

## Содержание

<b>Must have</b>	<b>2</b>
Задача 26A. Persistent Array Off [0.1, 256]	2
Задача 26B. Persistent Array On [0.7, 256]	3
Задача 26C. Персистентная очередь [0.2, 256]	4
Задачи здорового человека	5
Задача 26D. СНМ [0.2, 256]	5
Задача 26E. Вперёд! [0.5, 256]	6
Задача 26F. Переворачивания [1, 256]	7
Задача 26G. Машенька и её интерес [0.2, 256]	8
Для искателей острых ощущений	9
Задача 26H. Поднимайся и вращай [0.2, 256]	9
Задача 26I. Вставка ключевых значений [0.5, 256]	10
Для мастеров AI	11
Задача 26J. Переворачивания [2, 4]	12

---

У вас не получается читать/выводить данные?

Воспользуйтесь примерами (**c++**) (**python**).

Обратите внимание, входные данные лежат в **стандартном потоке ввода** (он же stdin), вывести ответ нужно в **стандартный поток вывода** (он же stdout).

Обратите внимание на GNU C++ компиляторы с суффиксом inc.

Подни можно пользоваться **дополнительной библиотекой** (optimization.h).

То есть, использовать быстрый ввод-вывод: **пример про числа и строки**.

И быструю аллокацию памяти (ускоряет vector-set-map-весь-STL): **пример**.

Для тех, кто хочет разобраться, как всё это работает.

Короткая версия быстрого ввода-вывода (**тык**) и короткая версия аллокатора (**тык**).

## Must have

### Задача 26А. Persistent Array Off [0.1, 256]

Дан массив (вернее, первая, начальная его версия).

Нужно уметь отвечать на два запроса:

- $a_i[j] = x$  — создать из  $i$ -й версии новую, в которой  $j$ -й элемент равен  $x$ , а остальные элементы такие же, как в  $i$ -й версии.
- `get  $a_i[j]$`  — сказать, чему равен  $j$ -й элемент в  $i$ -й версии.

#### Формат входных данных

Количество чисел в массиве  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^5$ ) и  $N$  элементов массива. Далее количество запросов  $M$  ( $1 \leq M \leq 10^5$ ) и  $M$  запросов. Формат описания запросов можно посмотреть в примере. Если уже существует  $K$  версий, новая версия получает номер  $K + 1$ . И исходные, и новые элементы массива — целые числа от 0 до  $10^9$ . Элементы в массиве нумеруются числами от 1 до  $N$ .

#### Формат выходных данных

На каждый запрос типа `get` вывести соответствующий элемент нужного массива.

#### Пример

stdin	stdout
6	6
1 2 3 4 5 6	5
11	10
create 1 6 10	5
create 2 5 8	10
create 1 5 30	8
get 1 6	6
get 1 5	30
get 2 6	
get 2 5	
get 3 6	
get 3 5	
get 4 6	
get 4 5	

### Задача 26B. Persistent Array On [0.7, 256]

Дан массив (вернее, первая, начальная его версия).

Нужно уметь в *online* отвечать на два запроса:

- `create i j x` — создать из  $i$ -й версии новую, в которой  $j$ -й элемент равен  $x$ , а остальные элементы такие же, как в  $i$ -й версии.
- `get i j` — сказать, чему равен  $j$ -й элемент в  $i$ -й версии.

Это интерактивная задача. Запросы нужно обрабатывать в *online*, результат каждого запроса `flush`-ить до чтения следующего.

#### Формат входных данных

Количество чисел в массиве  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^5$ ) и  $N$  элементов массива. Далее количество запросов  $M$  ( $1 \leq M \leq 10^5$ ) и  $M$  запросов. Формат описания запросов можно посмотреть в примере. Если уже существует  $K$  версий, новая версия получает номер  $K + 1$ . И исходные, и новые элементы массива — целые числа от 0 до  $10^9$ . Элементы в массиве нумеруются числами от 1 до  $N$ .

#### Формат выходных данных

На каждый запрос типа `get` вывести соответствующий элемент нужного массива.

