Resultados de las prueba técnica: Especialista desarrollador

Autor: Juan Guillermo Torres Hurtado, juanguillermotorres@yahoo.es

15 de mayo de 2022

1. Introducción

Para el desarrollo de esta prueba se ha seleccionado la herramienta Matlab en su versión 2022, dado que es una herramienta diseñada para la programación de cálculos numéricos, facilidad de manipulación de matrices, estadística, optimización y representación de resultados. Dicha herramienta se basa en el lenguaje de programación C++.

Aunque la teoría solicitada en este prueba se ha usado en otras áreas de ingeniera en mi experiencia laboral, debo reconocer que mis conocimientos sobre las áreas de inversión son modestos y mi lenguaje técnico podría no ser tan preciso.

2. Desarrollo de la prueba

1. Estimación de parámetros: El archivo solucion_1_2.m contiene el código donde se lee el archivo csv y se convierte en una tabla. Las lineas 10-14 permiten seleccionar la ventana de tiempo $n = 100$ a analizar. La linea 17 calcula el valor medio con la instrucción $\overline{r}_i$= mean(A), donde A es un vector. La linea 20 calcula la matriz de covarianzas $\sum$=cov(A,A) del vector A.

2. Optimización de portafolio: Para determinar el vector de pesos óptimos de inversión ω se propone el método de gradiente conjugado para la soluciones de problemas cuadráticos. En Matlab se escoge la instrucción $\omega =$ cgs($\sum$,b) para usar este método. El archivo conjugados.m contiene la instrucción que recibe como parámetros la matriz $\sum$ y el vector b. El numero de iteraciones asignado en este método es de 100, la tolerancia de $\epsilon = 10^{-6}$ y el punto de inicio x_0 se selecciona de forma aleatoria. A modo de ejemplo se invoca esta función desde el archivo solucion_1_2.m en la linea 29 para resolver una matriz de $2x2$.

3. Backtesting: Este procedimiento se implementó en el archivo Solucion_3.m, el cual hace uso de las librerias de Matlab *Backtest Investment Strategies* y las clases: *backtestStrategy* y *backtestEngine* [1]. Junto con este archivo, también se hacen uso de las funciones:

   - assetAreaPlot
   - equalWeightFcn
   - inverseVarianceFcn

Fecha	**MMM**	**AOS**	**ABT**	**ABBV**	**ABMD**	
19/06/2019	-0.0065	0.0018	-0.0109	-0.0082	-0.0007	...
20/06/2019	0.01887	0.0018	0.0072	0.0094	0.0157	...
21/06/2019	-0.0034	0.0033	0.0007	0.0056	-0.0165	...
24/06/2019	0.0002	-0.0022	-0.0034	-0.0042	-0.0112	...
25/06/2019	-0.0078	0.0048	-0.0055	-0.1625	0.0154	...
26/06/2019	-0.0009	0.0020	-0.0152	0.0350	-0.0212	...
27/06/2019	-0.0022	-0.0022	0.0088	0.0294	0.0132	...
28/06/2019	-0.0107	0.0234	0.0049	0.0389	0.0218	...
...	...	...	...	...	...	...

