

Matemática

Programa de Estudio Séptimo Año Básico

Ministerio de Educación



IMPORTANTE

En el presente documento, se utilizan de manera inclusiva los términos como “el docente”, “el estudiante”, “el profesor”, “el alumno”, “el compañero” y sus respectivos plurales (así como otras palabras equivalentes en el contexto educativo); es decir, se refieren a hombres y mujeres.

Esta opción obedece a que no existe acuerdo universal respecto de cómo evitar la discriminación de géneros en el idioma español, salvo usando “o/a”, “los/las” y otras similares para referirse a ambos sexos en conjunto, y ese tipo de fórmulas supone una saturación gráfica que puede dificultar la comprensión de la lectura.

Matemática

Programa de Estudio
Séptimo Año Básico

Ministerio de Educación



Estimados profesores y profesoras:

La entrega de nuevos programas es una buena ocasión para reflexionar acerca de los desafíos que enfrentamos hoy como educadores en nuestro país.

La escuela tiene por objeto permitir a todos los niños de Chile acceder a una vida plena, ayudándolos a alcanzar un desarrollo integral que comprende los aspectos espiritual, ético, moral, afectivo, intelectual, artístico y físico. Es decir, se aspira a lograr un conjunto de aprendizajes cognitivos y no cognitivos que permitan a los alumnos enfrentar su vida de la mejor forma posible.

Los presentes Programas de Estudio, aprobados por el Consejo Nacional de Educación, buscan efectivamente abrir el mundo a nuestros niños, con un fuerte énfasis en las herramientas clave, como la lectura, la escritura y el razonamiento matemático. El manejo de estas habilidades de forma transversal a todos los ámbitos, escolares y no escolares, contribuye directamente a disminuir las brechas existentes y garantizan a los alumnos una trayectoria de aprendizaje continuo más allá de la escuela.

Asimismo, el acceso a la comprensión de su pasado y su presente, y del mundo que los rodea, constituye el fundamento para reafirmar la confianza en sí mismos, actuar de acuerdo a valores y normas de convivencia cívica, conocer y respetar deberes y derechos, asumir compromisos y diseñar proyectos de vida que impliquen actuar responsablemente sobre su entorno social y natural. Los presentes Programas de Estudio son la concreción de estas ideas y se enfocan a su logro.

Sabemos que incrementar el aprendizaje de todos nuestros alumnos requiere mucho trabajo; llamamos a nuestros profesores a renovar su compromiso con esta tarea y también a enseñar a sus estudiantes que el esfuerzo personal, realizado en forma sostenida y persistente, es la mejor garantía para lograr éxito en lo que nos proponemos. Pedimos a los alumnos que estudien con intensidad, dedicación, ganas de aprender y de formarse hacia el futuro. A los padres y apoderados los animamos a acompañar a sus hijos en las actividades escolares, a comprometerse con su establecimiento educacional y a exigir un buen nivel de enseñanza. Estamos convencidos de que una educación de verdad se juega en la sala de clases y con el compromiso de todos los actores del sistema escolar.

A todos los invitamos a estudiar y conocer en profundidad estos Programas de Estudio, y a involucrarse de forma optimista en las tareas que estos proponen. Con el apoyo de ustedes, estamos seguros de lograr una educación de mayor calidad y equidad para todos nuestros niños.

A handwritten signature in black ink, consisting of a stylized 'F' followed by a series of loops and a long horizontal stroke at the end.

Felipe Bulnes Serrano
Ministro de Educación de Chile

Matemática

Programa de Estudio para Séptimo Año Básico
Unidad de Currículum y Evaluación

ISBN 978-956-292-341-5

Ministerio de Educación, República de Chile
Alameda 1371, Santiago
Primera Edición: 2011

Índice

Presentación	6	
Nociones Básicas	8	Aprendizajes como integración de conocimientos, habilidades y actitudes
	10	Objetivos Fundamentales Transversales
	11	Mapas de Progreso
Consideraciones Generales para Implementar el Programa	13	
	16	Orientaciones para planificar
	19	Orientaciones para evaluar
Matemática	24	Propósitos
	25	Habilidades
	26	Orientaciones didácticas
Visión Global del Año	28	Aprendizajes Esperados por semestre y unidad
Unidades	33	
Semestre 1	35	Unidad 1 Números y Álgebra
	49	Unidad 2 Geometría
Semestre 2	57	Unidad 3 Números y Geometría
	73	Unidad 4 Datos y Azar
Bibliografía	87	
Anexos	91	

Presentación

El programa es una propuesta para lograr los Objetivos Fundamentales y los Contenidos Mínimos Obligatorios

El programa de estudio ofrece una propuesta para organizar y orientar el trabajo pedagógico del año escolar. Esta propuesta pretende promover el logro de los Objetivos Fundamentales (OF) y el desarrollo de los Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO) que define el Marco Curricular¹.

La ley dispone que cada establecimiento puede elaborar sus propios programas de estudio, previa aprobación de los mismos por parte del Mineduc. El presente programa constituye una propuesta para aquellos establecimientos que no cuentan con programas propios.

Los principales componentes que conforman la propuesta del programa son:

- › una especificación de los aprendizajes que se deben lograr para alcanzar los OF y los CMO del Marco Curricular, lo que se expresa a través de los Aprendizajes Esperados²
- › una organización temporal de estos aprendizajes en semestres y unidades
- › una propuesta de actividades de aprendizaje y de evaluación, a modo de sugerencia

Además, se presenta un conjunto de elementos para orientar el trabajo pedagógico que se realiza a partir del programa y para promover el logro de los objetivos que este propone.


Este programa de estudio incluye:

- › **Nociones básicas.** Esta sección presenta conceptos fundamentales que están en la base del Marco Curricular y, a la vez, ofrece una visión general acerca de la función de los Mapas de Progreso
- › **Consideraciones generales para implementar el programa.** Consisten en orientaciones relevantes para trabajar con el programa y organizar el trabajo en torno a él

1 Decretos supremos 254 y 256 de 2009

2 En algunos casos, estos aprendizajes están formulados en los mismos términos que algunos de los OF del Marco Curricular. Esto ocurre cuando esos OF se pueden desarrollar íntegramente en una misma unidad de tiempo, sin que sea necesario su desglose en definiciones más específicas.

- › **Propósitos, habilidades y orientaciones didácticas.** Esta sección presenta sintéticamente los propósitos y sentidos sobre los que se articulan los aprendizajes del sector y las habilidades a desarrollar. También entrega algunas orientaciones pedagógicas importantes para implementar el programa en el sector
- › **Visión global del año.** Presenta todos los Aprendizajes Esperados que se debe desarrollar durante el año, organizados de acuerdo a unidades
- › **Unidades.** Junto con especificar los Aprendizajes Esperados propios de la unidad, incluyen indicadores de evaluación y sugerencias de actividades que apoyan y orientan el trabajo destinado a promover estos aprendizajes³
- › **Instrumentos y ejemplos de evaluación.** Ilustran formas de apreciar el logro de los Aprendizajes Esperados y presentan diversas estrategias que pueden usarse para este fin
- › **Material de apoyo sugerido.** Se trata de recursos bibliográficos y electrónicos que pueden emplearse para promover los aprendizajes del sector; se distingue entre los que sirven al docente y los destinados a los estudiantes

3 Relaciones interdisciplinarias. En algunos casos las actividades relacionan dos o más sectores y se simbolizan con 

Nociones Básicas

Aprendizajes como integración de conocimientos, habilidades y actitudes

<i>Habilidades, conocimientos y actitudes...</i>	Los aprendizajes que promueven el Marco Curricular y los programas de estudio apuntan a un desarrollo integral de los estudiantes. Para tales efectos, esos aprendizajes involucran tanto los conocimientos propios de la disciplina como las habilidades y actitudes.
<i>...movilizados para enfrentar diversas situaciones y desafíos...</i>	Se busca que los estudiantes pongan en juego estos conocimientos, habilidades y actitudes para enfrentar diversos desafíos, tanto en el contexto del sector de aprendizaje como al desenvolverse en su entorno. Esto supone orientarlos hacia el logro de competencias, entendidas como la movilización de dichos elementos para realizar de manera efectiva una acción determinada.
<i>...y que se desarrollan de manera integrada</i>	Se trata una noción de aprendizaje de acuerdo con la cual los conocimientos, las habilidades y las actitudes se desarrollan de manera integrada y, a la vez, se enriquecen y potencian de forma recíproca.
<i>Deben promoverse de manera sistemática</i>	Las habilidades, los conocimientos y las actitudes no se adquieren espontáneamente al estudiar las disciplinas. Necesitan promoverse de manera metódica y estar explícitas en los propósitos que articulan el trabajo de los docentes.

HABILIDADES

Son importantes, porque...

<i>Son fundamentales en el actual contexto social</i>	...el aprendizaje involucra no solo el saber, sino también el saber hacer. Por otra parte, la continua expansión y la creciente complejidad del conocimiento demandan cada vez más capacidades de pensamiento que permitan, entre otros aspectos, usar la información de manera apropiada y rigurosa, examinar críticamente las diversas fuentes de información disponibles y adquirir y generar nuevos conocimientos. Esta situación hace relevante la promoción de diversas habilidades, como resolver problemas, formular conjeturas, realizar cálculos en forma mental y escrita y verificar proposiciones simples, entre otras.
---	---

Se deben desarrollar de manera integrada, porque...

<i>Permiten poner en juego los conocimientos</i>	...sin esas habilidades, los conocimientos y conceptos que puedan adquirir los alumnos resultan elementos inertes; es decir, elementos que no pueden poner en juego para comprender y enfrentar las diversas situaciones a las que se ven expuestos.
--	--

CONOCIMIENTOS

Son importantes, porque...

...los conceptos de las disciplinas o sectores de aprendizaje enriquecen la comprensión de los estudiantes sobre los fenómenos que les toca enfrentar. Les permiten relacionarse con el entorno, utilizando nociones complejas y profundas que complementan, de manera crucial, el saber que han obtenido por medio del sentido común y la experiencia cotidiana. Además, estos conceptos son fundamentales para que los alumnos construyan nuevos aprendizajes.

Enriquecen la comprensión y la relación con el entorno

Por ejemplo, si se observa una información en un diario que contenga datos representados en tablas o gráficos, el estudiante utiliza sus conocimientos sobre estadística para interpretar a esa información. Los conocimientos previos le capacitan para predecir sobre lo que va a leer para luego verificar sus predicciones en la medida que entiende la información y así construir este nuevo conocimiento.

Se deben desarrollar de manera integrada, porque...

...son una condición para el progreso de las habilidades. Ellas no se desarrollan en un vacío, sino sobre la base de ciertos conceptos o conocimientos.

Son una base para el desarrollo de habilidades

ACTITUDES

Son importantes, porque...

...los aprendizajes no involucran únicamente la dimensión cognitiva. Siempre están asociados con las actitudes y disposiciones de los alumnos. Entre los propósitos establecidos para la educación, se contempla el desarrollo en los ámbitos personal, social, ético y ciudadano. Ellos incluyen aspectos de carácter afectivo y, a la vez, ciertas disposiciones.

Están involucradas en los propósitos formativos de la educación

A modo de ejemplo, los aprendizajes de Matemática involucran actitudes como perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos, trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos y respeto por ideas distintas a las propias.

Se deben enseñar de manera integrada, porque...

...en muchos casos requieren de los conocimientos y las habilidades para su desarrollo. Esos conocimientos y habilidades entregan herramientas para elaborar juicios informados, analizar críticamente diversas circunstancias y contrastar criterios y decisiones, entre otros aspectos involucrados en este proceso.

Son enriquecidas por los conocimientos y las habilidades

*Orientan la forma de
usar los conocimientos
y las habilidades*

A la vez, las actitudes orientan el sentido y el uso que cada alumno otorgue a los conocimientos y las habilidades adquiridos. Son, por lo tanto, un antecedente necesario para usar constructivamente estos elementos.

Objetivos Fundamentales Transversales (OFT)

*Son propósitos
generales definidos
en el currículum...*

Son aprendizajes que tienen un carácter comprensivo y general, y apuntan al desarrollo personal, ético, social e intelectual de los estudiantes. Forman parte constitutiva del currículum nacional y, por lo tanto, los establecimientos deben asumir la tarea de promover su logro.

*...que deben
promoverse en toda la
experiencia escolar*

Los OFT no se logran a través de un sector de aprendizaje en particular; conseguirlos depende del conjunto del currículum. Deben promoverse a través de las diversas disciplinas y en las distintas dimensiones del quehacer educativo (por ejemplo, por medio del proyecto educativo institucional, la práctica docente, el clima organizacional, la disciplina o las ceremonias escolares).

*Integran conocimientos,
habilidades y actitudes*

No se trata de objetivos que incluyan únicamente actitudes y valores. Supone integrar esos aspectos con el desarrollo de conocimientos y habilidades.

*Se organizan en
una matriz común
para educación
básica y media*

A partir de la actualización al Marco Curricular realizada el año 2009, estos objetivos se organizaron bajo un esquema común para la Educación Básica y la Educación Media. De acuerdo con este esquema, los Objetivos Fundamentales Transversales se agrupan en cinco ámbitos: crecimiento y autoafirmación personal, desarrollo del pensamiento, formación ética, la persona y su entorno y tecnologías de la información y la comunicación.

Mapas de Progreso

Son descripciones generales que señalan cómo progresan habitualmente los aprendizajes en las áreas clave de un sector determinado. Se trata de formulaciones sintéticas que se centran en los aspectos esenciales de cada sector. A partir de esto, ofrecen una visión panorámica sobre la progresión del aprendizaje en los doce años de escolaridad⁴.

*Describen
sintéticamente
cómo progresa el
aprendizaje...*

Los Mapas de Progreso no establecen aprendizajes adicionales a los definidos en el Marco Curricular y los programas de estudio. El avance que describen expresa de manera más gruesa y sintética los aprendizajes que esos dos instrumentos establecen y, por lo tanto, se inscribe dentro de lo que se plantea en ellos. Su particularidad consiste en que entregan una visión de conjunto sobre la progresión esperada en todo el sector de aprendizaje.

*...de manera
congruente con el
Marco Curricular y los
programas de estudio*

¿Qué utilidad tienen los Mapas de Progreso para el trabajo de los docentes?

Pueden ser un apoyo importante para definir objetivos adecuados y para evaluar (ver las Orientaciones para Planificar y las Orientaciones para Evaluar que se presentan en el programa).

