

ДЗ на 16 сентября

- 1) Найдите наибольший общий делитель чисел $2^{42} + 1$ и $2^{96} - 1$.
- 2) Дано непустое подмножество A множества натуральных чисел такое, что если $a, b \in A$, то $a - b \in A$. Докажите, что A — пересечение некоторого идеала с начальным отрезком натурального ряда (или со всем рядом)
- 3) Найдите самое маленькое натуральное число, которое можно записать как сумму $37x + 73y$ не менее, чем семью способами.
- 4) a и b натуральные числа такие, что $a^2 + b$ и $b^2 + a$ делятся на $a + b$. Докажите, что число b нечётно.
- 5) Дана последовательность Фибоначчи $u_1 = u_2 = 1, u_{n+1} = u_n + u_{n-1}$. Выясните, чему может быть равен а) (u_n, u_{n+1}) б) (u_n, u_{n+8}) в) Найдите целые x, y такие, что $u_n x + u_{n-1} y = (u_n, u_{n-1})$
- 6) Корень бинарного дерева — 1, потомки числа x — это $x + 1$ (левый) и $\frac{x}{x+1}$ (правый) а) докажите, что в этом дереве присутствуют все рациональные числа б) найдите на этом дереве все дроби $\frac{x}{y}$, такие что $x^2 - xy - y^2 = 1$ и докажите, что других нет.