

Вычислительная математика
Весна 2019
Преподаватель М.С. Маловичко
Лабораторная работа №3

Реализовать численный метод решения уравнения Пуассона в квадрате:

$$-\operatorname{div}(a \operatorname{grad} u) = f, \quad (1)$$

$$x, y \in [0, 1], \quad u = u(x, y), \quad a = a(x, y), \quad f = f(x, y).$$

Уравнение (1) дополнено нулевыми условиями Дирихле на границе. Правая часть задаётся выражением:

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{1-r^2}}, & r < 1 \\ 0, & r \geq 1 \end{cases}, \quad r = 3 \times \sqrt{(x - 0.5)^2 + (y - 0.5)^2} \quad (2)$$

и имеет следующий вид (рис. 1). Коэффициент определяется выражением:

$$a(x, y) = (x^2 + y^2 + 1)/10,$$

и изображён на рисунке 2.

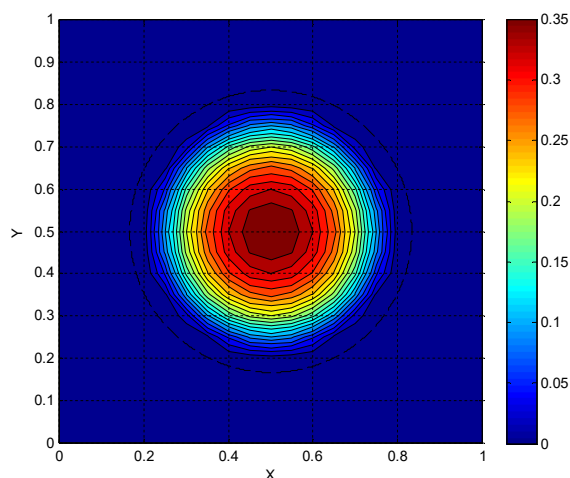


Рисунок 1. Вид правой части.

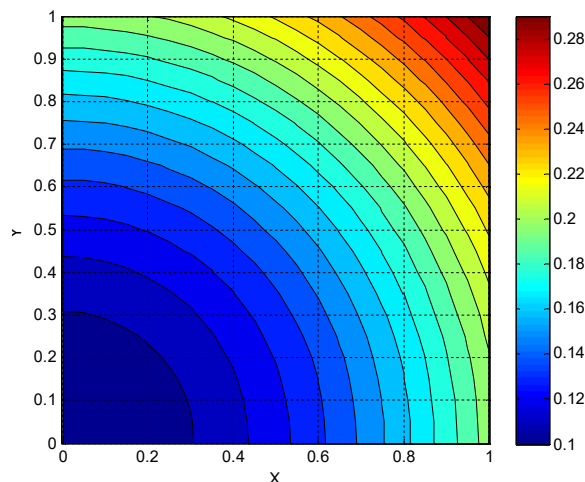


Рисунок 2. Коэффициенты

- Область разбить сеткой $h_x = h_y = h = 1/20$
- Дискретизация второго порядка
- Возникающую СЛАУ решить итерационно методом сопряжённых градиентов с точностью 10^{-6} (библиотечный вызов! без явного выделения матрицы!).
- Отчёт должен содержать 2D рисунки решения, графики сходимости, выписанный численный метод, формат-PDF¹.

¹ Latex не обязателен, вполне достаточно чего-нибудь вроде MsWord->SaveAsPDF.