*Sirven de apoyo para
planificar y evaluar...*

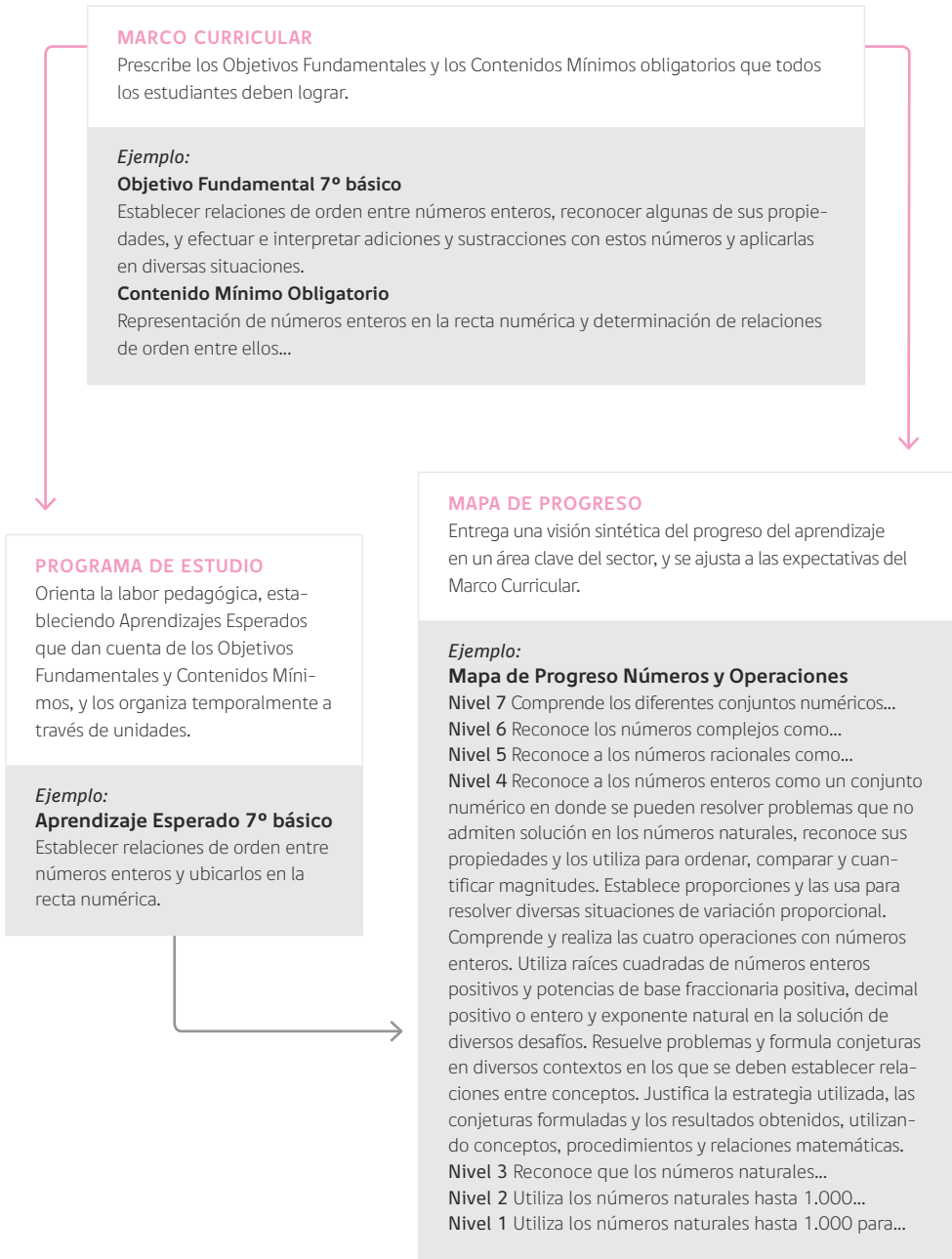
Además, son un referente útil para atender a la diversidad de estudiantes dentro del aula:

- ▶ permiten más que simplemente constatar que existen distintos niveles de aprendizaje dentro de un mismo curso. Si se usan para analizar los desempeños de los estudiantes, ayudan a caracterizar e identificar con mayor precisión en qué consisten esas diferencias
- ▶ la progresión que describen permite reconocer cómo orientar los aprendizajes de los distintos grupos del mismo curso; es decir, de aquellos que no han conseguido el nivel esperado y de aquellos que ya lo alcanzaron o lo superaron
- ▶ expresan el progreso del aprendizaje en un área clave del sector, de manera sintética y alineada con el Marco Curricular

*...y para atender
la diversidad al
interior del curso*

4 Los Mapas de Progreso describen en siete niveles el crecimiento habitual del aprendizaje de los estudiantes en un ámbito o eje del sector. Cada uno de estos niveles presenta una expectativa de aprendizaje correspondiente a dos años de escolaridad. Por ejemplo, el Nivel 1 corresponde al logro que se espera para la mayoría de los niños y niñas al término de 2º básico; el Nivel 2 corresponde al término de 4º básico, y así sucesivamente. El Nivel 7 describe el aprendizaje de un alumno o alumna que, al egresar de la Educación Media, es “sobresaliente”, es decir, va más allá de la expectativa para IV medio que describe el Nivel 6 en cada mapa.

Relación entre Mapa de Progreso, Programa de Estudio y Marco Curricular



Consideraciones Generales para Implementar el Programa

Las orientaciones que se presentan a continuación destacan algunos elementos relevantes al momento de implementar el programa. Algunas de estas orientaciones se vinculan estrechamente con algunos de los OFT contemplados en el currículum.

La lectura, la escritura y la comunicación oral deben promoverse en los distintos sectores de aprendizaje

Uso del lenguaje

Los docentes deben promover el ejercicio de la comunicación oral, la lectura y la escritura como parte constitutiva del trabajo pedagógico correspondiente a cada sector de aprendizaje.

Esto se justifica, porque las habilidades de comunicación son herramientas fundamentales que los estudiantes deben emplear para alcanzar los aprendizajes propios de cada sector. Se trata de habilidades que no se desarrollan únicamente en el contexto del sector Lenguaje y Comunicación, sino que se consolidan a través del ejercicio en diversos espacios y en torno a distintos temas y, por lo tanto, involucran los otros sectores de aprendizaje del currículum.

Estas habilidades se pueden promover de diversas formas

Al momento de recurrir a la lectura, la escritura y la comunicación oral, los docentes deben procurar:

LECTURA

- la lectura de distintos tipos de textos relevantes para el sector (textos informativos propios del sector, textos periodísticos y narrativos, tablas y gráficos)
- la lectura de textos de creciente complejidad en los que se utilicen conceptos especializados del sector
- la identificación de las ideas principales y la localización de información relevante
- la realización de resúmenes y la síntesis de las ideas y argumentos presentados en los textos
- la búsqueda de información en fuentes escritas, discriminándola y seleccionándola de acuerdo a su pertinencia
- la comprensión y el dominio de nuevos conceptos y palabras

ESCRITURA

- la escritura de textos de diversa extensión y complejidad (por ejemplo, reportes, ensayos, descripciones, respuestas breves)
- la organización y presentación de información a través de esquemas o tablas
- la presentación de las ideas de una manera coherente y clara
- el uso apropiado del vocabulario en los textos escritos
- el uso correcto de la gramática y de la ortografía

COMUNICACIÓN ORAL

- › la capacidad de exponer ante otras personas
- › la expresión de ideas y conocimientos de manera organizada
- › el desarrollo de la argumentación al formular ideas y opiniones
- › el uso del lenguaje con niveles crecientes de precisión, incorporando los conceptos propios del sector
- › el planteamiento de preguntas para expresar dudas e inquietudes y para superar dificultades de comprensión
- › la disposición para escuchar información de manera oral, manteniendo la atención durante el tiempo requerido
- › la interacción con otras personas para intercambiar ideas, analizar información y elaborar conexiones en relación con un tema en particular, compartir puntos de vista y lograr acuerdos

Uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TICs)

Debe impulsarse el uso de las TICs a través de los sectores de aprendizaje

Se puede recurrir a diversas formas de utilización de estas tecnologías

El desarrollo de las capacidades para utilizar las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TICs) está contemplado de manera explícita como uno de los Objetivos Fundamentales Transversales del Marco Curricular. Esto demanda que el dominio y uso de estas tecnologías se promueva de manera integrada al trabajo que se realiza al interior de los sectores de aprendizaje. Para esto, se debe procurar que la labor de los estudiantes incluya el uso de las TICs para:

- › buscar, acceder y recolectar información en páginas web u otras fuentes, y seleccionar esta información, examinando críticamente su relevancia y calidad
- › procesar y organizar datos, utilizando plantillas de cálculo, y manipular la información sistematizada en ellas para identificar tendencias, regularidades y patrones relativos a los fenómenos estudiados en el sector
- › desarrollar y presentar información a través del uso de procesadores de texto, plantillas de presentación (power point) y herramientas y aplicaciones de imagen, audio y video
- › intercambiar información a través de las herramientas que ofrece internet, como correo electrónico, chat, espacios interactivos en sitios web o comunidades virtuales
- › respetar y asumir consideraciones éticas en el uso de las TICs, como el cuidado personal y el respeto por el otro, señalar las fuentes de donde se obtiene la información y respetar las normas de uso y de seguridad de los espacios virtuales

Atención a la diversidad

En el trabajo pedagógico, el docente debe tomar en cuenta la diversidad entre los estudiantes en términos culturales, sociales, étnicos o religiosos, y respecto de estilos de aprendizaje y niveles de conocimiento.

Esa diversidad conlleva desafíos que los profesores tienen que contemplar. Entre ellos, cabe señalar:

- › promover el respeto a cada uno de los estudiantes, en un contexto de tolerancia y apertura, evitando las distintas formas de discriminación
- › procurar que los aprendizajes se desarrollen en relación con el contexto y la realidad de los estudiantes
- › intentar que todos los alumnos logren los objetivos de aprendizaje señalados en el currículum, pese a la diversidad que se manifiesta entre ellos

Atención a la diversidad y promoción de aprendizajes

Se debe tener en cuenta que atender a la diversidad de estilos y ritmos de aprendizaje no implica “expectativas más bajas” para algunos estudiantes. Por el contrario, la necesidad de educar en forma diferenciada aparece al constatar que hay que reconocer los requerimientos didácticos personales de los alumnos, para que todos alcancen altas expectativas. Se aspira a que todos los estudiantes alcancen los aprendizajes dispuestos para su nivel o grado.

En atención a lo anterior, es conveniente que, al momento de diseñar el trabajo en una unidad, el docente considere que precisarán más tiempo o métodos diferentes para que algunos estudiantes logren estos aprendizajes. Para esto, debe desarrollar una planificación inteligente que genere las condiciones que le permitan:

- › conocer los diferentes niveles de aprendizaje y conocimientos previos de los estudiantes
- › evaluar y diagnosticar en forma permanente para reconocer las necesidades de aprendizaje
- › definir la excelencia, considerando el progreso individual como punto de partida
- › incluir combinaciones didácticas (agrupamientos, trabajo grupal, rincones) y materiales diversos (visuales, objetos manipulables)
- › evaluar de distintas maneras a los alumnos y dar tareas con múltiples opciones
- › promover la confianza de los alumnos en sí mismos
- › promover un trabajo sistemático por parte de los estudiantes y ejercitación abundante

La diversidad entre estudiantes establece desafíos que deben tomarse en consideración

Es necesario atender a la diversidad para que todos logren los aprendizajes

Esto demanda conocer qué saben y, sobre esa base, definir con flexibilidad las diversas medidas pertinentes

Orientaciones para planificar

La planificación favorece el logro de los aprendizajes

La planificación es un elemento central en el esfuerzo por promover y garantizar los aprendizajes de los estudiantes. Permite maximizar el uso del tiempo y definir los procesos y recursos necesarios para lograr los aprendizajes que se debe alcanzar.

El programa sirve de apoyo a la planificación a través de un conjunto de elementos elaborados para este fin

Los programas de estudio del Ministerio de Educación constituyen una herramienta de apoyo al proceso de planificación. Para estos efectos, han sido elaborados como un material flexible que los profesores pueden adaptar a su realidad en los distintos contextos educativos del país.

El principal referente que entrega el programa de estudio para planificar son los Aprendizajes Esperados. De manera adicional, el programa apoya la planificación a través de la propuesta de unidades, de la estimación del tiempo cronológico requerido en cada una y de la sugerencia de actividades para desarrollar los aprendizajes.

CONSIDERACIONES GENERALES PARA REALIZAR LA PLANIFICACIÓN

Se debe planificar tomando en cuenta la diversidad, el tiempo real, las prácticas anteriores y los recursos disponibles

La planificación es un proceso que se recomienda realizar, considerando los siguientes aspectos:

- › la diversidad de niveles de aprendizaje que han alcanzado los estudiantes del curso, lo que implica planificar considerando desafíos para los distintos grupos de alumnos
- › el tiempo real con que se cuenta, de manera de optimizar el tiempo disponible
- › las prácticas pedagógicas que han dado resultados satisfactorios
- › los recursos para el aprendizaje con que se cuenta: textos escolares, materiales didácticos, recursos elaborados por la escuela o aquellos que es necesario diseñar; laboratorio y materiales disponibles en el Centro de Recursos de Aprendizaje (CRA), entre otros

SUGERENCIAS PARA EL PROCESO DE PLANIFICACIÓN

Lograr una visión lo más clara y concreta posible sobre los desempeños que dan cuenta de los aprendizajes...

Para que la planificación efectivamente ayude al logro de los aprendizajes, debe estar centrada en torno a ellos y desarrollarse a partir de una visión clara de lo que los alumnos deben aprender. Para alcanzar este objetivo, se recomienda elaborar la planificación en los siguientes términos:

- › comenzar por una especificación de los Aprendizajes Esperados que no se limite a listarlos. Una vez identificados, es necesario desarrollar una idea lo más clara posible de las expresiones concretas que puedan tener. Esto implica reconocer qué desempeños de los estudiantes demuestran el logro de los aprendizajes. Se deben poder responder preguntas como ¿qué deberían

ser capaces de demostrar los estudiantes que han logrado un determinado Aprendizaje Esperado?, ¿qué habría que observar para saber que un aprendizaje ha sido logrado?

- › a partir de las respuestas a esas preguntas, decidir las evaluaciones a realizar y las estrategias de enseñanza. Específicamente, se requiere identificar qué tarea de evaluación es más pertinente para observar el desempeño esperado y qué modalidades de enseñanza facilitarán alcanzar este desempeño. De acuerdo a este proceso, se debe definir las evaluaciones formativas y sumativas, las actividades de enseñanza y las instancias de retroalimentación

...y, sobre esa base, decidir las evaluaciones, las estrategias de enseñanza y la distribución temporal

Los docentes pueden complementar los programas con los Mapas de Progreso, que entregan elementos útiles para reconocer el tipo de desempeño asociado a los aprendizajes.