#### Пример

stdin	stdout
6	6
1 2 3 4 5 6	5
11	10
create 1 6 10	5
create 2 5 8	10
create 1 5 30	8
get 1 6	6
get 1 5	30
get 2 6	
get 2 5	
get 3 6	
get 3 5	
get 4 6	
get 4 5	

#### Подсказка по решению

Сделайте ровное красивое дерево. Глубины  $\log_2 n$ .

#### Замечание

Буфферизированные способы ввода, например, `readInt`, не подойдут, так как пытаются читать сразу «до конца файла». Пример корректного кода:

```
string query;
for (int i = 0; i < queryCnt; i++) {
    getline(cin, query);
    process(query);
    cout << flush; // cout << endl; тоже делает flush
}
```

### Задача 26С. Персистентная очередь [0.2, 256]

Реализуйте персистентную очередь.

#### Формат входных данных

Первая строка содержит количество действий  $n$  ( $1 \leq n \leq 200\,000$ ).

В строке номер  $i + 1$  содержится описание действия  $i$ :

- $1 \ t \ m$  — добавить в конец очереди номер  $t$  ( $0 \leq t < i$ ) число  $m$ ;
- $-1 \ t$  — удалить из очереди номер  $t$  ( $0 \leq t < i$ ) первый элемент.

В результате действия  $i$ , описанного в строке  $i + 1$  создается очередь номер  $i$ .

Изначально имеется пустая очередь с номером ноль.

Все числа во входном файле целые, и помещаются в знаковый 32-битный тип.

Вас никогда не попросят удалять из пустой очереди.

#### Формат выходных данных

Для каждой операции удаления выведите удаленный элемент на отдельной строке.

#### Примеры

stdin	stdout
10	1
1 0 1	2
1 1 2	3
1 2 3	1
1 2 4	2
-1 3	4
-1 5	
-1 6	
-1 4	
-1 8	
-1 9	

#### Подсказка по решению

Все запросы в offline  $\Rightarrow$  вы простое и быстрое решение за  $\mathcal{O}(n)$  с деревом версий.

Ещё можно сдать *pairing* идею с лекции.

Переиспользовать онлайн-персистентность из задачи А тоже можно попробовать, но может не пройти по времени.

## Задачи здорового человека

### Задача 26D. CHM [0.2, 256]

Ваша задача — реализовать **Persistent Disjoint-Set-Union**. Что это значит?

Про **Disjoint-Set-Union**:

Изначально у вас есть  $n$  элементов. Нужно научиться отвечать на 2 типа запросов.

- $+ a b$  — объединить множества, в которых лежат вершины  $a$  и  $b$
- $? a b$  — сказать, лежат ли вершины  $a$  и  $b$  сейчас в одном множестве

Про **Persistent**:

Теперь у нас будет несколько копий (версий) структуры данных **Disjoint-Set-Union**.

Запросы будут выглядеть так:

- $+ i a b$  — запрос к  $i$ -й структуре, объединить множества, в которых лежат вершины  $a$  и  $b$ . При этом  $i$ -я структура остается не измененной, создается новая версия, ей присваивается новый номер (какой? читайте дальше)
- $? i a b$  — запрос к  $i$ -й структуре, сказать, лежат ли вершины  $a$  и  $b$  сейчас в одном множестве

### Формат входных данных

На первой строке 2 числа  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^5$ ) и  $K$  ( $0 \leq K \leq 10^5$ ) — число элементов и число запросов. Изначально все элементы находятся в различных множествах. Эта начальная копия (версия) структуры имеет номер 0.

Далее следуют  $K$  строк, на каждой описание очередного запроса. Формат запросов описан выше. Запросы нумеруются целыми числами от 1 до  $K$ .

Пусть  $j$ -й из  $K$  запросов имеет вид « $+ i a b$ ». Тогда новая версия получит номер  $j$ . Запросы вида « $? i a b$ » не порождают новых структур.

### Формат выходных данных

Для каждого запроса вида  $? i a b$  на отдельной строке нужно вывести YES или NO.

### Пример

stdin	stdout
4 7	NO
+ 0 1 2	YES
? 0 1 2	YES
? 1 1 2	YES
+ 1 2 3	NO
? 4 3 1	
? 0 4 4	
? 4 1 4	

### Подсказка по решению

Эту задачу Вы умеете решать и в offline, и в online. Offline точно пройдет по времени.