Cuadro 1: Retorno de acciones en USD

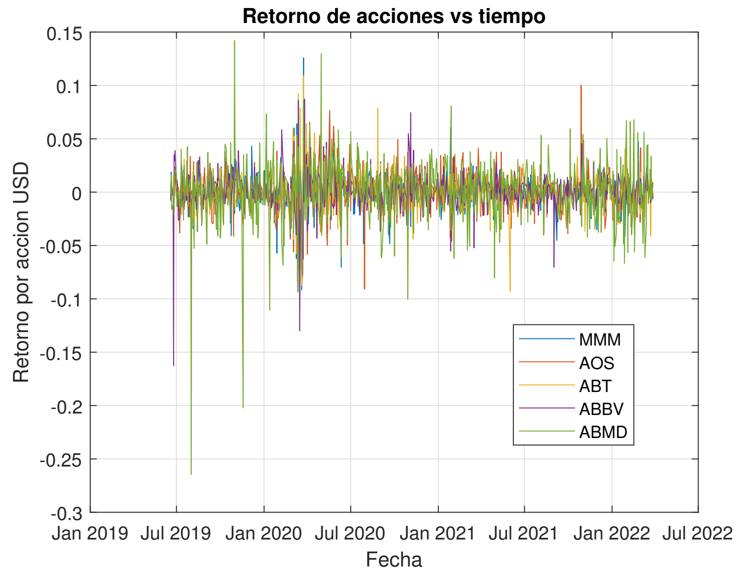


Figura 1: Comportamiento del retorno de las acciones en los últimos dos años.

- markowitzFcn
- maxSharpeRatioFcn
- robustOptimFcn
- variableTransactionCosts

La figura 1 presenta el comportamiento de las acciones en los últimos dos años, para esta gráfica solo se incluyen las primeras 5 empresas del archivo denominadas MMM, AOS, ABT, ABBV, ABMD y se asume que la moneda es en USD. La tabla 1 presenta los retornos de las acciones durante el mes de junio del 2019. La figura 2 muestra la asignación inicial de inversión para cada una de las 50 empresas en el periodo que incluye las primeras 100 muestras. Tenga en cuenta que los valores presentados son porcentuales en escala de 0 a 1 y se distribuyen entre las 50 empresas según el tipo de estrategia. La tabla 2 muestra los indicadores económicos obtenidos en cada estrategia para los primeros 100 datos (estos datos le permiten al inversionista seleccionar su estrategia), se observa que los retornos están por debajo de 1 USD, pues no hay un «conocimiento» previo de los datos. Para este ejercicio se han usado 5 estrategias diferentes para la asignación de pesos ω que se explican a continuación:

- **Estrategia equiprobable**: Los pesos ω se distribuyen de forma equitativa entre todas las N empresas, así $\omega_i = \frac{1}{N}$ y en nuestro caso $\omega_i = \frac{1}{50} = 0{,}02$.
- **Maximización de la tasa Sharpe**: Los pesos se calculan mediante el problema de optimización planteado en la ecuación:

$$\underset{\omega}{argmax} \left\{ \frac{r'.\omega}{\sqrt{\omega'.Q.\omega}} | \omega \geq 0, \sum_{i=1}^{N} \omega_i = 1, 0 \leq \omega_i \leq 0{,}1 \right\}$$

  Donde r es el vector de retornos esperados y Q es la matriz de covarianza.

- **Varianza inversa**:

$$\omega_i = \frac{\sigma_{ii}^{-1}}{\sum_{i=1}^{N} \sigma_{ii}^{-1}}$$

  Donde σ_{ii} son los elementos diagonales de la matriz de covarianza Q.

- **Optimización Markowitz**: maximiza el retorno y minimiza el riesgo.