Se sugiere que la forma de plantear la planificación arriba propuesta se use tanto en la planificación anual como en la correspondiente a cada unidad y al plan de cada clase.

La planificación anual

En este proceso, el docente debe distribuir los Aprendizajes Esperados a lo largo del año escolar, considerando su organización por unidades; estimar el tiempo que se requerirá para cada unidad y priorizar las acciones que conducirán a logros académicos significativos.

Para esto, el docente tiene que:

- › alcanzar una visión sintética del conjunto de aprendizajes a lograr durante el año, dimensionando el tipo de cambio que se debe observar en los estudiantes. Esto debe desarrollarse a partir de los Aprendizajes Esperados especificados en los programas. Los Mapas de Progreso pueden resultar un apoyo importante
- › identificar, en términos generales, el tipo de evaluación que se requerirá para verificar el logro de los aprendizajes. Esto permitirá desarrollar una idea de las demandas y los requerimientos a considerar para cada unidad
- › sobre la base de esta visión, asignar los tiempos a destinar a cada unidad. Para que esta distribución resulte lo más realista posible, se recomienda:
 - listar días del año y horas de clase por semana para estimar el tiempo disponible
 - elaborar una calendarización tentativa de los Aprendizajes Esperados para el año completo, considerando los feriados, los días de prueba y de repaso, y la realización de evaluaciones formativas y retroalimentación
 - hacer una planificación gruesa de las actividades a partir de la calendarización
 - ajustar permanentemente la calendarización o las actividades planificadas

Realizar este proceso con una visión realista de los tiempos disponibles durante el año

La planificación de la unidad

Realizar este proceso sin perder de vista la meta de aprendizaje de la unidad

Implica tomar decisiones más precisas sobre qué enseñar y cómo enseñar, considerando la necesidad de ajustarlas a los tiempos asignados a la unidad.

La planificación de la unidad debiera seguir los siguientes pasos:

- › especificar la meta de la unidad. Al igual que la planificación anual, esta visión debe sustentarse en los Aprendizajes Esperados de la unidad y se recomienda complementarla con los Mapas de Progreso
- › crear una evaluación sumativa para la unidad
- › idear una herramienta de diagnóstico de comienzos de la unidad
- › calendarizar los Aprendizajes Esperados por semana
- › establecer las actividades de enseñanza que se desarrollarán
- › generar un sistema de seguimiento de los Aprendizajes Esperados, especificando los tiempos y las herramientas para realizar evaluaciones formativas y retroalimentación
- › ajustar el plan continuamente ante los requerimientos de los estudiantes

La planificación de clase

Procurar que los estudiantes sepan qué y por qué van a aprender, qué aprendieron y de qué manera

Es imprescindible que cada clase sea diseñada considerando que todas sus partes estén alineadas con los Aprendizajes Esperados que se busca promover y con la evaluación que se utilizará.

Adicionalmente, se recomienda que cada clase sea diseñada distinguiendo su inicio, desarrollo y cierre y especificando claramente qué elementos se considerarán en cada una de estas partes. Se requiere considerar aspectos como los siguientes:

- › **inicio:** en esta fase, se debe procurar que los estudiantes conozcan el propósito de la clase; es decir, qué se espera que aprendan. A la vez, se debe buscar captar el interés de los estudiantes y que visualicen cómo se relaciona lo que aprenderán con lo que ya saben y con las clases anteriores
- › **desarrollo:** en esta etapa, el docente lleva a cabo la actividad contemplada para la clase
- › **cierre:** este momento puede ser breve (5 a 10 minutos), pero es central. En él se debe procurar que los estudiantes se formen una visión acerca de qué aprendieron y cuál es la utilidad de las estrategias y experiencias desarrolladas para promover su aprendizaje.

Orientaciones para evaluar

La evaluación forma parte constitutiva del proceso de enseñanza. No se debe usar solo como un medio para controlar qué saben los estudiantes, sino que cumple un rol central en la promoción y el desarrollo del aprendizaje. Para que cumpla efectivamente con esta función, debe tener como objetivos:

- › ser un recurso para medir progreso en el logro de los aprendizajes
- › proporcionar información que permita conocer fortalezas y debilidades de los alumnos y, sobre esa base, retroalimentar la enseñanza y potenciar los logros esperados dentro del sector
- › ser una herramienta útil para la planificación

Apoya el proceso de aprendizaje al permitir su monitoreo, retroalimentar a los estudiantes y sustentar la planificación

¿CÓMO PROMOVER EL APRENDIZAJE A TRAVÉS DE LA EVALUACIÓN?

Las evaluaciones adquieren su mayor potencial para promover el aprendizaje si se llevan a cabo considerando lo siguiente:

- › informar a los alumnos sobre los aprendizajes que se evaluarán. Esto facilita que puedan orientar su actividad hacia conseguir los aprendizajes que deben lograr
- › elaborar juicios sobre el grado en que se logran los aprendizajes que se busca alcanzar, fundados en el análisis de los desempeños de los estudiantes. Las evaluaciones entregan información para conocer sus fortalezas y debilidades. El análisis de esta información permite tomar decisiones para mejorar los resultados alcanzados
- › retroalimentar a los alumnos sobre sus fortalezas y debilidades. Compartir esta información con los estudiantes permite orientarlos acerca de los pasos que debe seguir para avanzar. También da la posibilidad de desarrollar procesos metacognitivos y reflexivos destinados a favorecer sus propios aprendizajes; a su vez, esto facilita involucrarse y comprometerse con ellos

Explicitar qué se evaluará

Identificar logros y debilidades

Ofrecer retroalimentación

¿CÓMO SE PUEDEN ARTICULAR LOS MAPAS DE PROGRESO DEL APRENDIZAJE CON LA EVALUACIÓN?

Los Mapas de Progreso ponen a disposición de las escuelas de todo el país un mismo referente para observar el desarrollo del aprendizaje de los alumnos y los ubican en un continuo de progreso. Los Mapas de Progreso apoyan el seguimiento de los aprendizajes, en tanto permiten:

- › reconocer aquellos aspectos y dimensiones esenciales de evaluar
- › aclarar la expectativa de aprendizaje nacional, al conocer la descripción de cada nivel, sus ejemplos de desempeño y el trabajo concreto de estudiantes que ilustran esta expectativa

Los mapas apoyan diversos aspectos del proceso de evaluación

- › observar el desarrollo, la progresión o el crecimiento de las competencias de un alumno, al constatar cómo sus desempeños se van desplazando en el mapa
- › contar con modelos de tareas y preguntas que permitan a cada alumno evidenciar sus aprendizajes

¿CÓMO DISEÑAR LA EVALUACIÓN?

La evaluación debe diseñarse a partir de los Aprendizajes Esperados, con el objeto de observar en qué grado se alcanzan. Para lograrlo, se recomienda diseñar la evaluación junto a la planificación y considerar las siguientes preguntas:

Partir estableciendo los Aprendizajes Esperados a evaluar...

› **¿Cuáles son los Aprendizajes Esperados del programa que abarcará la evaluación?**

Se debe priorizar, considere aquellos aprendizajes que serán duraderos y pre-requisitos para desarrollar otros aprendizajes. Para esto, los Mapas de Progreso pueden ser de especial utilidad

› **¿Qué evidencia necesitarían exhibir sus estudiantes para demostrar que dominan los Aprendizajes Esperados?**

Se recomienda utilizar como apoyo los Indicadores de Evaluación sugeridos que presenta el programa.

...y luego decidir qué se requiere para su evaluación en términos de evidencias, métodos, preguntas y criterios

› **¿Qué método empleará para evaluar?**

Es recomendable utilizar instrumentos y estrategias de diverso tipo (pruebas escritas, guías de trabajo, informes, ensayos, entrevistas, debates, mapas conceptuales, informes de laboratorio e investigaciones, entre otros).

En lo posible, se deben presentar situaciones que pueden resolverse de distintas maneras y con diferente grado de complejidad, para que los diversos estudiantes puedan solucionarlas y muestren sus distintos niveles y estilos de aprendizaje.

› **¿Qué preguntas se incluirá en la evaluación?**

Se deben formular preguntas rigurosas y alineadas con los Aprendizajes Esperados, que permitan demostrar la real comprensión del contenido evaluado

› **¿Cuáles son los criterios de éxito?, ¿cuáles son las características de una respuesta de alta calidad?**

Esto se puede responder con distintas estrategias. Por ejemplo:

- comparar las respuestas de sus estudiantes con las mejores respuestas de otros alumnos de edad similar. Se pueden usar los ejemplos presentados en los Mapas de Progreso

- identificar respuestas de evaluaciones previamente realizadas que expresen el nivel de desempeño esperado, y utilizarlas como modelo para otras evaluaciones realizadas en torno al mismo aprendizaje
- desarrollar rúbricas⁵ que indiquen los resultados explícitos para un desempeño específico y que muestren los diferentes niveles de calidad para dicho desempeño

5 Rúbrica: tabla o pauta para evaluar

Matemática

Programa de Estudio
Séptimo Año Básico



Matemática

Propósitos

El aprendizaje de la matemática ayuda a comprender la realidad y proporciona herramientas para desenvolverse en la vida cotidiana. Entre ellas se encuentran el cálculo, el análisis de la información proveniente de diversas fuentes, la capacidad de generalizar situaciones, formular conjeturas, evaluar la validez de resultados y seleccionar estrategias para resolver problemas. Todo esto contribuye a desarrollar un pensamiento lógico, ordenado, crítico y autónomo, y a generar actitudes como precisión, rigurosidad, perseverancia y confianza en sí mismo, que se valoran no solo en la ciencia y la tecnología, sino también en la vida cotidiana.

Aprender matemáticas acrecienta también las habilidades relativas a la comunicación; por una parte, enseña a

presentar información con precisión y rigurosidad y, por otra, a demandar exactitud y rigor en las informaciones y argumentos que se recibe.

El conocimiento matemático y la capacidad para usarlo provocan importantes consecuencias en el desarrollo, el desempeño y la vida de las personas. El entorno social valora el conocimiento matemático y lo asocia a logros, beneficios y capacidades de orden superior. Aprender matemática influye en el concepto que niños, jóvenes y adultos construyen sobre sí mismos y sus capacidades; por lo tanto, contribuye a que la persona se sienta un ser autónomo y valioso. En consecuencia, la calidad, la pertinencia y la amplitud de ese conocimiento afecta las posibilidades y la

HABILIDADES DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO		
4º BÁSICO	5º BÁSICO	6º BÁSICO
Resolver problemas en contextos significativos que requieren el uso de los contenidos del nivel	Resolver problemas en contextos diversos y significativos	Resolver problemas en contextos significativos
Formular conjeturas y verificarlas, para algunos casos particulares		Formular y verificar conjeturas, en casos particulares
Ordenar números y ubicarlos en la recta numérica	Ordenar números y ubicarlos en la recta numérica	
Realizar cálculos en forma mental y escrita	Realizar cálculos en forma mental y escrita	Realizar cálculos en forma mental y escrita

calidad de vida de las personas y afecta el potencial de desarrollo del país.

La matemática ofrece también la posibilidad de trabajar con entes abstractos y sus relaciones y prepara a los estudiantes para que entiendan el medio y las múltiples relaciones que se dan en un espacio simbólico y físico de complejidad creciente. Se trata de espacios en los que la cultura, la tecnología y las ciencias se redefinen en forma permanente y se hacen más difíciles, y las finanzas, los sistemas de comunicación y los vínculos entre naciones y culturas se relacionan y se globalizan.

Habilidades

Al estudiar matemáticas, el estudiante adquiere el razonamiento lógico, la visualización espacial, el pensamiento analítico, el cálculo, el modelamiento y las destrezas para resolver problemas. La tabla siguiente puede resultar útil para:

- ▶ observar transversalmente las habilidades que se desarrollan en el sector
- ▶ focalizarse en un nivel y diseñar actividades y evaluaciones que enfaticen dichas habilidades
- ▶ situarse en el nivel, observar las habilidades que se pretendió enseñar en los años anteriores y las que se trabajarán más adelante
- ▶ advertir diferencias y similitudes en los énfasis por ciclos de enseñanza

7º BÁSICO	8º BÁSICO	I MEDIO
Resolver problemas en contextos diversos y significativos, utilizando los contenidos del nivel	Resolver problemas en contextos diversos y significativos	Analizar estrategias de resolución de problemas de acuerdo con criterios definidos
Analizar la validez de los procedimientos utilizados y de los resultados obtenidos	Evaluar la validez de los resultados obtenidos y el empleo de dichos resultados para fundamentar opiniones y tomar decisiones	Fundamentar opiniones y tomar decisiones
Ordenar números y ubicarlos en la recta numérica		
Realizar cálculos en forma mental y escrita	Realizar cálculos en forma mental y escrita	
Emplear formas simples de modelamiento matemático	Emplear formas simples de modelamiento matemático	Aplicar modelos lineales que representen la relación entre variables
	Verificar proposiciones simples, para casos particulares	Diferenciar entre verificación y demostración de propiedades

Orientaciones didácticas

Se ha concebido este sector como una oportunidad para que los estudiantes adquieran aprendizajes de vida. La matemática es un área poderosa de la cultura, pues permite comprender, explicar y predecir situaciones y fenómenos del entorno. Por eso, es importante que los docentes se esfuercen para que todos los alumnos del país aprendan los conocimientos y desarrollen las capacidades propias de esta disciplina. Estos programas entregan algunas orientaciones que ayudarán a los profesores a cumplir con este objetivo por medio de la planificación y en el transcurso de las clases.

LOS CONCEPTOS MATEMÁTICOS: PROFUNDIDAD E INTEGRACIÓN

Los estudiantes deben explorar en las ideas matemáticas y entender que ellas constituyen un todo y no fragmentos aislados del saber. Tienen que enfrentar variadas experiencias para que comprendan en profundidad los conceptos matemáticos, sus conexiones y sus aplicaciones. De esta manera, podrán participar activamente y adquirir mayor confianza para investigar y aplicar las matemáticas. Se recomienda que usen materiales concretos, realicen trabajos prácticos y se apoyen en la tecnología, en especial en el ciclo básico.

EL USO DEL CONTEXTO

Es importante que el docente aclare que esta disciplina está enraizada en la cultura y en la historia; asimismo, que impacta en otras áreas del conocimiento científico, crea consecuencias y permite aplicaciones. Preguntarse cómo se originaron los conceptos y modelos matemáticos, en qué períodos de la historia y cómo se enlazaron con la evolución del pensamiento, es un ancla importante para el aprendizaje. Se recomienda usar analogías y representaciones cercanas a los estudiantes, en especial en las etapas de exploración. También se sugiere aplicar las matemáticas a otras áreas del saber y en la vida diaria, como un modo de apoyar la construcción del conocimiento matemático.

