

AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA

IM. S. STASZICA W KRAKOWIE

WYDZIAŁ INŻYNIERII METALI I INFORMATYKI PRZEMYSŁOWEJ



AGH

TYTUŁ PROJEKTU:

**Badanie przepływu ciepła pomiędzy oknem z
podwójną szybą a oknem z potrójną szybą**

WYKONANIE:

KAMIL SZCZURKOWSKI

INŻYNIERIA OBLICZENIOWA

ROK STUDIÓW: III

SEMESTR: VI

Opis problemu:

Wybrany przeze mnie problem polega na porównaniu przepływu ciepła w tańszych oknach jedno komorowych do droższych okien dwu komorowych. Ze stron sklepowych wybrałem optymalną grubość szyby, którą jest 4 mm oraz przestrzeni pomiędzy nimi 12 mm w której znajduje się powietrze. Będzie nas interesowała temperatura na powierzchni szyby wewnątrz pomieszczenia po pewnym okresie czasu.

Wstęp teoretyczny:

Metoda elementów skończonych jest obecnie podstawowym narzędziem wykorzystywanym przez wielu inżynierów do rozwiązywania obliczeniowych zadań oraz przeprowadzania badań opierających się na przepływie ciepła, przepływie cieczy, na prężeniach, odkształceniach, symulacji odkształceń i wiele innych. Metoda elementów skończonych jest metodą przybliżoną i stosowanie jej wymaga teoretycznej wiedzy. Główna idea polega na zamianie modelu ciągłego na model dyskretny. Dyskretny model jest oparty na ograniczonej liczbie węzłów, które przedstawione są za pomocą ograniczonej liczbie elementów skończonych.

Do zaimplementowania programu zostało wykorzystane równanie Fouriera dla procesów cieplnych:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x(t) \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y(t) \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z(t) \frac{\partial t}{\partial z} \right) + Q = 0,$$

Rozwiązanie tego równania sprowadza się do zadania polegającego na poszukiwaniu minimum takiego funkcjonału, dla którego równanie to jest równaniem Eulera. Przyjmujemy, że materiał jest izotropowy. Według rachunku wariacyjnego funkcjonał taki będzie miał postać:

$$J = \int_V \left(\frac{k(t)}{2} \left(\left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial z} \right)^2 \right) - Qt \right) dV.$$

Funkcja $t(x, y, z)$ musi spełniać określone warunki brzegowe na powierzchni rozpatrywanego obszaru. W przedstawionym problemie został wykorzystany warunek brzegowy według prawa konwekcji. Funkcjonał znajdujący się wyżej rozszerzamy o całkę w postać:

$$\int_S \frac{\alpha}{2} (t - t_{\infty})^2 dS + \int_S q t dS,$$

Gdzie:

S – powierzchnia na której zadane są warunki brzegowe.

W rezultacie otrzymujemy:

$$J = \int_V \left(\frac{k(t)}{2} \left(\left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial z} \right)^2 \right) - Q t \right) dV + \\ + \int_S \frac{\alpha}{2} (t - t_\infty)^2 dS + \int_S q t dS$$

Dyskretyzacja przedstawionego problemu polega na podzieleniu rozpatrywanego obszaru na elementy i przedstawieniu temperatury wewnątrz elementu, jako funkcji wartości węzłowych zgodnie z zależnością:

$$t = \sum_{i=1}^n N_i t_i = \{N\}^T \{t\}.$$

Wprowadzając powyższą zależność do funkcjonału otrzymujemy układ równań, który można zapisać w postaci macierzowej:

$$[H]\{t\} + [C] \frac{\partial}{\partial t} \{t\} + \{P\} = 0.$$

$$[C] = \int_V c \rho \{N\} \{N\}^T dV.$$

W ogólnym przypadku wartości temperatury w węzłach $\{t\}$ zależą od czasu. Przyjmując, że wektor $\{t_0\}$ reprezentuje temperatury węzłowe w chwili $\tau=0$, to w przedziale czasu $\Delta\tau$ wektor ten będzie wyznaczony równaniem:

$$\{t\} = \{N_0, N_1\} \begin{Bmatrix} \{t_0\} \\ \{t_1\} \end{Bmatrix}.$$

Przyjmując, że $\{t\} = \{t_1\}$ możemy zapisać:

$$[H]\{t_0\} + [C] \frac{\{t_1\} - \{t_0\}}{\Delta\tau} + \{P\} = 0.$$

W ten sposób otrzymujemy niejawną schemat wyznaczenia temperatury $\{t_1\}$:

$$\left([H] + \frac{[C]}{\Delta\tau} \right) \{t_1\} - \left(\frac{[C]}{\Delta\tau} \right) \{t_0\} + \{P\} = 0.$$

Gdzie:

$$[H] = \int_V k \left(\left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \right\} \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \right\}^T + \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \right\} \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \right\}^T \right) dV + \int_S \alpha \{N\} \{N\}^T dS,$$

$$\{P\} = - \int_S \alpha \{N\} t_{\infty} dS,$$

$$[C] = \int_V c \rho \{N\} \{N\}^T dV.$$

Przedstawienie danych użytych w programie:

Parametry dla okna z 3 szybami

0,001	H	wysokosc przekroju, m
0,036	B	szerokosc przekroju, m
2	nH	liczba wezlow po wysokosci
73	nB	liczba wezlow po szerokosci
22	initialTemperature	temperatura poczatkowa, C
600	simulationTime	czas procesu, s
22	ambientTemperature	temperatura otoczenia wewnatrz, C
-15	ambientTemperature2	temperatura otoczenia na zewnatrz, C
3	alfa1	wspolczynnik wymiany ciepla szkła, W/(K*m^2)
3	alfa2	wspolczynnik wymiany ciepla powietrza, W/(K*m^2)
750	specificHeat1	cieplo wlasciwe szkła, J/(kg*C)
1005	specificHeat2	cieplo wlasciwe powietrza, J/(kg*C)
0,8	conductivity1	wspolczynnik przewodzenia ciepla szkła, W/(C*m^2)
0,025	conductivity2	wspolczynnik przewodzenia ciepla powietrza, W/(C*m^2)
2500	density1	gestosc szkła, kg/m^3
1,200	density2	gestosc powietrza, kg/m^3

Parametry dla okna z 2 szybami

0,001	H	wysokosc przekroju, m
0,02	B	szerokosc przekroju, m
2	nH	liczba wezlow po wysokosci
41	nB	liczba wezlow po szerokosci
22	initialTemperature	temperatura poczatkowa, C
600	simulationTime	czas procesu, s
22	ambientTemperature	temperatura otoczenia wewnątrz, C
-15	ambientTemperature2	temperatura otoczenia na zewnątrz, C
3	alfa1	wspolczynnik wymiany ciepła szkła, $W/(K \cdot m^2)$
3	alfa2	wspolczynnik wymiany ciepła powietrza, $W/(K \cdot m^2)$
750	specificHeat1	ciepło właściwe szkła, $J/(kg \cdot C)$
1005	specificHeat2	ciepło właściwe powietrza, $J/(kg \cdot C)$
0,8	conductivity1	wspolczynnik przewodzenia ciepła szkła, $W/(C \cdot m^2)$
0,025	conductivity2	wspolczynnik przewodzenia ciepła powietrza, $W/(C \cdot m^2)$
2500	density1	gestosc szkła, kg/m^3
1,200	density2	gestosc powietrza, kg/m^3

Odpowiednie parametry dobrałem wzorując się na stronach naukowych oraz poświęconych oknom domowym . Początkowo temperatura szyb oraz powietrza wynosiła 22 ° C, temperatura wewnątrz domu oraz temperatura otoczenia odpowiednio 22 ° C oraz -15 ° C
Każdy element siatki ma szerokość 0,5mm.