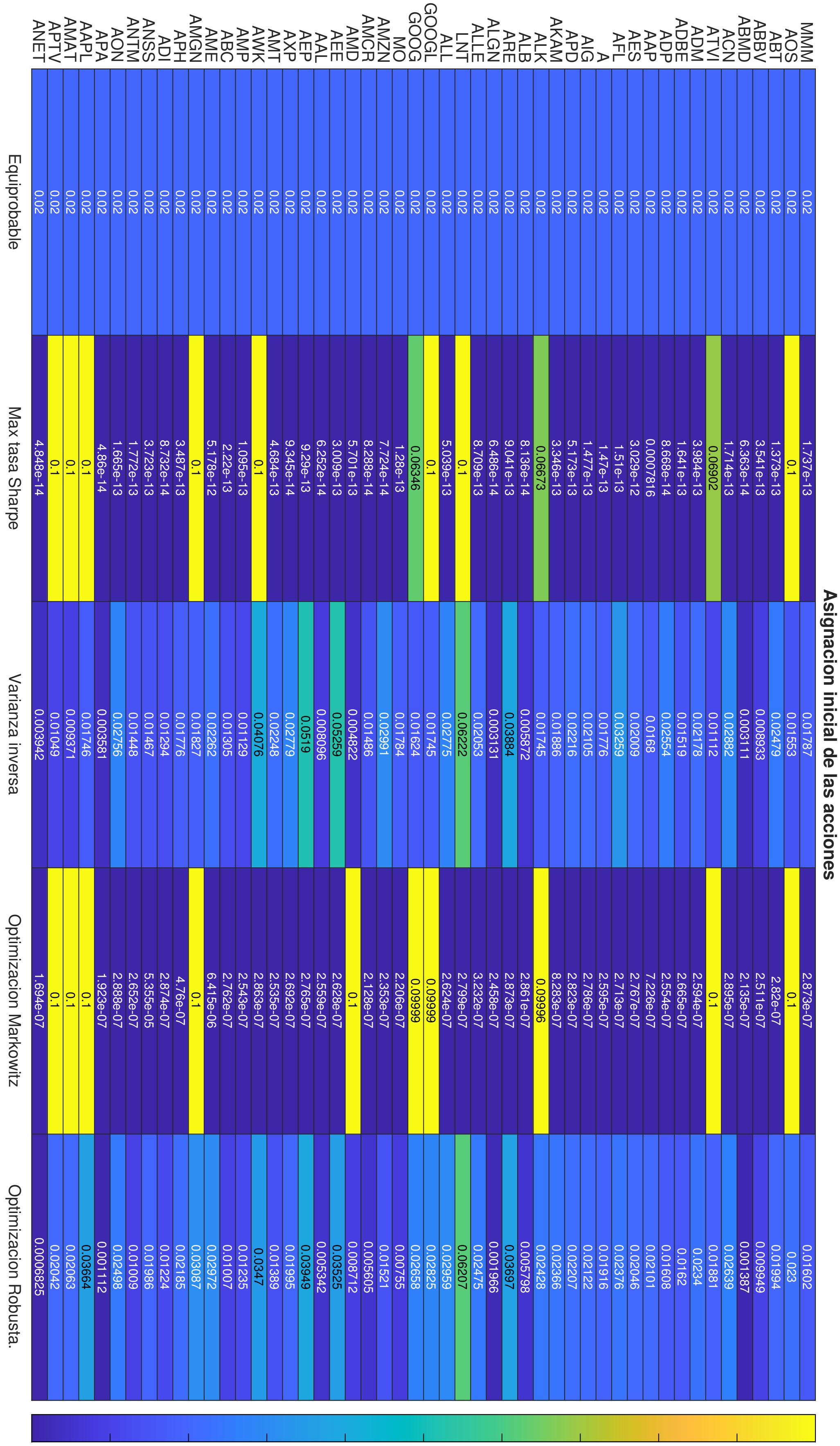


Figura 2: Asignación inicial (probabilidad de inversión entre 0-1) de las acciones entre los 50 activos.

	Equiprobable	**Max. tasa Sharpe**	**Varianza inversa**	**Optimizacion Markowitz**	**Optimizacion Robusta**
Retorno total USD	-0.5110	-2.228	0.5769	-1.4615	-0.2344
Sharpe Ratio	-0.0935	-0.1040	-0.1022	0.0614	-0.1636
Volatilidad	13.797	355.13	33.787	24.99	11.825
Turnover promedio	0.84473	0	0	0	0
Turnover maximo	54.109	0	0	0	0
Retorno promedo	-1.1765	-36.755	-3.4358	1.5287	-1.9252
Costo promedio de compra	0	0	0	0	0
Costo promedio de venta	0	0	0	0	0

Cuadro 2: Indicadores economicos con los 100 primeros datos usando Backtest

$$\underset{\omega}{max} \quad \underset{r \in S(r_0)}{min} \quad \left\{ r'\omega - \lambda\omega' Q\omega | \omega \geq 0, \sum_{i=1}^{N} \omega_i = 1, 0 \leq \omega_i \leq 0{,}1 \right\}$$

Donde $S(r0)$ es la región de incertidumbre:

$$S(r0) = \{r | (r - r_0)' \Sigma_r^{-1} (r - r_0) \leq k^2\}$$

k es el coeficiente de aversión a la incertidumbre. Σ_r^{-1}es la matriz de estimación de errores de los retornos esperados r.

