

Домашнее задание 2: мощности множеств

1. Верно ли, что множество различных треугольников с рациональными длинами сторон счётно? Будем считать два треугольника равными, если один получается из другого комбинацией поворотов сдвигов и отражений.
2. На плоскости поместили не более чем счётное множество точек. Докажите, что любые две непомеченные точки можно соединить дугой окружности, не содержащей помеченных точек.
3. Является ли не более чем счётным множество A , если:
 - (a) A — множество, состоящее из непересекающихся цифр 8, нарисованных на плоскости;
 - (b) A — множество, состоящее из непересекающихся букв Т, нарисованных на плоскости;
 - (c) A — множество, состоящее из непересекающихся букв W, нарисованных на плоскости?
4. Постройте явное непрерывное взаимнооднозначное соответствие между положительной вещественной полупрямой $(0, +\infty)$ и вещественной прямой $(-\infty, +\infty)$.
5. Доказывая счётность множества конечных битовых строк, Петя говорит:
«в самом деле, запись в двоичной системе даёт биекцию между множеством всех битовых строк и множеством всех натуральных чисел».
Почему он неправ? Как можно исправить его ошибку и указать искомую биекцию?
6. Докажите, что множество всех прямых на плоскости равномощно множеству всех точек на плоскости.