

### ДЗ, про самое главное поле

- 1) Вася двинул из точки  $z$  по прямой к точке  $(1, 1)$ . Когда расстояние до неё сократилось вдвое, он бросил это дело и побежал вокруг этой точки (по часовой стрелке), обежав двенадцатую часть круга. Затем он повторил ту же пару маневров, но уже с точкой  $(2, 3)$ . а) Рассчитайте формулу в комплексных числах для итогового Васиного перемещения б) Поясните за то, как Васе добиться того же результата, меняя режим работы (бег к точке vs. бег вокруг точки) не три раза, а только один (все параметры при этом могут быть, естественно, другими, но не должны зависеть от точки Васиного старта!)
- 2) а) Докажите, что ортогональность двух векторов, изображающих комплексные числа  $a, b$ , равносильна соотношению  $a\bar{b} = b\bar{a}$  б) Треугольник с вершинами  $a, b, c$  вписан в единичную окружность с центром в  $0$  (на комплексной плоскости). Докажите, что точка пересечения высот — это  $a+b+c$ . в) Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность радиуса  $R$ . Докажите, что ортоцентры треугольников  $ABC, ABD, ACD, BCD$  лежат на окружности того же радиуса.
- 3) Выразите  $tg(100a)$  а) через  $z = \cos(a) + i \cdot \sin(a)$  б) через  $tg(a)$
- 4) Составьте многочлен с корнями  $\cos(2\pi/9), \cos(4\pi/9), \cos(8\pi/9)$  б) выразите сумму обратных квадратов этих величин (если первый пункт не решен можно как-то обозначить коэффициенты этого найденного многочлена и выразить через них)
- 5) Найдите решение уравнения  $z^{33} = \frac{2-2i}{i+\sqrt{3}}$  с наибольшей мнимой частью
- 6) а) Решить в комплексных числах уравнение  $(x+i)^n - (x-i)^n = 0$ . б) Доказать, что  $\prod_{k=1}^{(n-1)/2} tg(\pi k/n) = 1$  при чётном  $n$  и  $\sqrt{n}$  при нечётном.