- **Optimización Robusta**: Se basa en el modelo de Markowitz reformulandolo de la siguiente forma.

$$\underset{\omega}{max} \quad \left\{ r'\omega - \lambda\omega' Q\omega - kz | z \geq 0, \omega \geq 0, \sum_{i=1}^{N} \omega_i = 1, 0 \leq \omega_i \leq 0{,}1 \right\}$$

El calculo de las estrategias de inversión y la presentación de los resultados se encuentra entre las lineas 44 y 62. La función de revalanceo de cada una de las estrategias se configuran en las lineas 84-111. Esta función en Matlab se conoce como *backtestStrategy* y tiene como parámetros de entrada los pesos actuales ω y el tamaño de la ventana, que en este caso es de 100. *backtestStrategy* re-calcula los nuevos pesos ω de cada portafolio. El tiempo de revalanceo es cada 112 días. Los costos de transacción son fijos en 0.5 % de valor negociado, la tasa de riesgo anualizado es de 1 % y el valor de la cartera al inicio del *Backtest* para todas las estrategias es $10.000 USD. La tabla 3 muestra los indicadores económicos después de usar *Backtest* durante todo el periodo de datos. Finalmente la figura 3 muestra el comportamiento de los retornos totales de inversión durante todo el periodo de tiempo analizado para cada una de las estrategias desarrollada.

Las estrategias de seleccion de pesos ω que muestran los mejores retornos son: varianza inversa (1214.7 USD) y la optimización robusta (622.98 USD). Ademas, al comparar estos resultados con los de la tabla 2, se hace evidente que al aplicar una determinada estrategia en una serie de tiempo, se optimizan los resultados esperados de los retornos totales. Nota: la gráficas han sido vectorizadas para no perder resolución al hacer un *zoom-in* del 1000 %.

Referencias

[1] Matlab R2022a, Create backtestStrategy object to define portfolio allocation strategy, https://www.mathworks.com/help/finance/backteststrategy.html

	Equiprobable	**Max. tasa Sharpe**	**Varianza inversa**	**Optimizacion Markowitz**	**Optimizacion Robusta**
Retorno total USD	38.247	-3.653	1214.7	3.5097	622.98
Sharpe Ratio	-0.060425	-0.054505	0.031137	-0.09926	-0.039199
Volatilidad	12.152	13.079	24.244	15.7	21.641
Turnover promedio	0.044367	0.011934	0.0.0133341	0.017288	0.017461
Turnover maximo	20.942	3.1148	3.005	3.847	5.7887
Retorno promedo	-0.814	-0.712225	0.75428	-1.557	-0.84757
Costo promedio de compra	3.8422	0.7255	86.085	0.7878	60.647
Costo promedio de venta	3.8487	0.30303	121.63	0.7891	60.795

