

ДЗ 8. Графы. Начало

1. В государстве 100 городов, и из каждого города выходит по 4 дороги в другие города. Сколько всего дорог в государстве?
2. Можно ли на плоскости нарисовать а) 6 б) 7 отрезков так, чтобы каждый пересекался ровно с 3 другими?
3. Рассмотрим произвольную смежную пару вершин $\{x, y\}$ в простом графе G на n вершинах. Докажите, что ребро $e = \{x, y\}$ принадлежит по меньшей мере $\deg(x) + \deg(y) - n$ треугольникам (треугольник - три попарно смежные вершины) в графе G .
4. В графе n вершин, любые две соединены либо красным, либо зеленым ребром. Докажите, что можно полностью стереть ребра одного из цветов так, чтобы граф по-прежнему был связан.
5. В графе G для любой пары вершин найдется простой цикл, проходящий через обе эти вершины.
 - а). Докажите, что для любой вершины u и любого ребра vw найдется простой цикл, проходящий через вершину u и по ребру vw .
 - б). Докажите, что для любых двух ребер графа G найдется простой цикл, проходящий по обоим этим ребрам.