

# Отчет по лабораторной работе №6

## Задача об эпидемии

Меньшов Константин Эдуардович

### Содержание

Цель работы .....	1
Задание .....	1
Постановка задачи. Задача об эпидемии (Вариант 43) .....	1
Теоретическое введение .....	2
Выполнение лабораторной работы .....	2
Выводы.....	4
Список литературы .....	4

### Цель работы

1. Изучить задачу об эпидемии
2. Построить графики изменения числа особей в каждой из трёх групп: восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи; инфицированные особи (распространители инфекции); здоровые особи с иммунитетом к болезни. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в двух случаях.

### Задание

#### Постановка задачи. Задача об эпидемии (Вариант 43)

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ( $N = 5505$ ) в момент начала эпидемии ( $t = 0$ ) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции)  $I(0) = 45$ , А число здоровых людей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 3$ . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени  $S(0) = N - I(0) - R(0)$  [2].

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если  $I(0) \leq I^*$
2. если  $I(0) > I^*$

## Теоретическое введение

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из  $N$  особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через  $S(t)$ . Вторая группа - это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их  $I(t)$ . А третья группа, обозначающаяся через  $R(t)$  - это здоровые особи с иммунитетом к болезни [1].

До того, как число заболевших не превышает критического значения  $I^*$ , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда  $I(t) > I^*$ , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа  $S(t)$  меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, & \text{если } I(t) > I^* \\ 0, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases} \quad (1)$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} -\alpha S - \beta I, & \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases} \quad (2)$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = \beta I \quad (3)$$

Постоянные пропорциональности  $\alpha, \beta$  - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени  $t = 0$  нет особей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 0$ , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей  $I(0)$  и  $S(0)$  соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:  $I(t) \leq I^*$  и  $I(t) > I^*$ .

## Выполнение лабораторной работы

Выполнение работы будем проводить, используя OpenModelica.

Напишем программу для построения графиков изменения числа особей в каждой из трёх групп: восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи; инфицированные особи (распространители инфекции); здоровые особи с иммунитетом к болезни (рис.1).

```

1 model Lab6
2   parameter Real a = 0.01; // Коэффициент заболеваемости
3   parameter Real b = 0.02; // Коэффициент выздоровления
4   parameter Integer N = 5505; // Общая численность популяции
5   parameter Integer I0 = 45; // Начальное число заражённых
6   parameter Integer R0 = 3; // Начальное число имеющих иммунитет
7   parameter Integer S0 = N - I0 - R0; // Начальное число восприимчивых к болезни
8   Real S(start = S0);
9   Real I(start = I0);
10  Real R(start = R0);
11
12 equation
13   der(S) = 0;
14   der(I) = -b * I;
15   der(R) = b * I;
16
17 end Lab6;
18

```

рис.1: Код программы для построения графиков модели

Смоделируем графики изменения числа особей в каждой из трёх групп для первого случая (рис.2).