RAZONAMIENTO MATEMÁTICO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Esta disciplina se construye a partir de regularidades que subyacen a situaciones aparentemente diversas

y ayuda a razonar en vez de actuar de modo mecánico. Por eso es importante invitar a los estudiantes a buscar regularidades. También se pretende desarrollar y explicar la noción de estrategia, comparar diversas formas de abordar problemas y justificar y demostrar las proposiciones matemáticas. El docente debe procurar, asimismo, que los alumnos conjeturen y verifiquen cómo se comportan los elementos y las relaciones con que se trabaja. Tienen que analizar los procedimientos para resolver un problema y comprobar resultados, propiedades y relaciones.

Aunque deben ser competentes en diversas habilidades matemáticas, el profesor tiene que evitar que pongan demasiado énfasis en los procedimientos si no comprenden los principios matemáticos correspondientes.

USO DEL ERROR

Usar adecuadamente el error ayuda a crear un ambiente de búsqueda y creación. Un educador puede aprovechar la equivocación para inducir aprendizajes especialmente significativos, si lo hace de manera constructiva. Se debe considerar el error como un elemento concreto para trabajar la diversidad en clases y permitir que todos los alumnos alcancen los aprendizajes propuestos.

APRENDIZAJE MATEMÁTICO Y DESARROLLO PERSONAL

La clase de Matemática ofrece abundantes ocasiones para el autoconocimiento y las interacciones sociales. Es una oportunidad para la metacognición⁶: ¿cómo lo hice?, ¿cómo lo hicieron?, ¿de qué otra manera es posible? Además, la percepción que cada cual tiene de su propia capacidad para aprender y hacer matemática, surge de la retroalimentación que le ha dado la propia experiencia. En ese sentido, el docente tiene en sus manos un poderoso instrumento: reconocer los esfuerzos y los logros de los alumnos. Otros aspectos que también ayudan a que cada estudiante aumente la confianza en sí mismo son valorar las diferencias, aceptar los éxitos o las acciones de sus pares, crear un clima de confianza y distinguir de qué modo enfrenta cada uno el triunfo o el fracaso, sea propio o de los demás.

6 Metacongnición: manera de aprender a razonar sobre el propio razonamiento

TECNOLOGÍAS DIGITALES Y APRENDIZAJE MATEMÁTICO

El presente programa propone usar software para ampliar las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes. Estas tecnologías permiten representar nociones abstractas a través de modelos en los que se puede experimentar con ideas matemáticas; también se puede crear situaciones para que los alumnos exploren las características, los límites y las posibilidades de conceptos, relaciones o procedimientos matemáticos. Los procesadores geométricos, simbólicos y de estadística son laboratorios para investigar relaciones y ponerlas a prueba. Con un procesador simbólico, se puede analizar y entender números grandes o muy pequeños. Y se puede estudiar el comportamiento de funciones, incluso las de alta complejidad. Internet ofrece múltiples ambientes con representaciones dinámicas de una gran cantidad de objetos matemáticos. Los procesadores geométricos permiten experimentar con nociones y relaciones de la

geometría euclidiana, cartesiana o vectorial. Se trata de un espacio muy atractivo para los estudiantes y que los ayudará mucho a formarse para una vida cada vez más influida por las tecnologías digitales.

CLIMA Y MOTIVACIÓN

Se debe propiciar un ambiente creativo para que los alumnos formulen, verifiquen o refuten conjeturas respecto de los problemas que abordan. Ese ambiente debe admitir que el error, la duda y la pregunta son importantes y valiosos para construir conocimiento; asimismo, tiene que valorar los aportes de todos y aprovecharlos para crear una búsqueda y una construcción colectiva. En ese espacio será natural analizar acciones y procedimientos y explorar caminos alternativos de una búsqueda y construcción colectivas. Debe constituirse en un espacio en el que es natural el análisis de las acciones y procedimientos, de modo de comparar diversas alternativas.

Visión Global del Año

Aprendizajes Esperados por semestre y unidad

Semestre 1

Unidad 1

Números y Álgebra

AE 01

Identificar problemas que no admiten solución en los números naturales y que pueden ser resueltos en los números enteros.

AE 02

Establecer relaciones de orden entre números enteros y ubicar estos números en la recta numérica.

AE 03

Sumar y restar números enteros e interpretar estas operaciones.

AE 04

Reconocer propiedades relativas a la adición y sustracción de números enteros y aplicarlas en cálculos numéricos.

AE 05

Reconocer una proporción como una igualdad entre dos razones.

AE 06

Caracterizar expresiones semejantes y reconocerlas en contextos diversos.

AE 07

Establecer estrategias para reducir términos semejantes.

AE 08

Resolver problemas que impliquen plantear y resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números enteros y fracciones o decimales positivos, y problemas que involucren proporcionalidad.

Tiempo estimado

63 horas pedagógicas

Unidad 2

Geometría

AE 01

Construir rectas perpendiculares, paralelas y bisectrices de ángulos, usando instrumentos manuales o procesadores geométricos.

AE 02

Comprobar propiedades de alturas, simetrales, bisectrices y transversales de gravedad de triángulos, utilizando instrumentos manuales o procesadores geométricos.

AE 03

Construir triángulos a partir de la medida de sus lados y/o ángulos, usando instrumentos manuales o procesadores geométricos.

AE 04

Construir ángulos, utilizando instrumentos manuales o un procesador geométrico.

Tiempo estimado

40 horas pedagógicas

Semestre 2

Unidad 3

Números y Geometría

AE 01

Interpretar potencias de exponente natural cuya base es un número fraccionario o decimal positivo.

AE 02

Interpretar potencias de base 10 y exponente entero.

AE 03

Conjeturar y verificar algunas propiedades⁷ de las potencias de base y exponente natural.

AE 04

Calcular multiplicaciones y divisiones de potencias de base y exponente natural.

AE 05

Calcular multiplicaciones y divisiones de potencias de base 10 y exponente entero.

AE 06

Comprender el significado de la raíz cuadrada de un número entero positivo.

AE 07

Determinar y estimar el valor de raíces cuadradas.

AE 08

Comprender el teorema de Pitágoras y el teorema recíproco de Pitágoras.

AE 09

Utilizar estrategias para obtener el volumen en prismas rectos y pirámides en contextos diversos, y expresar los resultados en las unidades de medida correspondiente.

AE 10

Formular y verificar conjeturas, en casos particulares, relativas a cambios en el perímetro de polígonos al variar uno o más de sus elementos lineales.

AE 11

Formular y verificar conjeturas, en casos particulares, relativas a cambios en el volumen de prismas rectos y pirámides al variar uno o más de sus elementos lineales.

AE 12

Resolver problemas en contextos diversos:

- a. Aplicando propiedades de las potencias de base y exponente natural, y las potencias de base 10 y exponente entero
- b. Utilizando el teorema de Pitágoras y el teorema recíproco de Pitágoras

Tiempo estimado

77 horas pedagógicas

⁷ Se refiere, por ejemplo, a las propiedades de multiplicación y división de potencias de igual base, multiplicación de potencias de igual exponente, potencia de una potencia. Solo para el caso de base 10 se trabaja el exponente entero.

Unidad 4

Datos y Azar

AE 01

Analizar información presente en diversos tipos de tablas y gráficos.

AE 02

Seleccionar formas de organización y representación de datos de acuerdo al tipo de análisis que se quiere realizar.

AE 03

Reconocer que la naturaleza y el método de selección de muestras inciden en el estudio de una población.

AE 04

Predecir la probabilidad de ocurrencia de eventos a partir de la frecuencia relativa obtenida en la realización de experimentos aleatorios simples.

Tiempo estimado

40 horas pedagógicas

Unidades

Semestre 1

Unidad 1

Números y Álgebra

Unidad 2

Geometría

Semestre 2

Unidad 3

Números y Geometría

Unidad 4

Datos y Azar



Unidad 1

Números y Álgebra

PROPÓSITO

Se espera que en esta unidad los estudiantes sean capaces de resolver problemas de adición y sustracción con números enteros. También propone un trabajo con razones y proporciones y, si bien es cierto que este tema puede desde una mirada algebraica, para este nivel el enfoque es numérico. Es decir, se busca que los estudiantes comprendan los alcances de comparar dos magnitudes, estableciendo el cociente entre ambas, y puedan resolver diversas situaciones, cuyos modelos representan situaciones de variación proporcional.

El álgebra progresa naturalmente junto al ámbito numérico, ya que en este nivel se trabajan expresiones donde los factores de los términos involucrados en ellas están en el ámbito de los enteros y las fracciones y decimales positivos. El trabajo con ecuaciones que se propone en este nivel continúa naturalmente ampliando el ámbito numérico, ya que tanto los coeficientes como los valores incógnitos pueden ser números enteros, decimales o fracciones positivas.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

- › Operatoria con números naturales
- › Razón como cociente entre cantidades
- › Ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números naturales

PALABRAS CLAVE

Números enteros, proporciones.

CONTENIDOS

- › Números enteros
- › Adición y sustracción de números enteros
- › Proporción como igualdad de razones
- › Ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números enteros, fracciones o decimales positivos

HABILIDADES

- › Analizar si un problema tiene soluciones en el conjunto de los números naturales
- › Resolver problemas que implican ordenar u operar con números enteros
- › Usar las proporciones para resolver problemas de variación proporcional
- › Discriminar entre las relaciones proporcionales directas e inversas
- › Resolver problemas que involucran cálculo de porcentajes, usando proporciones
- › Plantear ecuaciones de primer grado con una incógnita que representan distintas situaciones
- › Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita y coeficientes enteros
- › Resolver problemas y formular conjeturas en diversos contextos en los que se deben establecer relaciones entre conceptos

ACTITUDES

- › Actitudes de perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos
- › Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos

Aprendizajes Esperados

APRENDIZAJES ESPERADOS

Se espera que los estudiantes sean capaces de:

INDICADORES DE EVALUACIÓN SUGERIDOS

Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:

AE 01

Identificar problemas que no admiten solución en los números naturales y que pueden ser resueltos en los números enteros.

- › Dan ejemplos de problemas que admiten solución en los números naturales.
- › Dan ejemplos de problemas que admiten solución en los números enteros.
- › Explican diferencias que se presentan en las ecuaciones asociadas a problemas que admiten solución en los números naturales y las ecuaciones asociadas a problemas que admiten solución en los números enteros.

AE 02

Establecer relaciones de orden entre números enteros y ubicar estos números en la recta numérica.

- › Ordenan de mayor a menor y viceversa números enteros.
- › Intercalan números enteros entre dos enteros.
- › Ubican en la recta numérica números enteros sujetos a restricciones dadas. Por ejemplo, ubican en la recta numérica números enteros menores que -4 y mayores que -10 .

AE 03

Sumar y restar números enteros e interpretar estas operaciones.

- › Realizan adiciones y sustracciones de números enteros en la recta numérica.
- › Explican sumas y restas de números enteros.
- › Utilizan y elaboran estrategias para sumar y restar números enteros.
- › Identifican sumas y restas de números enteros en diversos contextos e interpretan estas operaciones en función del contexto.

AE 04

Reconocer propiedades relativas a la adición y sustracción de números enteros y aplicarlas en cálculos numéricos.

- › Transforman la sustracción entre dos números enteros en una adición de estos. Por ejemplo: $70 - 45 = 70 + (-45)$
- › Reconocen propiedades de la adición en los números enteros.
- › Calculan sumas y restas de números enteros utilizando propiedades.

AE 05

Reconocer una proporción como una igualdad entre dos razones.

- › Comparan los cuocientes entre dos razones para plantear una proporción.
- › Argumentan si dos razones forman una proporción utilizando el teorema fundamental de las proporciones.
- › Determinan el término desconocido de una proporción.
- › Discriminan en el entorno entre las relaciones proporcionales y las no proporcionales.

APRENDIZAJES ESPERADOS

Se espera que los estudiantes sean capaces de:

INDICADORES DE EVALUACIÓN SUGERIDOS

Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:

AE 06

Caracterizar expresiones semejantes y reconocerlas en contextos diversos.

- › Identifican expresiones semejantes y no semejantes en contextos algebraicos y reconocen las diferencias.
- › Reconocen expresiones semejantes en contextos geométricos. Por ejemplo, reconocen que los lados de triángulos expresados en centímetros son expresiones semejantes.

AE 07

Establecer estrategias para reducir términos semejantes.

- › Reducen sumas de términos semejantes utilizando estrategias establecidas.
- › Convierten sumas y restas de términos en expresiones semejantes y las reducen. Por ejemplo, la suma $2a + 3b + 3c + a$ la expresan en la forma $2(a + b + c) + (a + b + c)$ y posteriormente la reducen.

AE 08

Resolver problemas que impliquen plantear y resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números enteros y fracciones o decimales positivos, y problemas que involucren proporcionalidad.

- › Identifican situaciones que se pueden abordar mediante el planteamiento de ecuaciones de primer grado en el ámbito numérico de los enteros, fracciones positivas o decimales positivos.
- › Distinguen los datos relevantes de los irrelevantes para la solución del problema.
- › Identifican la incógnita del problema y le asignan un nombre de x , por ejemplo.
- › Establecen las relaciones entre las variables que se desprenden del enunciado del problema.
- › Resuelven correctamente la ecuación resultante.
- › Verifican si la solución de la ecuación es la solución del problema.
- › Comunican en forma oral o escrita las soluciones del problema.
- › Utilizan las propiedades de la adición en el conjunto de los números enteros para resolver problemas asociados a situaciones aditivas.
- › Aplican proporcionalidad directa para calcular porcentajes en diversos contextos.
- › Calculan problemas relativos a proporcionalidad directa.

Aprendizajes Esperados en relación con los OFT

Actitudes de perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos

- › Tener un orden y método para el registro de información.
- › Terminar los trabajos iniciados.
- › Ser tenaz frente a obstáculos o dudas que se le presenten en problemas matemáticos numéricos y algebraicos.

Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos

- › Participar de manera propositiva en actividades grupales.
- › Ser responsable en la tarea asignada.
- › Tomar iniciativa en actividades de carácter grupal.
- › Proponer alternativas de solución a problemas matemáticos numéricos y algebraicos en actividades grupales.

Orientaciones didácticas para la unidad

En esta unidad, se propone un trabajo integrado entre álgebra y números, buscando de esta manera apoyar el establecimiento de conexiones entre estas dos áreas.

