g(x)=-x^2-2x+3$ 에 대하여 $f=g$ 가 되도록 하는 집합 X 의 개수는? [3.9점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

13. 두 실수 x, y 에 대한 두 조건 p, q 가

$$p: x^2 + y^2 + 2x - 4y + 5 - n^2 = 0, \quad q: x + y - 5 = 0$$

일 때, 명제 '어떤 x, y 에 대하여 p 이면 q 이다.'가 거짓이 되도록 하는 자연수 n 의 개수는? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

15. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 의 부분집합 중에서 다음 조건을 만족시키는 집합 X 의 개수는? [4.1점]

$$(가) n(X) \neq 1$$

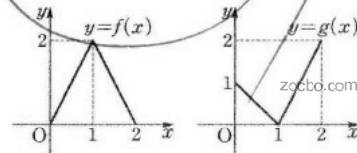
(나) 집합 X 의 모든 원소의 합은 홀수이다.

- ① 28 ② 29 ③ 30 ④ 31 ⑤ 32

14. 함수 $f(x) = 2x^2 + 4x + a$ ($x \geq -1$)의 그래프와 그 역함수의 그래프가 서로 만나도록 하는 자연수 a 의 최댓값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 집합 $X = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 두 함수 $y = f(x), y = g(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 방정식 $(g \circ f)(x) = \frac{1}{2}$ 의 모든 실근의 합은? [4.1점]



- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

뒷장 계속

◎ 다음은 서술형 문제입니다. 풀이과정과 답을 서술형 답안지에 작성하시오. 반드시 흑색 및 청색 볼펜으로 쓰시오.

[서술형1] [8점]

집합 $A = \{x | x^3 - 3x^2 + 2x \leq 0\}$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(1) 집합 A 를 원소를 나열하는 방법으로 나타내시오.

(4점)

(2) 집합 A 의 진부분집합을 모두 구하시오. (4점)

zocbo.com

[서술형2] [8점]

$x > -2$ 일 때, $\frac{x-2}{2} + \frac{2}{x+2}$ 의 최솟값을 구하시오.

[서술형3] [8점]

두 함수 $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = ax + b$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 가 되도록 하는 상수 a , b 의 값을 구하시오. (단, $a \neq 0$)

[서술형4] [8점]

명제 ' a , b 가 자연수일 때, ab 가 짝수이면 a , b 중 적어도 하나는 짝수이다.'가 참임을 대우를 이용하여 증명하시오.

[서술형5] [8점]

a , b , x , y 가 양의 실수일 때, 다음 부등식이 성립함을 증명하시오. (등호 성립 조건도 구하시오.)

$$(a+b)(x+y) \geq (\sqrt{ax} + \sqrt{by})^2$$

zocbo.com