

ДЗ на 30 сентября

- 1) В поле нашлось подмножество, которое (относительно тех же операций сложения и умножения) оказалось кольцом с единицей. Докажите, что единица в нём — та же, что и в исходном поле.
- 2) Докажите, что в конечной группе уравнение $x^2 = e$ имеет нетривиальное решение а) если б) только если в ней четное число элементов
- 3) При каких n в кольце вычетов по модулю n найдется а) нетривиальное решение уравнения $xy = 0$ б) то же для $x^2 = 0$ в) то же для $x^2 = x$
- 4) Сколько элементов в фактомножестве? а) Множество — делители числа 30^{300} , x, y эквивалентны, если при некотором n x^n делится на y , а y^n на x . б) Множество — все натуральные числа x, y эквивалентны, если произведение всех ненулевых цифр x и y это квадрат целого числа.
- 5) a_1, a_2, a_n — рациональные числа. Докажите, что существует такое подмножество множества рациональных чисел, что оно является кольцом с единицей (относительно обычных сложения и умножения), содержит a_1, a_2, \dots, a_n , но не совпадает с полем всех рациональных чисел.
- 6) В кольце (не обязательно коммутативном!) конечное число элементов и $ab = 1$. Докажите, что $ba = 1$. Предостережение: в кольцах не всегда можно сокращать, так что не пишите тупых лип!