

2019학년도 (1)학기 (중간)고사 (1)학년 (공통)과정 (수학)과목



과목 코드

68

선택형: 컴퓨터용 수성 싸인펜

서술형 · 논술형: 볼펜류 (연필 사용 불가)

1. 두 다항식 $A = 3x^2 - xy - 2y^2$, $B = -x^2 + 2xy + y^2$ 에 대하여 다음 중 $2A + B$ 의 값은? [1.8점]

- ① $5x^2 - 5y^2$ ② $5x^2 + 4xy - 5y^2$ ③ $5x^2 - 4xy - 3y^2$
④ $5x^2 - y^2$ ⑤ $5x^2 - 3y^2$

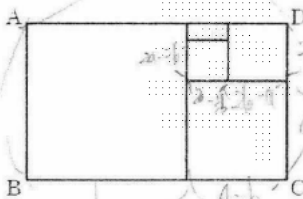
2. 다항식 $(3+x-3x^2+4x^3)(2-x+2x^2+x^3)$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는? [1.9점]

- ① 6 ② 11 ③ 14 ④ 16 ⑤ 20

3. 다항식 $6x^4 - x^3 - 16x^2 + 5x$ 를 다항식 B 로 나누었을 때의 몫은 $3x^2 - 2x - 4$ 이고, 나머지는 $5x - 8$ 이다. 다항식 B 의 값은? [2.0점]

- ① $3x^2 - x - 2$ ② $x^2 - x - 2$ ③ $2x^2 + x - 2$
④ $-3x^2 + 2x - 3$ ⑤ $2x^2 - 3x + 2$

4. 아래 그림과 같이 $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b$ 인 직사각형 ABCD가 있다. 색칠한 부분을 제외한 직사각형 내부의 사각형들이 모두 정사각형일 때, 색칠한 부분의 사각형의 넓이를 a , b 에 대한 식으로 나타낸 것은? [2.7점]



- ① $-4a^2 + 8ab - 3b^2$ ② $7a^2 - 4ab + 5b^2$
③ $5a^2 - 18ab + 13b^2$ ④ $-6a^2 + 19ab - 15b^2$
⑤ $-5a^2 + 17ab - 14b^2$

5. 실수가 아닌 복소수 z 와 z 의 켤레복소수 \bar{z} 에 대하여 $\frac{1+z}{z}$ 가 실수 일 때 $1+z = k\bar{z}$ 를 만족하는 k 의 값은? [2.8점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$$6x^2 - 2xy - 4y^2 \cdot x^2 + 2xy + y^2$$

$$5x^2 - 3y^2$$

$$2x^2 + x \cdot 6x^4 - x^3 - 16x^2 + 5x$$

$$6x^4 - x^3 - 16x^2 + 5x$$

$$6x^4 - 4x^3 - 16x^2 + 5x$$

$$2x^2 - 8x^2 + 5x$$

$$(a-b) - (2b-a)$$

$$a-b-2b+a$$

$$2a-3b$$

$$(b-a-2a+7b)(-3a+5b)$$

$$-6a^2 + a + 10$$

$$\frac{(a+bi+1)(a+bi)}{(a-bi)(a+bi)}$$

$$a^2 + 2abi - b^2 + a + bi$$

$$2ab - b^2 = 0$$

2019학년도 (1)학기 (중간)고사 (1)학년 (공통)과정 (수학)과목

6. 직선 $y=2x+k$ 가 이차함수 $y=x^2+4x+5$ 의 그래프와 만나지 않고, 이차함수 $y=2x^2+3x$ 의 그래프와 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 정수 k 의 값의 개수는? [2.0점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. $i+2i^2+3i^3+4i^4+\dots+2019i^{2019}=a+bi$ 일 때, 실수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은? [2.6점]

- ① 0 ② -1010 ③ -2020 ④ 1010 ⑤ 2020

8. 다항식 $x^{20}+2x^3+5$ 를 x^2-1 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는? [2.7점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 14 ⑤ 22