Se recomienda iniciar el trabajo con los números enteros, situando a los estudiantes en su contexto histórico, en particular en la relevancia que estos números tuvieron en la resolución de problemas y en la representación de cantidades negativas. También resulta interesante presentar los números enteros a partir de situaciones que no tienen solución en los números naturales (como las deudas, las temperaturas o altitudes). Una discusión atractiva en la presentación del conjunto de los enteros es la interpretación del cero. Se puede observar con los estudiantes que el cero representa situaciones distintas, dependiendo del contexto en que se encuentra (por ejemplo, en un contexto de temperaturas, cero grado no representa “templado”, sino el punto de congelación del agua; en el contexto de la altitud, el cero representa el nivel de mar).

No es fácil para los estudiantes entender las reglas para sumar y restar con números enteros. Se recomienda la utilización de metáforas y representaciones visuales para facilitar la comprensión de los procedimientos involucrados, por sobre la ejercitación rutinaria. Cuando un estudiante no comprende lo que está haciendo, su única posibilidad es apelar a la memoria, tanto para intentar grabar ideas y conceptos como para recordarlos más tarde. Esta es una de las razones por las cuales es común en este nivel encontrar estudiantes que generan reglas, generalmente incorrectas, a partir de un grupo de reglas válidas.

Se sugiere trabajar actividades que ofrezcan la posibilidad de observar la proporcionalidad directa e inversa en variados contextos, que posibiliten comparar entre ellas y con magnitudes que no se relacionan proporcionalmente. Por ejemplo, se les puede mostrar que dos variables no necesariamente están en proporción directa cuando el crecimiento de una de ellas implique el crecimiento de la otra.

Se recomienda poner especial cuidado en los procedimientos seleccionados para resolver ecuaciones de primer grado con números positivos y negativos. Los algoritmos tradicionales de “pasar de un lado para otro” generan aprendizajes de reglas mecánicas no siempre comprendidas, que llevan a errores que permanecen por largo tiempo. Por ejemplo, si no se ha trabajado correctamente la interpretación del signo negativo de un número (diferente al signo de la sustracción), los estudiantes presentarán sistemáticamente problemas para despejar una ecuación del tipo $x - 3 = 5$, “pasando” el 3 positivo al otro lado de la igualdad, por el solo hecho de asociar el signo negativo a la sustracción.

Para evitar este tipo de errores, es necesario fomentar el trabajo y desarrollo de actividades en parejas o grupos pequeños. Es preferible que estos grupos estén compuestos por estudiantes de capacidades similares. Esto permitirá entregarles actividades a los grupos de acuerdo con sus capacidades.

Ejemplos de Actividades

AE 01

Identificar problemas que no admiten solución en los números naturales y que pueden ser resueltos en los números enteros.

1

Los estudiantes resuelven mentalmente y de manera escrita una lista de ecuaciones de primer grado, cuya solución es un número natural, y argumentan acerca de las estrategias empleadas.

Por ejemplo:

- a. $2x + 1 = 17$
- b. $3x - 2 = 16$

2

El docente exhibe a sus estudiantes situaciones, cuyos modelos son ecuaciones con soluciones en los números naturales, y les propone que:

- › Inventen ecuaciones con solución en los naturales
- › Inventen problemas, cuyo planteamiento sean ecuaciones con soluciones en los naturales

3

El docente exhibe a sus estudiantes ejemplos de problemas que no tienen solución en los naturales:

- › En contextos cotidianos
- › En contextos matemáticos

Por ejemplo:

En una semana de invierno en una ciudad se registraron las siguientes temperaturas mínimas:

lunes: -2°C
martes: -5°C
miércoles: 0°C
jueves: 1°C
viernes: 4°C
sábado: -6°C
domingo: -6°C

- ¿Cuál fue el promedio de las temperaturas mínimas esa semana en esa ciudad?
- ¿Qué número, sumado con el doble de 5, da como resultado 0?

A continuación les pide que propongan problemas similares. Luego los estudiantes argumenten qué diferencia a este tipo de problemas con otros que admitan solución en los naturales.

El docente y los alumnos revisan estas propuestas de problemas y caracterizan estas diferencias.

4

Los estudiantes indagan en diferentes medios de comunicación para extraer situaciones contextualizadas que estén representadas por números enteros (que incluyan positivos y negativos).

5

Exponen las situaciones encontradas y justifican la necesidad de un conjunto numérico con números negativos.

AE 02

Establecer relaciones de orden entre números enteros y ubicar estos números en la recta numérica.

1

Los estudiantes dibujan la recta numérica que utilizan para ubicar números naturales y la extienden a aquella que incluya el cero y números enteros negativos.

2

Establecen resultados respecto de la posición de los números ubicados en ella; por ejemplo, que mientras más a la derecha se encuentren los números, mayores son; que los números negativos cercanos al cero son mayores que los más alejados de él.

3

Los estudiantes ubican números enteros en la recta numérica de acuerdo a restricciones dadas; por ejemplo, ubican enteros que se encuentren entre -5 y 5, ubican enteros mayores que -20 y menores que -4 y que sean pares.

R 4

Ordenan, de menor a mayor, información referida a fechas importantes. **(Historia)**

Por ejemplo:

Ubican en una línea de tiempo las siguientes fechas:

- › El año 1492 DC corresponde al año del descubrimiento de América y al comienzo de los tiempos modernos
- › La invención de la escritura data del año 3000 AC
- › El año 476 DC marca el fin de la Edad Antigua
- › En el año 1789 DC se produjo la Revolución Francesa
- › La Segunda Guerra Mundial finalizó el año 1945 DC
- › Los primeros desarrollos de la agricultura están fechados en el 8000 AC aproximadamente

AE 03

Sumar y restar números enteros e interpretar estas operaciones.

AE 04

Reconocer propiedades relativas a la adición y sustracción de números enteros y aplicarlas en cálculos numéricos.

1

Ordenan, suman y restan números enteros. Por ejemplo, $50 - 35 + 24 - 36 - 47$, de manera que los enteros negativos queden asociados con los enteros negativos y los positivos con los positivos; en este ejemplo: $(-35 - 36 - 47) + (50 + 24)$. Expresan el resultado como una resta, en este caso $74 - 118$

2

Expresan restas de enteros positivos como sumas; por ejemplo, $40 - 75 - 23$ como $40 + (-75) + (-23)$

3

El docente trabaja sumas de enteros y les pide que reconozcan propiedades de esta operación.

Por ejemplo, les presenta pares de sumas:

$$-24 + (-48)$$

$$35 + (-10)$$

$$-48 + (-24)$$

$$-10 + 35$$

$$-8 + (-15)$$

Les propone que efectúen las operaciones involucradas y que reconozcan la propiedad conmutativa de la suma.

4

Leen datos sobre temperaturas máximas y mínimas y responden preguntas del tipo:

- ✧ ¿Cómo se determina la diferencia de temperaturas en un día?
- ✧ ¿Cuál fue la máxima variación de temperaturas registradas?
- ✧ ¿Qué se puede decir con respecto a la suma de las variaciones registradas?

❗ **Observaciones al docente:** Es importante no entregar a priori reglas como “restar dos números negativos...” sino incentivar a los estudiantes a que observen los diferentes casos y hagan las asociaciones correspondientes entre la adición y la sustracción. Por otra parte, es importante también que redacten en su propio lenguaje las conclusiones, para que luego el docente observe los errores y los haga reflexionar sobre ellos.

Los problemas de temperaturas no cubren todas las posibilidades de operaciones con números enteros. Con el fin de completarlas, se propone que el profesor plantee ejercicios numéricos o problemas, donde se realicen adiciones y sustracciones con números de distintos signos.

AE 05

Reconocer una proporción como una igualdad entre dos razones.

- 1
- El docente muestra a sus estudiantes una serie de situaciones relativas a proporciones y define los elementos involucrados en ellas. De esta manera, define lo que es una razón, lo que es una proporción y la razón de proporcionalidad o factor de conversión. Les pide que:
- Reconozcan razones en contextos diversos
 - Relacionen razones con proporciones en situaciones en contextos diversos
 - Determinen la constante de proporcionalidad en situaciones de proporcionalidad en contextos diversos

- 2
- Utilizan distintas estrategias para resolver ecuaciones que se que se expresan en la forma $ax = bc$, donde a, b, c son números enteros, o fracciones positivas, o decimales positivos y x es la incógnita.
- Por ejemplo: $\frac{2}{x} = \frac{3}{4}$ ó $\frac{2}{0,5} = \frac{x}{\frac{2}{3}}$

- 3
- Plantean ecuaciones relativas a situaciones que involucran pares de magnitudes proporcionales. Por ejemplo, conocido que la relación entre el lado de un cuadrado y su perímetro es proporcional, plantean ecuaciones que permiten completar los valores de la siguiente tabla.

Lado del cuadrado	Perímetro
1	4
2	
3	
	16
7	
	36
	48
15	

En el caso del perímetro asociado al lado 7, se podría plantear la ecuación

$$\frac{1}{7} = \frac{4}{x}$$

- R 5
- Deducen que la razón entre el peso de un cuerpo y su masa es constante, e identifican el valor de esa constante. (Ciencias Naturales)

AE 06

Caracterizar expresiones semejantes y reconocerlas en contextos diversos.

AE 07

Establecer estrategias para reducir términos semejantes.

1

A partir de una lista de términos algebraicos de la forma abc^n , donde a es una constante, identifican los términos semejantes. Por ejemplo, identifican los términos que son semejantes en las listas siguientes:

- > $2x, 3y, 4x, x, -5y$
- > $2a^2, 5y^4, -4a^2, -y^4, -7y^4$
- > $ux^2, 3u^2v, -5vu^2, 7uv^2, 5x^2u$

2

Convierten términos no semejantes en términos semejantes, modificando su parte literal. Por ejemplo, modifican el exponente de y en el término $2x^2y^5$ para que sea semejante a $2x^2y^4$

3

Reducen términos semejantes en sumas y restas de expresiones algebraicas.

4

Aplican la reducción de términos semejantes en cálculos en contextos diversos. Por ejemplo, calculan perímetros de polígonos, cuyos lados están expresados mediante términos algebraicos con coeficientes en el ámbito de los racionales, y entregan el resultado de manera reducida.

AE 08

Resolver problemas que impliquen plantear y resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita, en el ámbito de los números enteros y fracciones o decimales positivos, y problemas que involucren proporcionalidad.

1

El docente entrega a los estudiantes una serie de equivalencias entre palabras del lenguaje común y el lenguaje matemático. Por ejemplo: $de \rightarrow \cdot$, $doble \rightarrow 2$ y las utiliza para traducir expresiones en lenguaje común a lenguaje matemático, y expresiones en lenguaje matemático a lenguaje común. Por ejemplo: la suma entre el doble de un número y el triple de 5 equivale a cuatro veces 6, lo traduce en la forma $2x + 3 \cdot 5 = 4 \cdot 6$

Les propone que traduzcan expresiones del lenguaje común al lenguaje matemático y viceversa.

2

Plantean ecuaciones, utilizando lenguaje matemático.

Por ejemplo:

En un triángulo cualquiera, uno de sus ángulos interiores mide 30° . El segundo ángulo interior es el doble del tercero. Plantear la ecuación que relaciona los ángulos interiores del triángulo.

3

Plantean y resuelven ecuaciones relativas a problemas en contextos diversos, como el cálculo de calificaciones, conocidas algunas notas y el promedio.

Por ejemplo:

Marisol está calculando la nota que necesita para obtener de promedio un 6,3 y así eximirse del examen final. Solo le falta una nota para cerrar el promedio y sus notas hasta el momento son: 5,8 ; 6,5 ; 6,2 ; 6,8 ; 6,7 ; 5,7.

¿Cuál es la nota mínima que necesita para obtener el promedio deseado?

4

Resuelven ecuaciones de primer grado con una incógnita y coeficientes enteros, evaluando la pertinencia de la solución en el contexto original del problema.

5

El docente presenta a los estudiantes problemas sobre enteros, y en su resolución aplica propiedades referidas a adiciones y sustracciones. Posteriormente les pide que indaguen en libros de matemática y en internet acerca de problemas donde se aplica estas propiedades para su resolución.

6

Resuelven ecuaciones de primer grado con una incógnita y coeficientes fraccionarios o decimales positivos, evaluando la pertinencia de la solución en el contexto original del problema.

❗ **Observaciones al docente:** Se sugiere al profesor cerciorarse de que la resolución de la ecuación no se transforme en un procedimiento mecánico.

Además, debe poner atención en la interpretación que los estudiantes hagan de los resultados finales, y pedir que expliquen el resultado obtenido.

7

El docente caracteriza la proporcionalidad directa y discute con ellos ejemplos referidos a situaciones donde se presenta este tipo de proporcionalidad. Les presenta problemas para que los resuelvan y les pide que justifiquen matemáticamente sus respuestas.

8

El docente caracteriza la proporcionalidad inversa y pide a los estudiantes que comparen ambos tipos de proporciones y que den conclusiones al respecto. Les presenta problemas para que los resuelvan y les pide que justifiquen matemáticamente sus respuestas.

Ejemplo de Evaluación

AE 08

Resolver problemas que impliquen plantear y resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números enteros y fracciones o decimales positivos, y problemas que involucren proporcionalidad.

INDICADORES DE EVALUACIÓN SUGERIDOS

- › Identifican situaciones que se puede abordar mediante el planteamiento de ecuaciones de primer grado en el ámbito numérico de los enteros, fracciones positivas o decimales positivos.
- › Distinguen los datos relevantes de los irrelevantes para la solución del problema.
- › Identifican la incógnita del problema y le asignan un nombre x por ejemplo.
- › Establecen las relaciones entre las variables que se desprenden del enunciado del problema.
- › Resuelven correctamente la ecuación resultante.
- › Verifican si la solución de la ecuación es la solución del problema.
- › Comunican en forma oral o escrita las soluciones del problema.
- › Utilizan las propiedades de la adición en el conjunto de los números enteros para resolver problemas asociados a situaciones aditivas.
- › Aplican proporcionalidad directa para calcular porcentajes en diversos contextos.
- › Calculan problemas relativos a proporcionalidad directa.

ACTIVIDAD

A continuación se presenta un problema. Léalo cuidadosamente y responda las preguntas planteadas.

Una caja contiene 70 bombones rellenos con manjar, licor de naranja y licor de guinda. El número de bombones rellenos con manjar es el doble que el número de bombones rellenos con licor de naranja, y el número de bombones rellenos con licor de naranja es el doble que el número de bombones rellenos con licor de guinda. ¿Cuántos bombones de cada tipo hay en la caja?