Krok czasowy jaki użyłem w programie wyliczyłem wg wzoru:

czas stabilnego rozwiązania:

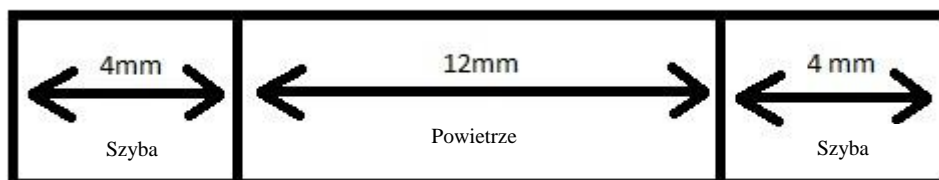
```
double Asr=(GL.K)/(GL.C*GL.R);
GL.dTime=pow((GL.B/(GL.N_B)),2.0)/(0.5*Asr);
```

gdzie:
k, c, ro - dane materiałowe,
B/N_B - wielkość elementu.

Przedstawienie otrzymanych wyników:

Początkowo przy zastosowaniu wcześniejszych danych przeprowadzono analizę rozkładu temperatur dla 2 szyb które łącznie mają 20mm.

Warunki panujące
wewnątrz.
Temperatura = 22



Warunki panujące
na zewnątrz.
Temperatura = -15

22° C

21.98° C



21.46° C

20.93° C



20.80° C

20.27° C



20.17° C

19.64° C



19.56° C

19.02° C



18.97° C

18.44° C



Pełna skala rozkładu temperatur dla zadanego procesu:

22° C

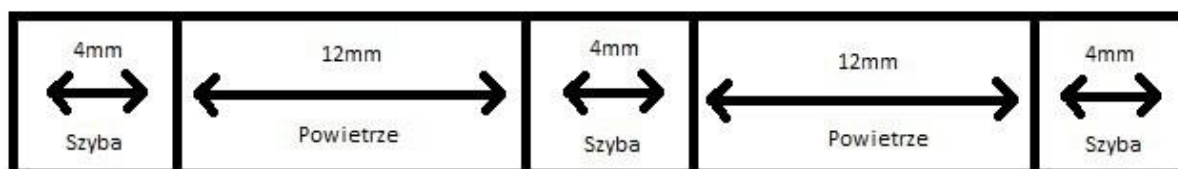
18.44° C



W kolejnym kroku uruchomiłem program dla sytuacji w której występują 3 szyby które łącznie mają 36mm.

Warunki panujące
wewnątrz.
Temperatura = 22

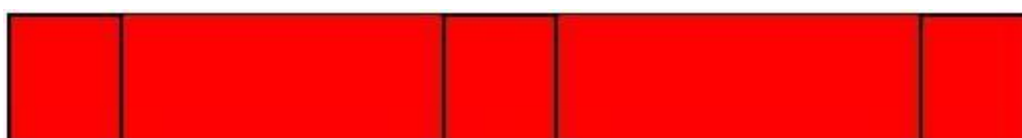
Warunki panujące
na zewnątrz.
Temperatura = -15