9. x 의 값에 관계없이 등식

$(2x+1)^3=a(2x-1)^3+b(2x-1)^2+c(2x-1)+d$ 이 성립할 때, 상수 a, b, c, d 에 대하여 $a-b+c-d$ 의 값은? [2.6점]

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

10. $x^2-xy-2y^2+x+7y-6$ 가 $(x+ay+3)(x+by+c)$ 와 같이 인수분해 될 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은? [2.9점]

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

11. x 에 대한 방정식 $nx^2-5x+2=0$ 의 근이 유리수가 되도록 하는 음이 아닌 정수 n 의 개수는? [3.3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

$$\begin{aligned} x^2 &= 2019 + k \\ x^2 - 4x - 5 &< 0 \\ x^2 + x - k & \\ x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}k & \\ 1 + 8k &> 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -1010 & - 1010 \\ 1008 & - 1008 \\ -2018 & \\ 504 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2017 & 2018 2019 \\ 2017 & 2018 2019 \\ -2017 & -2018 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1020 & - 1020 \\ 1002 & - 1002 \\ 6 & - 2010 \\ a+b & \\ -a+b &= 4 \\ a-b &= 8 \\ 2b &= 12 \\ b &= 6 \\ a &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \begin{array}{r} 1261 \\ 8 \overline{) 1008} \\ \underline{8} \\ 208 \\ \underline{16} \\ 48 \\ \underline{40} \\ 8 \end{array} \\ & \begin{array}{r} 2x+1 \\ 2x-1 \overline{) 4x^2-4x+1} \\ \underline{4x^2+4x+1} \\ \hline -8x+1 \end{array} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \begin{array}{r} 16x^2-52 \\ 14x-11 \overline{) 16x^2-52} \\ \underline{14x-11} \\ 2x-41 \end{array} \\ & \begin{array}{r} 2x-1 \\ 2x-6 \overline{) 12-8} \\ \underline{2x-6} \\ -12 \end{array} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5 \pm \sqrt{25-5n} & \\ 2n & \\ 25-5n &= k^2 \end{aligned}$$

2019학년도 (1)학기 (중간)고사 (1)학년 (공통)과정 (수학)과목

12. 100개의 다항식 $x^2 - 5x - 1, x^2 - 5x - 2, x^2 - 5x - 3, \dots, x^2 - 5x - 100$ 이 있다. 이 중에서 $(x-m)(x+n)$ 의 꼴로 인수분해되는 다항식의 개수는? (단, m, n 은 정수) [3.5점]

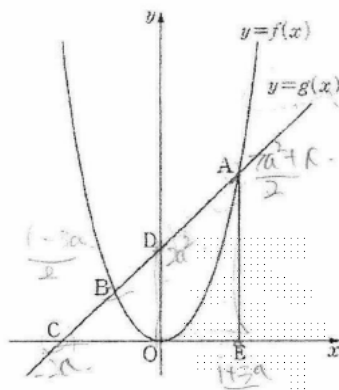
- ① 6 ② 7 ③ 9 ④ 12 ⑤ 14

13. x 에 대한 항등식 $(x+1)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{10}x^{10}$ 에 대하여, $a_0 - 2a_1 + a_2 - 2a_3 + a_4 - 2a_5 + a_6 - 2a_7 + a_8 - 2a_9 + a_{10}$ 의 값은? (단, a_0, a_1, \dots, a_{10} 은 상수이다.) [2.7점]

- ① 1 ② 0 ③ -256 ④ -512 ⑤ -1024

14. 아래 그림과 같이 양수 a 에 대하여 두 함수 $f(x) = x^2$ 과 $g(x) = ax + 2a^2$ 의 그래프가 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y = g(x)$ 가 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 C, D라 하자.