Preguntas:

- 1 ¿Qué datos entrega el enunciado que son necesarios para resolver el problema?
- 2 ¿Qué datos del enunciado es o son irrelevantes para la solución del problema?
- 3 Si representamos por z el número de chocolates rellenos con licor de naranja ¿qué representa la expresión $2z + \frac{z}{2}$?
- 4 Escriba una ecuación cuya solución sea respuesta a la pregunta planteada en el problema. Fundamente.
- 5 Responda la pregunta del problema. Justifique.

Continúa en página siguiente ➔

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Se sugiere considerar los siguientes aspectos:

- 1 Distingue los datos relevantes de los irrelevantes del problema.
- 2 Identifica las incógnitas del problema: número de bombones rellenos con manjar, número de bombones rellenos con licor de naranja, número de bombones rellenos con licor de guinda.
- 3 Reconoce las relaciones entre datos e incógnitas del problema.
- 4 Establece una ecuación, cuya solución es la solución del problema.
- 5 Resuelve la ecuación en forma correcta.
- 6 Comunica, por escrito, la solución del problema.



Unidad 2

Geometría

PROPÓSITO

Esta unidad ofrece a los estudiantes la posibilidad de resolver desafíos que estimulen el pensamiento y la imaginación, a través de las construcciones geométricas con regla y compás o un procesador geométrico, y la posibilidad de desarrollar la deducción, base de estas construcciones.

La unidad se inicia con los trazados fundamentales en el plano (que son las bases de las construcciones), como las perpendiculares, las paralelas, las bisectrices, y la copia de segmentos y ángulos. Se caracterizan los elementos lineales de los triángulos y se comprueban algunas de sus propiedades. Se construyen triángulos a partir de las medidas de sus lados y/o ángulos, y se construyen ángulos utilizando regla y compás o un procesador geométrico.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

- › Rectas paralelas y perpendiculares
- › Bisectrices, alturas, transversales de gravedad, simetrales
- › Ángulos agudos, rectos y obtusos
- › Triángulos según sus lados y según sus ángulos

PALABRAS CLAVE

Construcciones de triángulos, construcciones de ángulos, justificación de las construcciones, trazados fundamentales.

CONTENIDOS

- › Trazados fundamentales en el plano mediante regla y compás o un procesador geométrico
- › Construcción de ángulos y triángulos mediante regla y compás o un procesador geométrico
- › Caracterización de elementos lineales del triángulo mediante regla y compás o un procesador geométrico
- › Justificación de construcciones geométricas realizadas mediante regla y compás o un procesador geométrico
- › Redacción de pasos de una construcción mediante regla y compás

HABILIDADES

- › Realizar trazados fundamentales en el plano
- › Efectuar construcciones de triángulos según lados y ángulos
- › Realizar construcciones de ángulos
- › Caracterizar elementos lineales de triángulos
- › Realizar justificaciones de construcciones

ACTITUDES

- › Perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos
- › Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos

Aprendizajes Esperados

APRENDIZAJES ESPERADOS

Se espera que los estudiantes sean capaces de:

INDICADORES DE EVALUACIÓN SUGERIDOS

Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:

AE 01

Construir rectas perpendiculares, paralelas y bisectrices de ángulos, usando instrumentos manuales o procesadores geométricos.

- › Bisecan ángulos que se forman entre rectas oblicuas, utilizando regla y compás.
- › Construyen la altura de un paralelogramo, utilizando regla y compás o un procesador geométrico.
- › Construyen paralelas a lados de triángulos, utilizando regla y compás o un procesador geométrico.
- › Dividen segmentos en partes iguales, utilizando regla y compás.

AE 02

Comprobar propiedades de alturas, simetrales, bisectrices y transversales de gravedad de triángulos, utilizando instrumentos manuales o procesadores geométricos.

- › Comprueban, utilizando regla y compás, propiedades de las bisectrices de un triángulo.
- › Comprueban, utilizando regla y compás, la relación que existe entre las alturas, bisectrices y transversales de gravedad de un triángulo equilátero.

AE 03

Construir triángulos a partir de la medida de sus lados y/o ángulos, usando instrumentos manuales o procesadores geométricos.

- › Determinan si un conjunto de datos son suficientes para construir un triángulo.
- › Redactan pasos para construir triángulos, dadas las medidas de sus lados.
- › Verifican mediante regla y compás redacciones realizadas para construir triángulos.

AE 04

Construir ángulos, utilizando instrumentos manuales o un procesador geométrico.

- › Utilizan regla y compás para construir ángulos mediante bisecciones consecutivas de ángulos. Por ejemplo, construyen $7,5^\circ$ mediante bisecciones del ángulo de 60° .
- › Construyen ángulos mediante regla y compás o un procesador geométrico, utilizando construcciones de ángulos conocidas. Por ejemplo, utilizan los ángulos 60° y 90° para construir el ángulo 150° .
- › Utilizan construcciones de ángulos hechas para construir mediante regla y compás polígonos regulares. Por ejemplo, construyen hexágonos regulares, utilizando el ángulo 60° .

Aprendizajes Esperados en relación con los OFT

Actitudes de perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos

- › Demostrar un método para realizar las construcciones geométricas.
- › Terminar las construcciones iniciadas.
- › Desarrollar tenacidad frente a obstáculos o dudas que se le presenten en problemas propuestos sobre construcciones.

Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos

- › Participar de manera propositiva en actividades grupales.
- › Ser responsable en la tarea asignada.
- › Tomar iniciativa en actividades de carácter grupal.
- › Proponer alternativas de solución a problemas matemáticos en actividades grupales.

Orientaciones didácticas para la unidad

El foco de esta unidad, como lo sugieren los Aprendizajes Esperados, está puesto en la construcción de figuras geométricas a través de regla y compás o por medio de un software de geometría. Las construcciones geométricas se prestan para trabajar en grupos y ambientes distintos a la sala de clases. El monitoreo de actividades de construcciones geométricas resulta más fácil que otros temas, debido a que el producto al que tienen que llegar los estudiantes es muy concreto.

Las construcciones en geometría permiten a los alumnos sistematizar y ordenar instrucciones. Estas tienen que seguirse de forma rigurosa para completar con éxito la

construcción. Por lo tanto, se sugiere trabajar junto a los alumnos en la redacción de los pasos que se debe dar para lograr las construcciones pedidas. Así los estudiantes podrán verificar (con regla y compás o con un procesador geométrico) si la secuencia de pasos está correcta.

El docente debe resaltar en todo momento la secuencia, el orden y el respeto de los conocimientos que los estudiantes ya poseen: por ejemplo, si el objetivo es construir un ángulo de 30° , puede resultar más exitoso partir de la construcción del triángulo equilátero y posteriormente realizar la bisección de un ángulo interior del triángulo.

Ejemplos de Actividades

AE 01

Construir rectas perpendiculares, paralelas y bisectrices de ángulos, usando instrumentos manuales o procesadores geométricos.

1
Trabajan copiando ángulos y trazos. Con este propósito, los estudiantes observan ángulos y encuentran sumas y restas de ellos, utilizando regla y compás.

❗ **Observaciones al docente:** Se sugiere al profesor, previo a la determinación de sumas y restas de ángulos, trabajar la copia de ángulos sobre rectas y la copia de ángulos sobre las rectas que determinan los lados de ángulos.

2
El docente solicita a los estudiantes que redacten los pasos para la construcción de una recta paralela a una recta L que pase por un punto P del plano, y que verifiquen la construcción ejecutando los pasos.

Los guía, solicitándoles que repasen la construcción de rectas perpendiculares a una recta L que pasa por un punto P cuando $P \in L$. El profesor, a modo de ejemplo, muestra la redacción de los pasos para construir la perpendicular a L que pasa por P cuando $P \notin L$:

- Paso 1: con centro en P y radio $r > d(P, L)$, donde $d(P, L)$ denota la distancia entre P y L , trazar una circunferencia. Denotar por A y B los puntos en los que la circunferencia corta a L
- Paso 2: con centro en A y con centro en B , trazar circunferencias C_A y C_B de radio r
- Paso 3: trazar la recta que pasa por P y cualquiera de los puntos que pertenecen a $C_A \cap C_B$. Esta es la recta pedida

El docente verifica, utilizando regla y compás de pizarra, que al ejecutar estos pasos se logra la construcción.

❗ **Observaciones al docente:** Se sugiere al profesor mostrar, cuando sea posible, una construcción de rectas paralelas diferente a las construidas por los estudiantes.

Se sugiere al docente revisar las redacciones hechas por los estudiantes en conjunto con ellos y dar indicaciones para mejorarlas en caso que presenten imperfecciones.

AE 02

Comprobar propiedades de alturas, simetrales, bisectrices y transversales de gravedad de triángulos, utilizando instrumentos manuales o procesadores geométricos.

1

Los estudiantes caracterizan las alturas, bisectrices y transversales de gravedad de:

- › Triángulos rectángulos
- › Triángulos equiláteros
- › Triángulos isósceles

2

El docente da a los alumnos las propiedades de las transversales de gravedad de triángulos y les pide, que utilizando regla y compás las verifiquen. Por ejemplo, les dice que las transversales de gravedad de un triángulo se cortan en la razón 2 es a 1. Los estudiantes verifican esa propiedad, usando regla y compás.

3

Con regla y compás verifican si la altura, transversal de gravedad y bisectriz de un triángulo isósceles coinciden.

AE 03

Construir triángulos a partir de la medida de sus lados y/o ángulos, usando instrumentos manuales o procesadores geométricos.

1

Los estudiantes redactan los pasos para construir un triángulo de lados dados. A continuación verifican esas construcciones, ejecutando los pasos redactados. Por ejemplo, redactan los pasos para construir el triángulo de lados:

a _____

b _____

c _____

2

Los estudiantes redactan los pasos para construir un triángulo ABC , dados el lado $AB = c$, el ángulo $CAB = \alpha$ y el ángulo $CBA = \beta$. Verifican la construcción redactada, ejecutando los pasos mediante regla y compás.



❶ **Observaciones al docente:** Es importante que el docente sugiera a los estudiantes que, antes de la redacción, realicen un bosquejo del triángulo que se desea construir y que se guíen por él para redactar esos pasos.

Se sugiere al docente mostrar a los alumnos redacciones técnicas relativas a la construcción con regla y compás; por ejemplo, “trazar un arco de circunferencia con centro en un punto dado y con un radio dado”.

AE 04

Construir ángulos, utilizando instrumentos manuales o un procesador geométrico.

1

Construyen un triángulo equilátero de lado cualquiera y lo utilizan para construir un ángulo de 30° .

2

Elaboran estrategias para construir ángulos mediante regla y compás y las verifican, utilizando regla y compás. Por ejemplo, elaboran una estrategia para construir el ángulo de 150° y la verifican, utilizando regla y compás.

3

Utilizan el software Geogebra para construir ángulos de distintas medidas.

Ejemplo de Evaluación

AE 03

Construir triángulos a partir de la medida de sus lados y/o ángulos, usando instrumentos manuales o procesadores geométricos.

INDICADORES DE EVALUACIÓN SUGERIDOS

- › Determinan si un conjunto de datos son suficientes para construir un triángulo.
- › Redactan pasos para construir triángulos, dadas las medidas de sus lados.
- › Verifican mediante regla y compás redacciones realizadas para construir triángulos.

ACTIVIDAD

Leer cuidadosamente las situaciones dadas y responder a las preguntas.

- 1 Se tiene tres varillas de 4 cm, 1 cm y 8 cm de largo. Se quiere construir una figura triangular, utilizando dichas varillas, de modo que la longitud de los lados de la figura coincida con la longitud de las varillas.

Pregunta:

¿Es posible construir dicha figura?

- › Si su respuesta es sí, fundamente y construya con regla y compás una representación geométrica de ella
- › Si su respuesta es no, argumente por qué no es posible esa construcción

- 2 Se afirma que una condición necesaria (pero no suficiente) para construir un triángulo es que uno de los datos dados sea uno de sus elementos lineales y que, sin embargo, se puede construir un triángulo conociendo solo datos lineales (sin datos angulares).

¿Está de acuerdo con esa afirmación? Fundamente su respuesta.

- 3 Construir un triángulo, si se sabe que sus lados miden 10 cm y 9 cm y el ángulo comprendido entre ellos mide 65° .

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Se sugiere considerar los siguientes aspectos:

- 1 Establecen si con los datos de la situación N°1 se puede o no construir un triángulo.
- 2 Argumentan por qué es posible o no la construcción del triángulo en la situación N°1.
- 3 Argumentan correctamente su acuerdo o desacuerdo con la afirmación dada en la situación N°2.
- 4 Construyen el triángulo apoyados en una figura análisis.
- 5 Discuten las soluciones posibles.



Unidad 3

Números y Geometría

PROPÓSITO

Esta unidad ofrece a los estudiantes la posibilidad de profundizar sus conocimientos con respecto a las potencias de base y exponente natural, extendiendo sus propiedades a potencias de base fraccionaria o decimal positiva y exponente natural, y a potencias de base 10 y exponente entero. Se espera que interpreten estos números, apliquen algunas de sus propiedades, conjeturen con respecto a ellas y verifiquen las conjeturas formuladas.

Se les presenta la oportunidad de trabajar el concepto de raíz cuadrada, su cálculo y su estimación, y utilizar este conocimiento para aplicar el teorema de Pitágoras y el teorema recíproco de Pitágoras en la resolución de problemas en contextos diversos, incluyendo el matemático. Esta es la ocasión que tienen, además, de utilizar estrategias para obtener el volumen de prismas rectos y pirámides, y de formular y verificar conjeturas relacionadas con el volumen y perímetro de las formas geométricas en estudio.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

- › Potencias de base y exponente natural
- › Perímetro de figuras planas
- › Elementos de prismas rectos y pirámides

PALABRAS CLAVE

Potencias de base fraccionaria o decimal, potencias de base 10 y exponente entero, raíz cuadrada, teorema de Pitágoras, volumen de prismas y pirámides, variación de perímetros de polígonos.

CONTENIDOS

- › Potencias de exponente natural cuya base es un número fraccionario o decimal positivo, y potencias de base 10 con exponente entero
- › Raíz cuadrada de un número entero positivo
- › Teorema de Pitágoras y teorema recíproco de Pitágoras
- › Estudio de la variación en el perímetros de polígonos
- › Volúmenes de prismas rectos y pirámides

HABILIDADES

- › Interpretar información expresada en potencias
- › Conjeturar, verificar y aplicar propiedades de las potencias
- › Establecer relaciones entre potencias y raíces cuadradas
- › Resolver problemas, utilizando el teorema de Pitágoras
- › Utilizar estrategias para calcular volúmenes de prismas rectos y pirámides
- › Formular y verificar conjeturas con respecto a la variación del perímetro de polígonos al variar sus elementos lineales

ACTITUDES

- › Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos

Aprendizajes Esperados

APRENDIZAJES ESPERADOS

Se espera que los estudiantes sean capaces de:

INDICADORES DE EVALUACIÓN SUGERIDOS

Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:

AE 01

Interpretar potencias de exponente natural cuya base es un número fraccionario o decimal positivo.