### Задача 26Е. Вперёд! [0.5, 256]

Капрал Дукар любит раздавать приказы своей роте. Самый любимый его приказ — “Вперёд!”. Капрал строит солдат в ряд и отдаёт некоторое количество приказов, каждый из них звучит так: “Рядовые с  $l_i$  по  $l_j$  — вперёд!”

Перед тем, как Дукар отдал первый приказ, солдаты были пронумерованы от 1 до  $n$ , слева направо. Услышав приказ “Рядовые с  $l_i$  по  $l_j$  — вперёд!”, солдаты, стоящие на местах с  $l_i$  по  $l_j$  включительно, продвигаются в начало ряда, в том же порядке, в котором были.

Например, если в какой-то момент солдаты стоят в порядке 1, 3, 6, 2, 5, 4, то после приказа “Рядовые с 2 по 3 — вперёд!”, порядок будет таким: 3, 6, 1, 2, 5, 4. А если потом Капрал вышлет вперёд солдат с 3 по 4, то порядок будет уже таким: 1, 2, 3, 6, 5, 4.

Вам дана последовательность из приказов Капрала. Найдите порядок, в котором будут стоять солдаты после исполнения всех приказов.

#### Формат входных данных

В первой строке входного файла указаны числа  $n$  и  $m$  ( $2 \leq n \leq 100\,000$ ,  $1 \leq m \leq 100\,000$ ) — число солдат и число приказов. Следующие  $m$  строк содержат приказы в виде двух целых чисел:  $l_i$  и  $r_i$  ( $1 \leq l_i \leq r_i \leq n$ ).

#### Формат выходных данных

Выведите в выходной файл  $n$  целых чисел — порядок, в котором будут стоять солдаты после исполнения всех приказов.

#### Пример

stdin	stdout
6 3 2 4 3 5 2 2	1 4 5 2 3 6

#### Подсказка по решению

Берём уже написанное дерево по неявному ключу, используем Split/Merge.

### Задача 26F. Переворачивания [1, 256]

Учитель физкультуры школы с углубленным изучением предметов уже давно научился считать суммарный рост всех учеников, находящихся в ряду на позициях от  $l$  до  $r$ . Но дети играют с ним злую шутку. В некоторый момент дети на позициях с  $l$  по  $r$  меняются местами. Учитель заметил, что у детей не очень богатая фантазия, поэтому они всегда «переворачивают» этот отрезок, т. е.  $l$  меняется с  $r$ ,  $l + 1$  меняется с  $r - 1$  и так далее. Но учитель решил не ругать детей за их хулиганство, а все равно посчитать суммарный рост на всех запланированных отрезках.

#### Формат входных данных

В первой строке записано два числа  $n$  и  $m$  ( $1 \leq n, m \leq 200\,000$ ) — количество детей в ряду и количество событий, произошедших за все время. Во второй строке задано  $n$  натуральных чисел — рост каждого школьника в порядке следования в ряду. Рост детей не превосходит  $2 \cdot 10^5$ . Далее в  $m$  строках задано описание событий: три числа  $q, l, r$  в каждой строке ( $0 \leq q \leq 1$ ,  $1 \leq l \leq r \leq n$ ). Число  $q$  показывает тип события: 0 показывает необходимость посчитать и вывести суммарный рост школьников на отрезке  $[l, r]$ ; 1 показывает то, что дети на отрезке  $[l, r]$  «перевернули» свой отрезок. Все числа во входном файле целые.

#### Формат выходных данных

Для каждого события типа 0 выведите единственное число на отдельной строке — ответ на этот запрос.

#### Пример

stdin	stdout
5 6	15
1 2 3 4 5	9
0 1 5	8
0 2 4	7
1 2 4	10
0 1 3	
0 4 5	
0 3 5	

#### Подсказка по решению

Отложенные операции. Высплитить отрезок, вмерджить обратно.