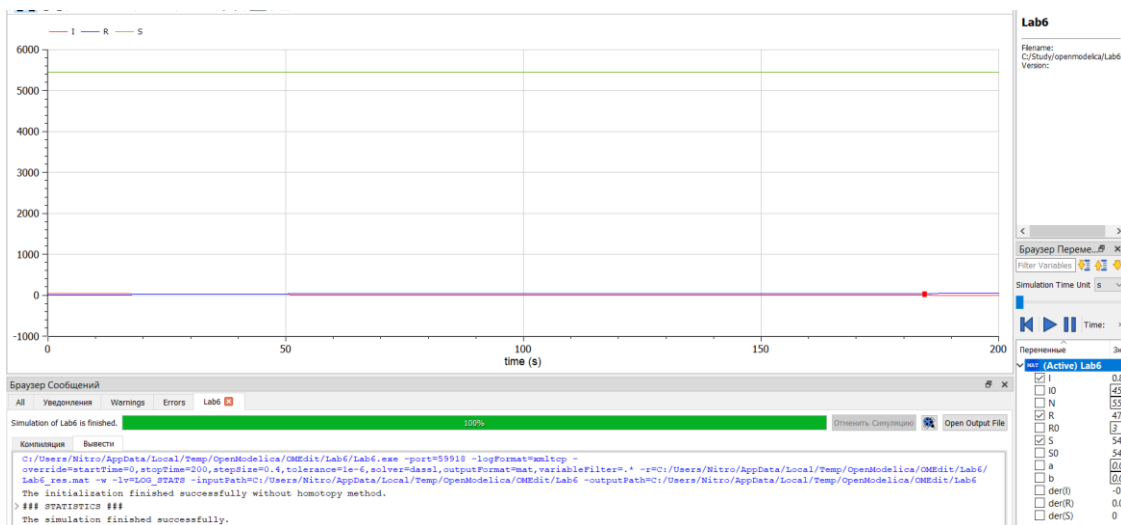


рис.2: Графики изменения числа особей в каждой из трёх групп для первого случая

Смоделируем графики изменения числа особей в каждой из трёх групп для второго случая (рис.3).

```

1 model Lab6_2
2   parameter Real a = 0.01; // Коэффициент заболеваемости
3   parameter Real b = 0.02; // Коэффициент выздоровления
4   parameter Integer N = 5505; // Общая численность популяции
5   parameter Integer I0 = 45; // Начальное число заражённых
6   parameter Integer R0 = 3; // Начальное число имеющих иммунитет
7   parameter Integer S0 = N - I0 - R0; // Начальное число восприимчивых к болезни
8   Real S(start = S0);
9   Real I(start = I0);
10  Real R(start = R0);
11
12 equation
13   der(S) = -a * S;
14   der(I) = a * S - b * I;
15   der(R) = b * I;
16
17 end Lab6_2;
18

```

рис.3: Код программы для построения графиков модели

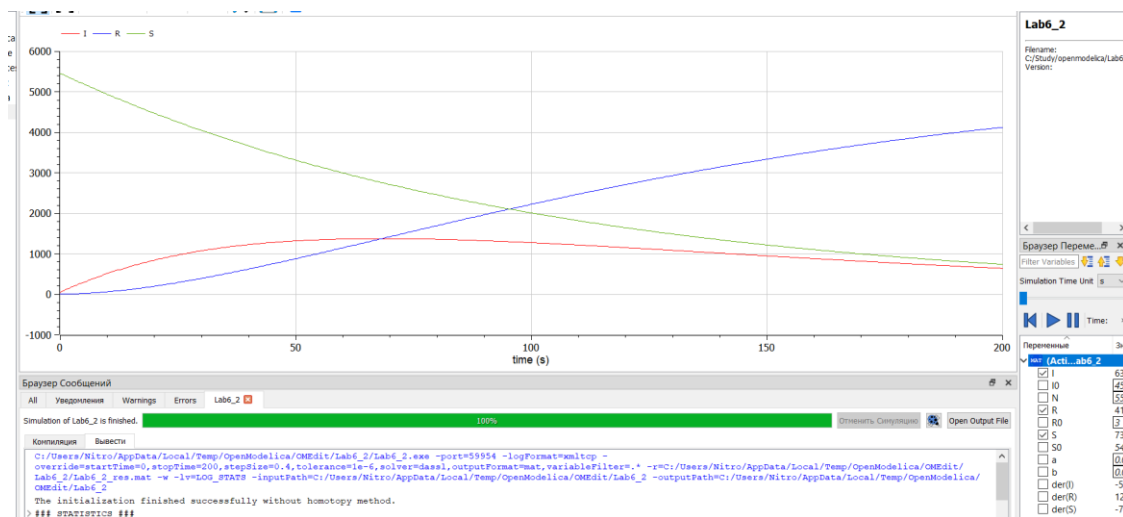


рис.4: Графики изменения числа особей в каждой из трёх групп для второго случая

## Выводы

1. Изучена задача об эпидемии
2. Построены графики изменения числа особей в каждой из трёх групп: восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи; инфицированные особи (распространители инфекции); здоровые особи с иммунитетом к болезни. Рассмотрено, как будет протекать эпидемия в двух случаях.

## Список литературы

1. Методические материалы курса
2. Задания к лабораторной работе № 6 (по вариантам)