

# Дискретная математика. ПМИ. Первый модуль.

## Список вопросов:

1. Методы математического доказательства. Конструктивные. Неконструктивные. Доказательство от противного. Примеры.
2. Принцип Дирихле. Обобщенный принцип Дирихле. Пример задачи.
3. Метод математической индукции. Аксиома индукции. Примеры с базой индукции, отличной от  $n = 1$ . Полная индукция. Запись в терминах аксиомы индукции.
4. Метод минимального контрпримера. Примеры.
5. Отображения. Инъективное, сюръективное, биективное. Существование обратного отображения к биективному.
6. Равномощность. Равномощность конечных множеств. Счетные множества, эквивалентность двух определений. Счетность  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ .
7. Теорема Кантора. Несчетность  $2^{\mathbb{N}}$ .
8. Бинарное отношение на множестве. Отношение эквивалентности. Разбиение множества на классы эквивалентности. Равномощность — отношение эквивалентности.
9. Множества. Операции над множествами. Законы де Моргана. Правила суммы и произведения. Формула включений-исключений.
10. Размещения с повторениями и без. Подсчет количества подмножеств множества. Подсчет количества всех отображений и инъективных отображений.
11. Сочетания с повторениями и без. Подсчет количества возрастающих и невозрастающих последовательностей.
12. Урновая схема и схема раскладки предметов по ящикам. Примеры.
13. Перестановки с повторениями и без. Подсчет количества биективных отображений.
14. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля. Представление биномиальных коэффициентов через количество путей.
15. Формула суммирования по верхнему индексу. Формульное и комбинаторное доказательства.
16. Бином Ньютона. Следствия из бинома Ньютона и их комбинаторные доказательства.
17. Обобщение бинома Ньютона. Следствие и его комбинаторное доказательство.
18. Решение рекуррентного соотношения первого порядка. Решение рекуррентного соотношения второго порядка в случае различных вещественных корней.
19. Решение рекуррентного соотношения второго порядка в случае кратного корня.
20. Решение рекуррентного соотношения второго порядка в случае комплексных корней.
21. Решение рекуррентного соотношения произвольного порядка.
22. Дискретное вероятностное пространство. Свойства. Условная вероятность.
23. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
24. Независимые события. Парная независимость и независимость в совокупности.
25. Схема Бернулли. Обобщение схемы Бернулли.