### Задача 26G. Машенька и её интерес [0.2, 256]

Есть  $n$  мальчиков и девочка Маша. Изначально каждый мальчик стоит сам по себе и  $i$ -й мальчик с точки зрения Маши имеет интересность  $i$ . Девочка Маша хочет провести некоторый эксперимент, в течение которого каждый мальчик стоит в некоторой шеренге. Мальчики несговорчивые, участвовать в эксперименте не хотят, поэтому Маша собирается прибегнуть к математическому моделированию. Для этого ей нужно научиться быстро обрабатывать следующие запросы:

- `link(a, b)` – взять мальчиков с номерами  $a$  и  $b$ , если они стоят в разных шеренгах, то объединить шеренгу в одну: в начале шеренга мальчика  $a$ , затем шеренга мальчика  $b$ .
- `split(a, k)` – взять шеренгу, в которой стоит мальчик с номером  $a$  и разбить её на две: первые  $k$  мальчиков и все остальные. Если размер шеренги не больше  $k$ , ничего делать не нужно.
- `interest(a, x)` – сделать интересность мальчика  $a$  равной  $x$  (целое от 0 до  $10^9$ ).
- `sum(a)` – суммарная интересность мальчиков в шеренге, в которой стоит мальчик  $a$ .

#### Формат входных данных

В первой строке  $n$  ( $1 \leq n \leq 100\,000$ ) – количество мальчиков и  $m$  ( $1 \leq m \leq 250\,000$ ) – количество запросов. Далее  $m$  строк. Для понимания формата смотри пример. Мальчики нумеруются числами от 1 до  $n$ .

#### Формат выходных данных

Для каждого запроса «`sum`» на отдельной строке одно число – суммарная интересность.

#### Примеры

stdin	stdout
5 12	1
sum 1	10
interest 5 10	18
sum 5	37
interest 3 7	27
link 3 1	10
link 3 5	
sum 1	
interest 1 20	
sum 1	
split 1 2	
sum 3	
sum 5	

#### Подсказка по решению

Теперь нужно ещё хранить отца и уметь подниматься от вершины до корня.



## Для искателей острых ощущений

### Задача 26Н. Поднимайся и вращай [0.2, 256]

Изначально у вас есть  $n$  чисел  $1, 2, \dots, n$ . Каждое живёт само по себе. Далее числа будут объединяться в массивы. Вам нужно реализовать структуру, данных, умеющую отвечать на несколько запросов, за  $\mathcal{O}(\log n)$  каждый.

- $+ \ i \ j$  – взять массивы, в которых живут числа  $i$  и  $j$ , и объединить их в один массив именно в таком порядке.
- $! \ i \ k$  – взять массив, в котором живёт число  $i$ , и повернуть его на  $k$  влево.
- $- \ i \ k$  – взять массив, в котором живёт число  $i$ , и отрезать первые  $k$  элементов. Получится два новых массива.

Гарантируется, что запросы корректны. В первом  $i$  и  $j$  живут в разных массивах, во втором и третьем, длина массива, содержащего  $i$ , строго больше  $k$ .

#### Формат входных данных

На первой строке число элементов  $n$  ( $2 \leq n \leq 100\,000$ ) и число запросов  $m$  ( $1 \leq m \leq 100\,000$ ).  
На следующих  $m$  строках сами запросы.

#### Формат выходных данных

После всех запросов нужно вывести получившиеся массивы. На первой строке выведите число массивов. Далее  $k$  массивов в формате «число элементов и сами элементы». Отсортируйте массив массивов перед выводом (массивы сравниваются лексикографически).

#### Пример

stdin	stdout
5 5	3
+ 1 2	1 2
+ 1 3	3 3 4 1
+ 1 4	1 5
! 3 1	
- 2 1	

#### Подсказка по решению

Вам нужно каждому элементу сопоставить `node*` и научиться подниматься от неё до корня соответствующего декартова дерева.

### Задача 26I. Вставка ключевых значений [0.5, 256]

Вас наняла на работу компания МаслоHard, чтобы вы разработали новую структуру данных для хранения целых ключевых значений.

Эта структура выглядит как массив  $A$  бесконечной длины, ячейки которого нумеруются с единицы. Изначально все ячейки пусты. Единственная операция, которую необходимо поддерживать — это операция  $\text{Insert}(L, K)$ , где  $L$  — положение в массиве, а  $K$  — некоторое положительное целое ключевое значение. Операция выполняется следующим образом:

- Если ячейка  $A[L]$  пуста, то присвоить  $A[L] := K$ .
- Иначе выполнить  $\text{Insert}(L+1, A[L])$ , а затем присвоить  $A[L] := K$ .