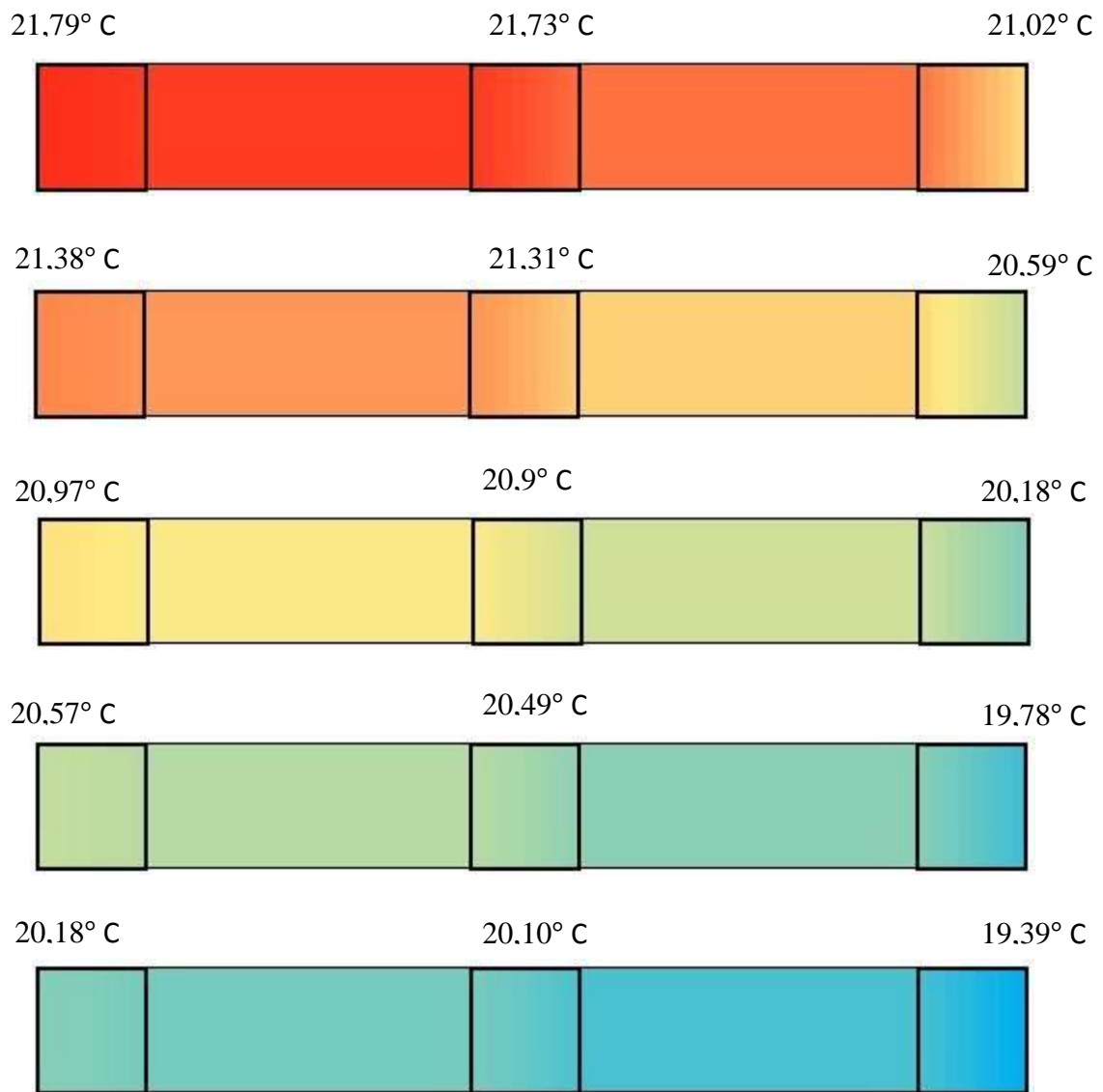


22° C

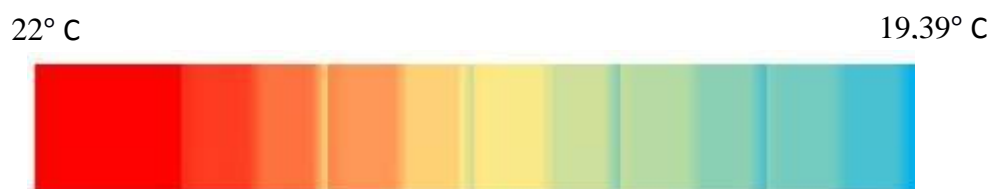
22° C

21.98° C

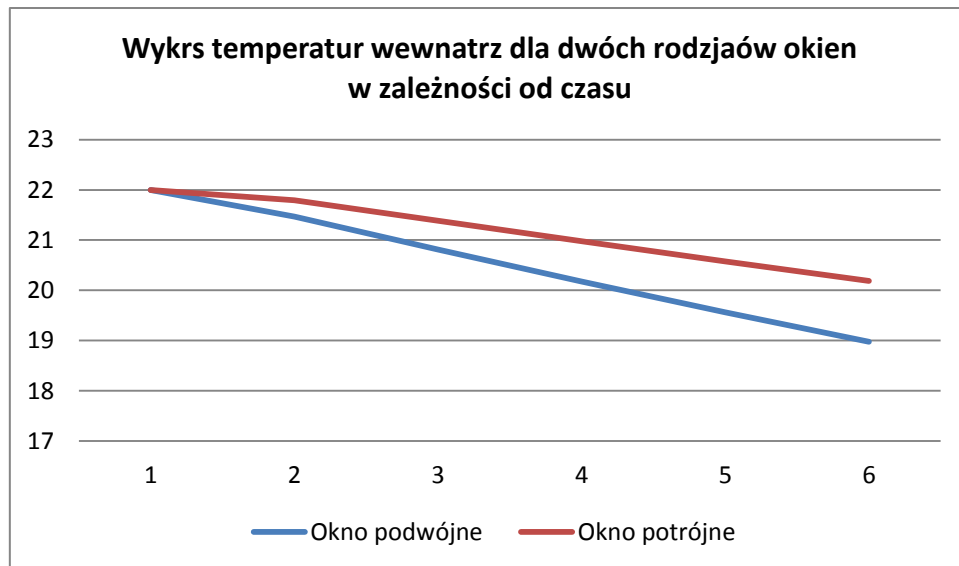




Pełna skala rozkładu temperatur dla zadanego procesu:



W obu szybach znajdowało się pomiędzy szybami powietrze. Aby był uwzględniony naturalny ruch cząsteczek po każdym obiegu uśredniałem wartość temperatury powietrza. W przypadku trzech szyb były to dwie osobne średnie.



Na wykresie możemy zaobserwować różnice pomiędzy badanymi przypadkami. Różnica pomiędzy nimi to $1,21^{\circ}\text{C}$

Wnioski:

Analizując uzyskane wyniki można zauważyć korzystną różnicę przy zastosowaniu szyby potrójnej. Temperatura na powierzchni szyby sugeruje jaka temperatura panuje w środku pomieszczenia, dlatego najbardziej zależy nam tym gdy temperatura na szybie jest najwyższa.

W przypadku analizowanym przez nas różnica temperatur wynosiła $1,21^{\circ}\text{C}$, tak więc uwzględniając nie tylko okres grzewczy, ale również pozostałą część roku, zastosowanie większej ilości szyb przekłada się na zmniejszenie kosztów jakie ponosimy za ogrzewanie. W praktyce stosuje się konstrukcje, gdzie zamiast powietrza w przestrzeni między szybami znajduje się np. argon lub krypton. Natomiast jeśli chodzi o szyby to mogą być zwykłe albo niskoemisyjne. Pozwala to na jeszcze bardziej efektywną izolację.