- › Identifican situaciones que pueden ser representadas por medio de potencias de base fraccionaria positiva o decimal positiva.
- › Interpretan información expresada por potencias de base fraccionaria positiva o decimal positiva.

AE 02

Interpretar potencias de base 10 y exponente entero.

- › Identifican situaciones que pueden ser representadas por medios de potencias de base 10 y exponente entero.
- › Interpretan información expresada en potencias de base 10 y exponente entero.

AE 03

Conjeturar y verificar algunas propiedades⁸ de las potencias de base y exponente natural.

- › Descubren regularidades relativas a propiedades de las potencias de base y exponente natural.
- › Verifican conjeturas relacionadas con las propiedades de las potencias de base y exponente natural.

AE 04

Calcular multiplicaciones y divisiones de potencias de base y exponente natural.

- › Multiplican potencias de base y exponente natural utilizando propiedades.
- › Dividen potencias de base y exponente natural utilizando propiedades.

AE 05

Calcular multiplicaciones y divisiones de potencias de base 10 y exponente entero.

- › Multiplican potencias de base fraccionaria positiva o decimal positiva y exponente natural utilizando propiedades.
- › Dividen potencias de base fraccionaria positiva o decimal positiva y exponente natural utilizando propiedades.

⁸ Se refiere, por ejemplo, a las propiedades de multiplicación y división de potencias de igual base, multiplicación de potencias de igual exponente, potencia de una potencia. Solo para el caso de base 10 se trabaja el exponente entero.

APRENDIZAJES ESPERADOS

Se espera que los estudiantes sean capaces de:

INDICADORES DE EVALUACIÓN SUGERIDOS

Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:

AE 06

Comprender el significado de la raíz cuadrada de un número entero positivo.

- › Relacionan la raíz cuadrada de un número entero positivo con las potencias de exponente dos.
- › Relacionan raíces cuadradas con números positivos.

AE 07

Determinar y estimar el valor de raíces cuadradas.

- › Estiman en forma mental y de manera escrita números que son cuadrados perfectos.
- › Identifican en forma mental y de manera escrita números que no son cuadrados perfectos.
- › Calculan en forma mental raíces cuadradas en casos simples, por ejemplo $\sqrt{16}$

AE 08

Comprender el teorema de Pitágoras y el teorema recíproco de Pitágoras.

- › Verifican en casos particulares el teorema de Pitágoras, de manera manual o utilizando un procesador geométrico.
- › Verifican en casos particulares el teorema recíproco de Pitágoras, en forma manual o utilizando un procesador geométrico.
- › Identifican situaciones donde se aplica el teorema de Pitágoras.
- › Reconocen la importancia del teorema recíproco de Pitágoras en la resolución de problemas en contextos geométricos.

AE 09

Utilizar estrategias para obtener el volumen en prismas rectos y pirámides en contextos diversos, y expresar los resultados en las unidades de medida correspondiente.

- › Reconocen la unidad de medida de volumen en contextos diversos.
- › Interpretan información relativa a volúmenes de cubos en contextos diversos.
- › Utilizan estrategias para obtener el volumen de paralelepípedos y expresan el resultado en la unidad correspondiente.
- › Utilizan estrategias para obtener el volumen de pirámides rectas expresando los resultados en la unidad de medida correspondiente.

APRENDIZAJES ESPERADOS

Se espera que los estudiantes sean capaces de:

INDICADORES DE EVALUACIÓN SUGERIDOS

Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:

AE 10

Formular y verificar conjeturas, en casos particulares, relativas a cambios en el perímetro de polígonos al variar uno o más de sus elementos lineales.

- › Conjeturan acerca de los cambios que se producen en el perímetro de paralelogramos cuando varían las medidas de sus lados.
- › Verifican en casos particulares las conjeturas formuladas acerca de los cambios que se producen en el perímetro de rectángulos cuando varían sus lados.
- › Conjeturan acerca de los cambios que se producen en el perímetro de rombos cuando varía la medida de sus diagonales.

AE 11

Formular y verificar conjeturas, en casos particulares, relativas a cambios en el volumen de prismas rectos y pirámides al variar uno o más de sus elementos lineales.

- › Conjeturan acerca de los cambios que se producen en el volumen de prismas rectos cuando varían las medidas de los lados de su base y su altura.
- › Verifican en casos particulares las conjeturas formuladas acerca de los cambios que se producen en el volumen de prismas rectos cuando varían las medidas de los lados de su base y su altura.

AE 12

Resolver problemas en contextos diversos:

a. Aplicando propiedades de las potencias de base y exponente natural, y las potencias de base 10 y exponente entero

b. Utilizando el teorema de Pitágoras y el teorema recíproco de Pitágoras

- › Utilizan las propiedades de las potencias de base y exponente natural para resolver problemas que involucren este tipo de potencias.
- › Utilizan las propiedades de las potencias de base 10 y exponente entero para resolver problemas que involucren este tipo de potencias.
- › Utilizan la calculadora para resolver problemas que involucren raíces cuadradas de números enteros positivos cuando su resultado es un número irracional.
- › Resuelven problemas relativos a cálculos de lados en triángulos rectángulos.
- › Aplican el teorema de Pitágoras para calcular longitudes en figuras planas, por ejemplo, calculan los lados de triángulos rectángulos.
- › Verifican que un triángulo no es rectángulo utilizando el teorema de Pitágoras.
- › Construyen ángulos rectos, utilizando el teorema recíproco de Pitágoras. Por ejemplo, construyen el ángulo recto dividiendo una cuerda en 23 partes iguales.
- › Evalúan las soluciones de problemas resueltos en función del contexto del problema.

Aprendizajes Esperados en relación con los OFT

El trabajo en equipo y la iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos

- › Proponer ideas durante el trabajo con sus pares en la clase.
- › Ser responsable con los compromisos asumidos en actividades grupales.
- › Tomar la iniciativa en relación con el trabajo colectivo.
- › Proponer alternativas de solución a problemas matemáticos en actividades grupales.

Orientaciones didácticas para la unidad

En esta unidad, se amplía el campo de potencias con base y exponente natural a potencias también con exponente natural, pero con base fraccionaria o decimal positivo. Dado que el exponente aún es un número natural, las potencias pueden ser representadas como una multiplicación iterada; es decir, multiplicar la base por sí misma tantas veces como indique el exponente. En el desarrollo de potencias de este tipo, se debe poner el énfasis en la detección de regularidades. En este contexto, las actividades que se presente a los estudiantes deben facilitar el establecimiento de conjeturas y su posterior verificación; por ejemplo, en el caso de potencias con base fraccionaria, debería surgir naturalmente la regla que dice “el exponente multiplica tanto al numerador como al denominador”. También resultan desafiantes actividades conducentes a detectar ciertas reglas que se dan con las potencias de base decimal, por ejemplo $(0,02)^4$, que son posibles de resolver sin necesidad de realizar la multiplicación.

Las propiedades de potencias son una ampliación normal de las propiedades de las potencias para base y exponente natural. El docente puede hacer actividades que permitan a los estudiantes conectar sus conocimientos previos con los nuevos conceptos, verificando que las propiedades ya estudiadas para potencias son válidas también para potencias de base fraccionaria y decimal positiva.

El trabajo en parejas o grupos de discusión resulta atractivo para los alumnos; sin embargo, debido a la

edad de los estudiantes del nivel (que, en general, son enérgicos y dispersos), es probable que requieran de un monitoreo permanente.

El teorema de Pitágoras es una buena instancia para verificar propiedades y relaciones geométricas, trabajando no solo su verificación directa, sino también su recíproco. De esta manera, los alumnos podrán resolver problemas en contextos matemáticos y cotidianos, aplicando ambos teoremas. En la medida de lo posible, se sugiere profundizar la comprensión de estos teoremas, su verificación y sus aplicaciones con algún software geométrico. La utilización de material concreto ayuda en la verificación de las relaciones que se producen.

En este contexto, la raíz cuadrada aparece de manera casi natural y puede ser trabajada tanto con resultados naturales como decimales. Sin embargo, en el nivel todavía no se estudia los números irracionales, por lo que el énfasis debe estar solo en la relación que tiene la raíz cuadrada de un número entero positivo con las potencias cuadradas.

En el caso de las figuras 3D, se recomienda presentar actividades que involucren variaciones en las medidas de las aristas de prismas y pirámides, ya que esto facilitará que los alumnos hagan conjeturas relativas a los cambios que se producen en el volumen de estos cuerpos cuando varían las medidas de sus aristas, y les facilitará la verificación de las conjeturas formuladas en casos particulares.

Ejemplos de Actividades

AE 01

Interpretar potencias de exponente natural cuya base es un número fraccionario o decimal positivo.

1
Identifican potencias de base fraccionaria o decimal positiva y exponente natural en la expresión que representa el volumen de un cubo de arista 2,3 cm.

AE 02

Interpretar potencias de base 10 y exponente entero.

2
Identifican potencias de base 10 y exponente entero en la conversión de kilómetros a centímetros y de centímetros a kilómetros.

3
Interpretan información expresada en potencias de base 10 y exponente entero. Por ejemplo, comparan la masa de la Tierra expresada en gramos con la masa de un electrón expresada en gramos.

AE 03

Conjeturar y verificar algunas propiedades⁹ de las potencias de base y exponente natural.

1
Los estudiantes realizan las siguientes actividades:

- › Conjeturan acerca de la multiplicación de potencias del tipo $a^n \cdot a^m$, donde la base y los exponentes son números naturales

❗ Observaciones al docente:
Respecto de la conjetura: El profesor puede guiar a los estudiantes en esta actividad, sugiriéndoles, por ejemplo, que expresen multiplicaciones del tipo $2^3 \cdot 2^4$ en la forma $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

Que posteriormente relacionen los exponentes de la multiplicación $2^3 \cdot 2^4$ con el exponente del resultado de la multiplicación anterior: 2^7

Que repitan el experimento anterior las veces que sea necesario, hasta que descubran un patrón y lo generalicen. Esa será la conjetura.

- › Verifican la conjetura formulada

❗ Observaciones al docente: *El profesor puede guiar a los estudiantes en esta actividad, sugiriéndoles, por ejemplo, que comprueben la propiedad conjeturada en la multiplicación: $7^5 \cdot 7^3$*

⁹ Se refiere, por ejemplo, a las propiedades de multiplicación y división de potencias de igual base, multiplicación de potencias de igual exponente, potencia de una potencia. Solo para el caso de base 10 se trabaja el exponente entero.

2

Los alumnos ahora:

- › Conjeturan acerca de potencias de potencias; es decir, acerca de expresiones del tipo $(a^n)^m$, donde la base y los exponentes son números naturales

❶ Observaciones al docente:

Respecto de la conjetura: El profesor puede guiar a los estudiantes en esta actividad sugiriéndoles, por ejemplo, que expresen multiplicaciones del tipo $(5^3)^4$ en la forma $(5 \cdot 5 \cdot 5)^4$

Que posteriormente expresen $(5 \cdot 5 \cdot 5)^4$ en la forma $(5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5)$ y que relacionen los exponentes de $(5^3)^4$ con el exponente del resultado de la multiplicación anterior: 5^{12}

Que repitan el experimento anterior las veces que sea necesario, hasta que descubran un patrón y lo generalicen. Esa será la conjetura.

- › Verifican la conjetura formulada

❶ Observaciones al docente: El profesor puede guiar a los alumnos en esta actividad, sugiriéndoles, por ejemplo, que comprueben la propiedad conjeturada en la potencia de potencia: $(4^5)^2$

AE 04

Calcular multiplicaciones y divisiones de potencias de base y exponente natural.

AE 05

Calcular multiplicaciones y divisiones de potencias de base 10 y exponente entero.

1

Los estudiantes establecen procedimientos para calcular potencias de distinta base natural y exponentes naturales iguales. Por ejemplo, para calcular $4^3 \cdot 5^3$.

❶ Observaciones al docente: Se sugiere al profesor que, antes de establecer estos procedimientos trabaje con los alumnos la conmutatividad de la multiplicación y que ejercite la multiplicación de números en paréntesis. Por ejemplo, que en el caso de la multiplicación, utilice esta propiedad y el trabajo con paréntesis para expresar $4^3 \cdot 5^3$ en la forma $(4 \cdot 4 \cdot 4) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5) = (4 \cdot 5) \cdot (4 \cdot 5) \cdot (4 \cdot 5)$

2

Aplican este resultado para resolver expresiones del tipo $10^3 \cdot 2^2 \cdot 5^4$

❶ Observaciones al docente: Se sugiere al profesor que repase con sus estudiantes descomposiciones de números en forma multiplicativa; en este caso, que descomponga $10 = 2 \cdot 5$ y que aplique el procedimiento anterior; de esta manera, $10^3 \cdot 2^2 \cdot 5^4 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 2^2 \cdot 5^4$

3

Los estudiantes resuelven las siguientes operaciones con potencias:

› $15^3 \cdot 3^4 \cdot 5^4$

› $\frac{24^3}{2^2 \cdot 3^4}$

› $\frac{20^3}{10^{-5}}$

AE 06

Comprender el significado de la raíz cuadrada de un número entero positivo.

AE 07

Determinar y estimar el valor de raíces cuadradas.

1

Aplican el concepto de raíz cuadrada para estimar medidas. Por ejemplo, estiman el lado desconocido de un polígono, si la medida de dicho lado está expresada por una raíz cuadrada.

❗ **Observaciones al docente:** Se sugiere al profesor que dé al estudiante estrategias para aproximar raíces cuadradas.

2

Relacionan raíces cuadradas con potencias de exponente dos.

❗ **Observaciones al docente:** Se sugiere al profesor trabajar, en primer lugar, actividades relacionadas con el cálculo de cuadrados de números enteros positivos y, en segundo lugar, actividades asociadas al cálculo de raíces de cuadrados perfectos.

AE 08

Comprender el teorema de Pitágoras y el teorema recíproco de Pitágoras.

1

Verifican en casos particulares que:

- › la suma de las áreas de triángulos equiláteros contruidos sobre los catetos de un triángulo rectángulo es igual al área del triángulo equilátero contruido sobre la hipotenusa del triángulo rectángulo
- › la suma de las áreas de los semicírculos contruidos sobre los catetos de un triángulo rectángulo es igual al área del semicírculo contruido sobre la hipotenusa del triángulo rectángulo

2

Identifican otras figuras, distintas a cuadrados, triángulos equiláteros y semicírculos, que satisfacen el teorema de Pitágoras.