По заданной последовательности из  $N$  целых чисел  $L_1, L_2, \dots, L_N$  вам необходимо вывести содержимое этого массива после выполнения следующей последовательности операций:

```
Insert(L1, 1)
Insert(L2, 2)
...
Insert(LN, N)
```

#### Формат входных данных

В первой строке входного файла содержится  $N$  (число операций  $\text{Insert}$ ) и  $M$  (максимальный номер позиции, которую можно использовать в операции  $\text{Insert}$ ). ( $1 \leq N, M \leq 131\,072$ ).

В следующей строке даны  $N$  целых чисел  $L_i$  ( $1 \leq L_i \leq M$ ).

#### Формат выходных данных

Выведите содержимое массива после выполнения данной последовательности операций  $\text{Insert}$ . На первой строке выведите  $W$  — номер последней несвободной позиции в массиве. Далее выведите  $W$  целых чисел —  $A[1], A[2], \dots, A[W]$ . Для пустых ячеек выводите нули.

#### Пример

stdin	stdout
5 4	6
3 3 4 1 3	4 0 5 2 3 1

#### Подсказка по решению

У жюри есть простое решение одним декартовым деревом.

## Для мастеров AI

### *Правила.*

Это блок задач про промтинг. Пользоваться можно только бесплатными версиями ИИ. В шапке исходника указывать последовательность промтов, и сайты, куда они были отправлены. Если в процессе использования ИИ вы получили какие-то важные идеи для решения, это тоже часть решения. Если с помощью ИИ вы написали генератор тестов или стресс-тест, это тоже следует указывать. Задокументируйте, пожалуйста, сделанную работу в шапке отосланного решения. Если это нужно, вы можете писать часть кода сами.

### Задача 26J. Переворачивания [2, 4]

Учитель физкультуры школы с углубленным изучением предметов уже давно научился считать суммарный рост всех учеников, находящихся в ряду на позициях от  $l$  до  $r$ . Но дети играют с ним злую шутку. В некоторый момент дети на позициях с  $l$  по  $r$  меняются местами. Учитель заметил, что у детей не очень богатая фантазия, поэтому они всегда «переворачивают» этот отрезок, т. е.  $l$  меняется с  $r$ ,  $l + 1$  меняется с  $r - 1$  и так далее. Но учитель решил не ругать детей за их хулиганство, а все равно посчитать суммарный рост на всех запланированных отрезках.

#### Формат входных данных

В первой строке записано два числа  $n$  и  $m$  ( $1 \leq n, m \leq 200\,000$ ) — количество детей в ряду и количество событий, произошедших за все время. Во второй строке задано  $n$  натуральных чисел — рост каждого школьника в порядке следования в ряду. Рост детей не превосходит  $2 \cdot 10^5$ . Далее в  $m$  строках задано описание событий: три числа  $q, l, r$  в каждой строке ( $0 \leq q \leq 1$ ,  $1 \leq l \leq r \leq n$ ). Число  $q$  показывает тип события: 0 показывает необходимость посчитать и вывести суммарный рост школьников на отрезке  $[l, r]$ ; 1 показывает то, что дети на отрезке  $[l, r]$  «перевернули» свой отрезок. Все числа во входном файле целые.

#### Формат выходных данных

Для каждого события типа 0 выведите единственное число на отдельной строке — ответ на этот запрос.

#### Пример

stdin	stdout
5 6	15
1 2 3 4 5	9
0 1 5	8
0 2 4	7
1 2 4	10
0 1 3	
0 4 5	
0 3 5	

#### Подсказка по решению

Это задача про «взять добротный квадрат» и попросить gpt оптимизировать, используя mm256i и unroll-loops. Не забудьте включить AVX прагмами.

Если придумаете, как ещё улучшить, прекрасно. Авторский  $n^2$  работает в 4.5 раз дольше авторского  $n \log n$  на  $n = 200\,000$ .