Rozważany przeze mnie problem dotyczy rzeczywistego problemu. Patrząc na wcześniej uzyskane wyniki oraz na ceny takich szyb, możemy sprawdzić czy opłaca się wykorzystywać okna potrójne. Czy może jednak wykorzystać powoli pojawiają się już okna z 4 szybami. Należy jednak brać pod uwagę że w podanym problemie był uwzględniony jeden przypadek. Zależnie od pory roku oraz warunków atmosferycznych wyniki mogą się różnić. Kiedy już mamy taki program w bardzo łatwy sposób możemy dokonać podobnych analiz gdyż wystarczy zmodyfikować dane wejściowe w pliku.

Trzeba jednak podkreślić, że MES jest metodą przybliżoną, której wyniki zawsze należy podać weryfikacji. Uzyskanie większej dokładności może wymagać zagęszczenia siatki lub zmniejszenia kroku czasowego. Działania te przekładają się na skomplikowane obliczenia oraz wydłużenie czasu jaki trzeba poświęcić na obliczenie danego zagadnienia dlatego niektóre przypadki rozpatrywane w MES wymagają potężnej mocy obliczeniowej sprzętu i mogą się liczyć nawet po paręnaście tygodni.

Bibliografia:

<http://home.agh.edu.pl/~pkustra/MES.html>

www.wikipedia.pl

<http://www.fizyka.pk.edu.pl/tabele/GesPow.htm>

<http://oknotest.pl/szyby-i-szklo/szklo-a-izolacja-termiczna>

<http://www.e-izolacje.pl/a/okna-a-wspolczynnik-przenikania-ciepla-4314.html>