تمرین عملی دوم سیگنال		به نام خدا		کامیار معروفی

94105139

a) تبدیل فوریه دو بعدی، سیگنال دو بعدی ورودی را به سیگنالی دو بعدی در فضای فرکانس تبدیل میکند.

برای گسسته:

$$F(w1,w2) = \sum_{n1=-\infty}^{\infty}\sum_{n2=-\infty}^{\infty} f(n1,n2)e^{-iw1n1-iw2n2}$$

$$f(n1,n2) = (\frac{1}{2\pi})^2 \int_{-\pi}^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} F(w1,w2)e^{iw1n1+iw2n2}dw1dw2$$

برای پیوسته:

$$F(w1,w2) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(t1,t2)e^{-iw1t1-iw2t2}dt1dt2$$

$$f(t1,t2) = (\frac{1}{2\pi})^2 \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} F(w1,w2)e^{iw1n1+iw2n2}dw1dw2$$

که در آن F تبدیل فوریه ی دو بعدی و f سیگنال ورودی می باشد.

b) کانولوشن دو بعدی تعمیمی از کانولوشن یک بعدی می باشد که در آن هر دو محور افقی و عمودی کانوالو می یابند. اگر $\delta[m,n]$ را اینطور تعریف کنیم که در m=0 و n=0 مقدار 1 را بگیرد و در بقیه جاها مقدارش صفر باشد، میتوان هر سیگنال $x[m,n]$ را به این شکل نوشت:

$$x[m,n] = \sum_{j=-\infty}^{\infty}\sum_{i=-\infty}^{\infty} x[i,j]\delta[m-i][n-j]$$

حال در یک سیستمِ LTI پاسخ به سیگنال $x[m,n]$ از طریق رابطه ی زیر به دست می آید:

$$y[m,n] = x[m,n] * h[m,n] = \sum_{j=-\infty}^{\infty}\sum_{i=-\infty}^{\infty} x[i,j]h[m-i][n-j]$$

که بر این اساس سمت راست معادله ی بالا را کانولوشن دو بعدی تعریف میکنیم.

معادلِ کانولوشن دو بعدی در فضای فرکانس به صورت زیر است:

$$Y(w1, w2) = X(w1, w2)H(w1, w2)$$

که این رابطه از طریق اعمال تبدیل فوریه بخش a روی y[m,n] به دست آمده است.

البته رابطه های بالا در حالت گسسته نوشته شده اند؛ در حالت پیوسته سیگماها به انتگرال تبدیل می شوند.

c)

$$g(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

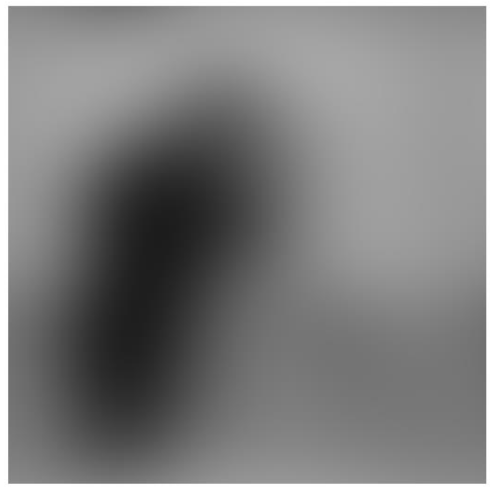
$G(w1, w2)$ هم از اعمال تبدیل فوریه ی بخش a روی سیگنال بالا به دست می آید که در نهایت به به رابطه ی زیر می رسیم:

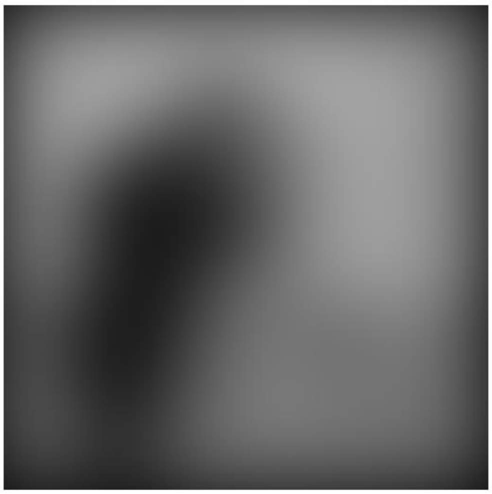
$$G(w1, w2) = e^{-\frac{\sigma^2}{2}(w1^2+w2^2)}$$

d) تصویر نهایی به صورت زیر است:

e) تصویر نهایی به صورت زیر است:

f) در دو بخش قبلی تفاوت خاصی بین دو عکس دیده نمی شود. اما تابع imfilter تفاوت هایی دارد که اگر واریانس را زیاد بکنیم می توان آن ها را دید. یکی از آن ها تفاوت در لبه ی دو عکس می باشد.





عکس سمت راست مربوط به فیلتری است که خودمان طراحی کردیم و عکس سمت چپ هم ناشی از اعمال تابع imfilter است. با استناد به این لینک، تابع imfilter کناره های عکس را با صفر پر میکند که باعث میشود بخشی از اطلاعات از بین برود و موجب سیاهی تصویر در لبه ها شود.