Cuadro 3: Indicadores economicos con todos los datos usando Backtest

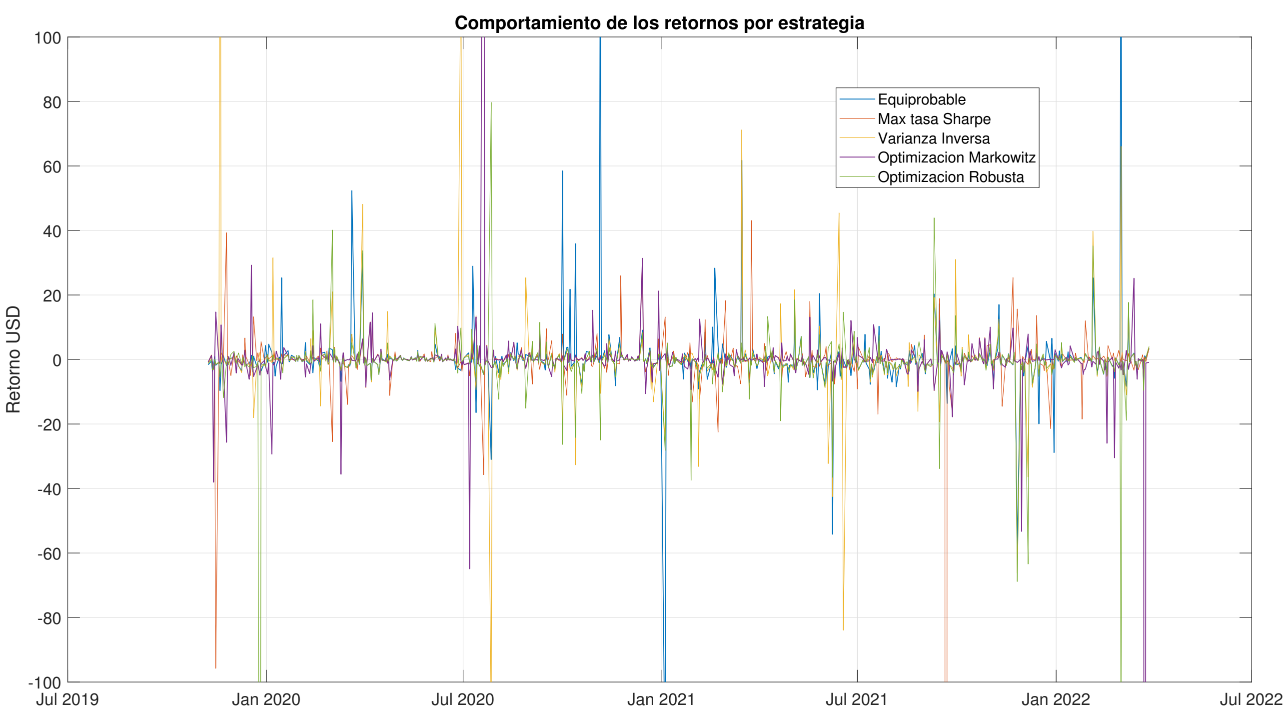


Figura 3: Comparación del volumen de negocio.

Prueba Técnica: Especialista desarrollador

Información general

- **Motivación**

El especialista desarrollador del área de métodos cuantitativos en la vicepresidencia inversiones, será el encargado de crear y administrar herramientas tecnológicas con el fin de apoyar las diferentes etapas del proceso de inversión. Es de vital importancia que el especialista esté en la capacidad de contribuir a la resolución de problemas financieros por medio de la programación.

- **Objetivo**

El objetivo de este ejercicio es programar un optimizador de portafolios de inversión y evaluar su desempeño.

- **Lenguaje de programación**

El candidato puede resolver el ejercicio en Java o C++.

- **Opciones de entrega**

El candidato tiene dos alternativas para entregar el ejercicio, es libre de escoger cual medio quiere utilizar:

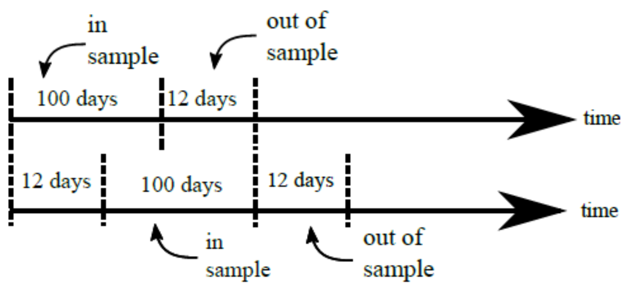
1. Subir el código a un repositorio privado de GitHub y compartir su link por medio de correo electrónico a universidadporvenir@porvenir.com.co.
2. Enviar archivos por medio de correo electrónico a universidadporvenir@porvenir.com.co.

- **Archivo adjunto**

Adjunto con este documento hay un archivo llamado "retornos_acciones.csv" que contiene el retorno diario de 50 de las compañías del S&P 500 entre el 19-06-2019 hasta el 28-03-2022. En el archivo cada fila es un día y cada columna es una compañía diferente.