또, 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 E라 할 때, 삼각형 COD의 넓이를 S_1 , 사각형 OEAD의 넓이를 S_2 라 하면, $S_2 = kS_1$ 을 만족시키는 실수 k 의 값은? (단, O는 원점이고, 두 점 A, B는 각각 제1사분면과 제2사분면 위에 있다.) [3.2점]



- ① $\frac{23}{8}$ ② 3 ③ $\frac{25}{8}$ ④ $\frac{13}{4}$ ⑤ $\frac{27}{8}$

15. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + 2a$ 의 그래프가 갖는 최솟값을 $f(a)$ 라 하자. $\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{7}{2}$ 에서의 $f(a)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? [3.3점]

- ① $-\frac{21}{4}$ ② -5 ③ $-\frac{17}{4}$ ④ $-\frac{9}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{4}$

2019학년도 (1)학기 (중간)고사 (1)학년 (공통)과정 (수학)과목

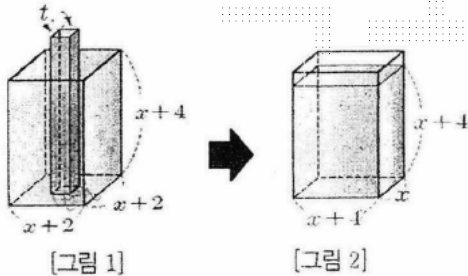
- 서술형 문항입니다 (5문항) -

답안지에 풀이하는 과정을 자세히 서술하세요.

[서술형 1] $2A+B=5x^3+x-7$, $A-3B=-x^3-7x^2+11x$ 를 만족시키는 두 다항식 A , B 를 구하고, 구하는 풀이과정을 자세히 서술하시오. [3.0점]

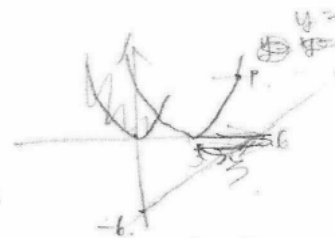
$$\begin{aligned} 2A+B &= 5x^3+x-7 \\ A-3B &= -x^3-7x^2+11x \\ 7B &= 7x^3+14x^2-21x-17 \\ B &= x^3+2x^2-3x-1 \\ A &= 2x^3-x^2+2x-3 \end{aligned}$$

[서술형 2] 아래의 [그림1]과 같이 물이 가득 담긴 직육면체 모양의 그릇에 직육면체 모양의 막대를 밑면과 맞닿게 수직으로 넣었다. 이때 남아 있는 물을 [그림2]와 같은 직육면체 모양의 그릇에 옮겨 담았을 때 막대가 밑면의 한 변의 길이 t 의 값을 구하고, 풀이 과정을 자세히 서술하시오. (단, 막대의 길이는 $x+4$ 보다 길고 막대의 밑면은 정사각형이다.) [6.0점]



$$\begin{aligned} x(x+4) &= (x+2)^2 - t^2 \\ x(x+4) &= x^2+4x+4 - t^2 \\ x^2+4x &= x^2+4x+4 - t^2 \\ t &= 2 \end{aligned}$$

[서술형 3] 이차함수 $y=x^2-6x+9$ 의 그래프 위의 한 점 P에서 x 축에 평행한 직선을 그었을 때 직선 $y=x-6$ 과 만나는 점을 Q라 하면, PQ 의 길이의 최솟값을 구하고, 구하는 풀이과정을 자세히 서술하시오. [7.0점]



[서술형 4] 이차방정식 $x^2-ax-b=0$ 의 한 실근이 t 이고, 이차방정식 $x^2-ax-b+24=0$ 의 한 실근이 $t-2$ 일 때, b 의 최댓값을 구하고, 구하는 풀이과정을 자세히 서술하시오. (단, a , b 는 실수) [7.0점]

$$\begin{aligned} x^2-ax-b &= 0 \\ x^2-ax-b+24 &= 0 \\ t &= 2 \end{aligned}$$

[서술형 5] $f(x)=x^2-4x+3$ 에 대하여 $f(\alpha)=\alpha$ 이고 $f(\beta)=\beta$ 일 때, $f(x)$ 를 $x-(\alpha^2+1)(\beta^2+1)$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하고, 구하는 풀이과정을 자세히 서술하시오. [7.0점]

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2-4x+3 \\ f(\alpha) &= \alpha \\ f(\beta) &= \beta \\ x &= (\alpha^2+1)(\beta^2+1) \end{aligned}$$

- 수고하셨습니다 -

객관식 15문항 40점
서술형 5문항 30점