

## ДЗ 10. Последнее

1. В некотором городе 100 домов, соединенных дорогами. Известно, что от каждого дома отходит больше 40 дорог, а еще не найдется трех домов, попарно соединенных дорогами. Докажите, что тогда в городе не найдется пяти домов, которые можно последовательно обойти по прямым дорогам, вернувшись в итоге обратно.
2. На листе бумаги нарисован некоторый граф. Муха села в одну из его вершин и начала ползать по ребрам. В какой-то момент ей надоело делать это просто так, и она решила вернуться в самую первую вершину, причем теперь используя только те ребра, по которым проползла нечётное число раз. Докажите, что ей удастся это сделать.
3. В графе 20 вершин, любые две соединены ребром. За одно действие разрешается удалить из графа одно из четырех ребер, образующих цикл. Может ли через несколько таких действий остаться ровно 19 ребер?