Instrucciones

Para los datos recibidos (*retornos_acciones.csv*), calcule los portafolios óptimos utilizando una ventana móvil dentro de la muestra (*in-sample*) de 100 observaciones de retorno. Establezca la ventana móvil como los primeros 100 períodos de tiempo y seleccione el portafolio óptimo con el modelo que se explicará más adelante. Luego, evalúe el desempeño del portafolio en los 12 períodos siguientes (fuera de la muestra, *out-of-sample*). A continuación, actualice la ventana dentro de la muestra (*in-sample*), con la inclusión de los 12 períodos anteriores de fuera de la muestra (*out-of-sample*) y la exclusión de los 12 primeros períodos de la ventana anterior dentro de la muestra (*in-sample*). Luego, rebalancee el portafolio solucionando de nuevo el modelo, y repita hasta el final de la base de datos (el proceso se muestra a continuación).



El proceso se divide en tres partes: **estimación de los parámetros**, **selección del portafolio** y **backtesting**.

1. **Estimación de parámetros**: Para las 50 compañías, se proporcionan los retornos de 700 días. Tendrá que crear funciones para estimar la media y la matriz de covarianza de los retornos. El retorno medio del activo i puede estimarse de la siguiente manera:

$$\bar{r_i} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} r_{i,k}$$

donde $r_{i,k}$ es el retorno del activo i en el día k, y n es el número de días utilizados en la ventana de la muestra para la estimación de los parámetros (en este caso 100).

La entrada (i, j) de la matriz de covarianza puede calcularse con la ayuda de la siguiente fórmula:

$$\Sigma_{i,j} = \frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}\left(r_{i,k} - \bar{r_i}\right)\left(r_{i,k} - \bar{r_j}\right)$$

La matriz de covarianza estimada se denotará por Σ y los retornos estimados por $\bar{r}$.

2. **Optimización del portafolio:** Los pesos óptimos del portafolio de inversión (w) se pueden obtener resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{pmatrix} \Sigma & -\bar{r} & -e \\ -\bar{r}^T & 0 & 0 \\ -e^T & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} w \\ \lambda \\ \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\bar{r}_p \\ -1 \end{pmatrix}$$

Donde λ y μ son los multiplicadores de Lagrange, y $\bar{r}_p$ es el retorno objetivo, e representa un vector de unos (1).

Nota: El candidato puede utilizar el $\bar{r}_p$ que considere. Puede ser un número arbitrario como 0.08%.

Expresando el sistema de ecuaciones lineales como $Qx = b$. Entonces se puede utilizar el siguiente algoritmo (llamado método del gradiente conjugado) para encontrar el portafolio óptimo.

Nota: Una tolerancia típica ϵ es $10e - 6$.

Algoritmo: método del gradiente conjugado – programación cuadrática

- **Insumos:** Punto inicial x_0, matriz Q, vector lateral derecho b, y tolerancia ϵ.
- **Inicialización:**

$$s_0 = b - Qx_0, \qquad p_0 = s_0$$

- **Iteración:**

  For $k = 0, 1, \ldots$, **until** $s_k^T s_k \leq \epsilon$ **do:**

$$\alpha_k = \frac{s_k^T s_k}{p_k^T Q p_k}$$

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k$$

$$s_{k+1} = s_k - \alpha_k Q p_k$$

$$\beta_k = \frac{s_{k+1}^T s_{k+1}}{s_k^T s_k}$$

$$p_{k+1} = s_{k+1} + \beta_k p_k$$

3. El **backtesting** es el proceso de probar una estrategia de trading con datos históricos relevantes para asegurar su viabilidad antes de que el trader arriesgue dinero real. Construya una serie de portafolios con diferentes retornos objetivo utilizando el conjunto de datos dentro de la muestra (*in-sample*). A continuación, calcule el retorno medio fuera de la muestra (*out-of-sample*) y la covarianza del activo. Aclarando, $\overline{w}$ denota los pesos del portafolio óptimo, $\bar{r}$ denota el retorno medio durante el periodo fuera de muestra (*out-of-sample*), y Σ denota la matriz de covarianza fuera de muestra (*out-of-sample*). $\bar{r}^T w$, y $w^T \Sigma w^T$ son los retornos medios reales y la covarianza del portafolio, respectivamente.