

ДЗ, производная и не только

- 1) Многочлен делится на свою производную. Докажите, что его производная обладает тем же свойством.
- 2) При каких условиях на вещественные a, b, c многочлен $x^5 + 10ax^3 + 5bx + c$ имеет корень кратности выше 2?
- 3) Отображение $D : K[x] \rightarrow K[x]$ линейно ($D(af + g) = aD(f) + d(g)$, a — константа), удовлетворяет правилу Лейбница ($D(fg) = fD(g) + D(f)g$) и $D(x) = 1$. Докажите, что это обычное дифференцирование
- 4) Многочлен 10-й степени с вещественными коэффициентами имеет десять вещественных корней. Сколько у него, минимум, может быть ненулевых коэффициентов?
- 5) Многочлен с рациональными коэффициентами имеет кратный иррациональный корень. Докажите, что как многочлен над \mathbb{Q} он разложим.
- 6) Найдите все многочлены степени не выше шести, такие что значение i -ой производной в точке j равно $i+j$, где $i = 1, 2$ или 3 , $j = 1$ или 2
- 7) Два унитарных многочлена с целыми коэффициентами и степени меньше p задают по модулю p взаимно обратные отображения. Докажите, что если один из них степени $p - 2$, то и другой тоже.