3

Utilizan el teorema recíproco de Pitágoras para verificar que, para construir un segmento perpendicular a otro segmento, una posibilidad es unir los segmentos y dividir en doce partes iguales esta unión.

4

Elaboran estrategias para determinar, en contextos cotidianos, que ciertas figuras son rectangulares. Por ejemplo, verifican utilizando el teorema recíproco de Pitágoras si una ventana de forma rectangular está cuadrada.

AE 09

Utilizar estrategias para obtener el volumen en prismas rectos y pirámides en contextos diversos, y expresar los resultados en las unidades de medida correspondiente.

1

Utilizan las propiedades de potencias para establecer unidades de medidas que expresen volúmenes. Por ejemplo, calculan el volumen de un paralelepípedo de aristas 20 cm, 30 cm y 25 cm.

2

Utilizan las propiedades de potencias para transformar unidades de medida. Por ejemplo, para transformar m^3 en cm^3 y m^2 en cm^2

3

Utilizan estrategias para deducir el volumen de pirámides rectas de base cuadrada. Por ejemplo, de una pirámide recta de base cuadrada de lado 6 cm y altura 9 cm.

❶ **Observaciones al docente:** Se sugiere al profesor guiar a los estudiantes en esta deducción. Por ejemplo, recomendarles que construyan un paralelepípedo de aristas 6 cm, 6 cm y 9 cm con material concreto y que a partir de él formen la pirámide.

4

Utilizan estrategias para deducir el volumen de prismas rectos de base hexagonal. Por ejemplo, de un prisma recto de base hexagonal de lado 8 cm y de altura 12 cm.

❶ **Observaciones al docente:** Se sugiere al profesor guiar al estudiante en esta deducción. Por ejemplo, recomendarles que en la base del prisma relacionen el lado del prisma con la altura del hexágono que se forma, y que construyan un paralelepípedo a partir de la altura del hexágono y la altura del prisma.

5

Calculan volúmenes de prismas rectos y pirámides en contextos de la vida cotidiana y las expresan en las unidades de medida correspondiente. Por ejemplo, calculan la cantidad de agua que se necesita para llenar una piscina de largo 8 m, ancho 6 m y alto 2 m.

AE 10

Formular y verificar conjeturas, en casos particulares, relativas a cambios en el perímetro de polígonos al variar uno o más de sus elementos lineales.

1

Los estudiantes formulan conjeturas relativas a:

› La variación del perímetro de pentágonos cuando varían sus lados

❶ **Observaciones al docente:** Se sugiere al profesor guiar al estudiante en esta formulación. Por ejemplo, que dibuje un pentágono, que asigne valores a sus lados en centímetros y que registre el perímetro. Luego, que varíe en 1 cm el lado del pentágono y que registre el perímetro. A continuación, que varíe en 2 cm el lado del pentágono y que registre el perímetro, y así sucesivamente. Después, que descubra regularidades en la secuencia de datos de los lados y del perímetro del pentágono, y que formule la conjetura.

› La variación del perímetro de triángulos rectángulos cuando varían sus catetos

- ❶ **Observaciones al docente:** Se sugiere al profesor guiar al estudiante en esta formulación. Por ejemplo, que dibuje un triángulo rectángulo de catetos 3 cm y 4 cm, que calcule su hipotenusa y que posteriormente calcule su perímetro. A continuación, que varíe en 1 cm el lado de los catetos, que calcule la hipotenusa de manera aproximada y que registre el perímetro aproximado. Luego, que varíe en 2 cm el lado de los catetos, que calcule la hipotenusa de manera aproximada y que registre el perímetro aproximado, y así sucesivamente. Después, que descubra regularidades en la secuencia de datos correspondientes a los catetos y al perímetro del triángulo, y que formule la conjetura.

2

Los estudiantes verifican las conjeturas formuladas, en pentágonos de lados dados y en triángulos de catetos dados.

AE 11

Formular y verificar conjeturas, en casos particulares, relativas a cambios en el volumen de prismas rectos y pirámides al variar uno o más de sus elementos lineales.

1

Los estudiantes formulan conjeturas relativas a:

- › La variación del volumen de prismas rectos cuando varían los lados de su base y su altura

- ❶ **Observaciones al docente:** Se sugiere al profesor guiar al estudiante en esta formulación. Por ejemplo, que dibuje un prisma recto, que asigne valores en centímetros a los lados de su base y a su altura y que registre su volumen. A continuación, que varíe en 1 cm cada uno de los lados de la base y la altura y que registre el volumen. Luego, que varíe en 2 cm los lados de la base y de la altura del prisma recto y que registre el perímetro, y así sucesivamente. Después, que descubra regularidades en la secuencia de datos correspondientes a los lados de la base y de la altura del prisma, y que formule la conjetura.

- › En la variación del volumen de pirámides de base cuadrada y triangular cuando varían los lados de su base y su altura

2

Los estudiantes verifican las conjeturas formuladas en prismas de lados de la base y altura dados y en pirámides de base cuadrada y triangular de datos de la base y la altura dados.

AE 12

Resolver problemas en contextos diversos:

- › Aplicando propiedades de las potencias de base y exponente natural, y las potencias de base 10 y exponente entero
- › Utilizando el teorema de Pitágoras y el teorema recíproco de Pitágoras

1

Resuelven problemas relativos a cálculos de valores en contextos matemáticos:

Por ejemplo:

- › transforman expresiones
- › aplican propiedades de potencias, para obtener soluciones de ecuaciones del tipo $a^x = b$, donde b se relaciona con potencias de a
- › aplican propiedades para expresar 8 en la forma 2^3 y para concluir que 3 es la solución de la ecuación $2^x = 8$

R 2

Utilizan las potencias de base 10 y exponente natural para analizar las distancias que separan a diversos cuerpos celestes. (Ciencias Naturales)

3

Resuelven problemas relativos a cálculos de áreas y volúmenes en contextos cotidianos.

Por ejemplo:

- › Calculan la cantidad de centímetros cúbicos que están contenidos en 1 litro de agua
- › Calculan la medida de superficies rectangulares, cuyos lados están expresados en potencias de 10. Por ejemplo: de un rectángulo de largo 10^3 cm, y ancho 10^{-1} cm

4

Utilizan propiedades de potencias para modelar situaciones. Por ejemplo, modelan la siguiente cadena alimenticia:

Una persona desea recolectar arroz para una campaña benéfica. Con ese propósito (etapa 1) contacta tres personas, cada una de las cuales dona 3 kilos de arroz; después cada una de estas personas contacta otras tres personas, cada una de las cuales dona tres kilos de arroz (etapa 2), y así sucesivamente. ¿Cuánto arroz se recolecta en la etapa 9?

5

Determinan tríos pitagóricos. Por ejemplo, determinan los valores de a , b , c que satisfacen la condición $a^2 + b^2 = c^2$

- ❶ **Observaciones al docente:** Es importante que el profesor guíe a los estudiantes a que deduzcan que, de los tríos a , b , c que satisfacen la condición "la suma de los cuadrados de los primeros dos términos es igual al cuadrado del tercer término", se obtienen tríos ka , kb , kc , $k \in \mathbb{N}$ que satisfacen dicha condición.

Es importante que guíe a los alumnos a que deduzcan tríos a , b , c , de manera que el máximo común divisor entre ellos sea 1 y que satisfagan la condición $a^2 + b^2 = c^2$

6

Utilizan tríos pitagóricos tales, que su máximo común divisor sea 1 para calcular lados de triángulos rectángulos.

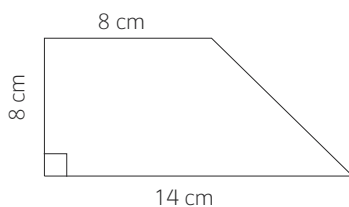
- ❶ **Observaciones al docente:** Se sugiere al profesor entregar a los estudiantes estrategias para encontrar tríos pitagóricos de máximo común divisor 1. Por ejemplo, la siguiente estrategia: a) que encuentren un trío pitagórico, b) que determinen si estos elementos tienen factores comunes, y si es así, c) que dividan los números por ese factor hasta obtener este tipo de tríos. Por ejemplo, que si encuentran el trío 6, 8, 10, determinen que estos números tienen un factor común que es el 2, y que dividan estos números por 2 hasta obtener el trío pitagórico 3, 4, 5.

7

Resolver problemas en contextos diversos, utilizando el teorema de Pitágoras.

Por ejemplo:

- › Obtienen de manera práctica el ángulo recto, utilizando los tríos pitagóricos
- › Calculan perímetros de triángulos rectángulos
- › Estiman perímetros de triángulos rectángulos, cuya hipotenusa no es un número entero; por ejemplo, de un triángulo de catetos 2 cm y 3 cm
- › Determinan áreas de triángulos rectángulos, utilizando el teorema de Pitágoras
- › Utilizan el teorema de Pitágoras para resolver problemas en contextos geométricos. Por ejemplo, los estudiantes determinan el perímetro del trapecio rectángulo de la siguiente figura:



❗ **Observaciones al docente:** Se sugiere al docente trabajar actividades relacionadas con trazados de segmentos en figuras, de manera que los estudiantes visualicen figuras desde otras perspectivas.

Ejemplo de Evaluación

AE 08

Comprender el teorema de Pitágoras y el teorema recíproco de Pitágoras.

INDICADORES DE EVALUACIÓN SUGERIDOS

- › Verifican en casos particulares el teorema de Pitágoras, de manera manual o utilizando un procesador geométrico.
- › Verifican en casos particulares el teorema recíproco de Pitágoras, en forma manual o utilizando un procesador geométrico.
- › Identifican situaciones donde se aplica el teorema de Pitágoras.
- › Reconocen la importancia del teorema recíproco de Pitágoras en la resolución de problemas en contextos geométricos.

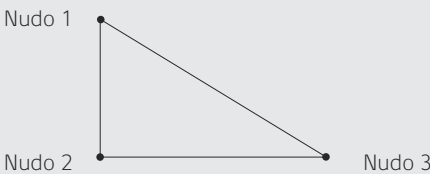
ACTIVIDAD

Leer cuidadosamente las situaciones dadas y responder a las preguntas.

El maestro Pedro tiene que construir un *radier* rectangular. No sabe cómo asegurarse de que los ángulos, en las esquinas, sean realmente rectos. Le manifiesta su problema al maestro Juan, que tiene más experiencia. Este le indica que use la “regla de los tres nudos”. ¿Cuál es esa? —le pregunta Pedro—, a lo que Juan responde: “Toma una cuerda y en uno de sus extremos haz un nudo, a partir del nudo mide 30 cm y haz un segundo nudo; finalmente, haz un tercer nudo a una distancia de 40 cm del segundo”.

¿Y? —pregunta Pedro—, ¿qué hago ahora?

Juan: Clava una estaca en el lugar donde quieres dibujar tu ángulo recto, y coloca la cuerda de modo que el segundo nudo quede en la estaca. Fija uno de los extremos de la cuerda de modo que quede tensa y mueve el otro extremo, midiendo la distancia entre el primer y tercer nudo hasta que esa distancia sea igual a 50 cm, fija ahí el extremo libre de la cuerda. Y entonces, mi amigo, tendrás un ángulo recto.



Preguntas:

- 1 ¿Es verdad que el procedimiento descrito por Juan permite construir ángulos rectos? Justifique.
- 2 ¿Qué conocimiento geométrico serviría para apoyar el método descrito por Juan para construir ángulos rectos? Justifique.

Continúa en página siguiente ➔

- 3 Construya un triángulo rectángulo de catetos iguales a 30cm y 40 cm respectivamente.
¿Cuánto medirá la hipotenusa? ¿Por qué?

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Se sugiere considerar los siguientes aspectos:

- 1 Reconoce al inverso el teorema de Pitágoras.
- 2 Explica la situación, basándose en el teorema de Pitágoras.
- 3 Aplica el teorema de Pitágoras para calcular la hipotenusa, conocida la longitud de los catetos.



Unidad 4

Datos y Azar

PROPÓSITO

El propósito de esta unidad es profundizar en las habilidades de interpretar, comparar y analizar información a partir de diversos tipos de tablas y gráficos en diferentes contextos, y también en la capacidad de organizar y representar datos a través de los instrumentos mencionados. Los estudiantes trabajarán con tablas y gráficos revisados en años anteriores (gráficos de barras, barras múltiples, de líneas y circulares), fundamentalmente en contextos extraídos de los medios de comunicación.

El énfasis en este nivel está puesto en el análisis crítico de la información y en la selección de las formas de organizar y representar los datos, en función del tipo de análisis que se desee realizar. Por otro lado, se profundiza en los conceptos de población y se muestra como algo fundamental en el estudio de la estadística. Se espera que los estudiantes reconozcan que la naturaleza de la muestra y el método de selección inciden en el estudio de la población.

Por otra parte, en esta unidad los estudiantes continúan su trabajo con el tópico de probabilidades, profundizando en el estudio de situaciones de incerteza y experimentos aleatorios. En este nivel se enfatiza el trabajo con tablas de frecuencia a partir del registro de los resultados de experimentos aleatorios. Será importante la iteración de cada experimento e ir registrando lo que sucede con la frecuencia relativa para cada evento, de modo que sea también posible comparar más de un evento. También cobra relevancia el uso de herramientas tecnológicas para simular un gran número de veces un cierto experimento aleatorio; por ejemplo, lanzar dos monedas.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

- › Gráficos de línea, barras y circulares
- › Selección de escalas numéricas, adecuadas a los datos, para los ejes de un sistema de coordenadas
- › Razones y proporciones
- › Cálculo de porcentajes
- › Comparación de cantidades

PALABRAS CLAVE

Población, frecuencia, frecuencia relativa, tablas de frecuencias, azar, probabilidad, experimento aleatorio, evento de un experimento aleatorio.

CONTENIDOS

- › Frecuencia absoluta
- › Frecuencia relativa
- › Frecuencia relativa porcentual
- › Población
- › Muestra
- › Representatividad de una muestra
- › Experimento aleatorio
- › Evento de un experimento aleatorio
- › Ocurrencia de un evento
- › Probabilidad de ocurrencia de un evento

HABILIDADES

- › Extraer información desde datos organizados en tablas y gráficos
- › Resolver problemas, utilizando datos organizados en tablas y gráficos
- › Representar un conjunto de datos a través de tablas y gráficos
- › Comparar información gráfica
- › Evaluar críticamente información gráfica
- › Utilizar herramientas tecnológicas en la construcción de gráficos
- › Obtener muestras aleatorias desde una población
- › Estimar la probabilidad de ocurrencia de un evento asociado a un experimento aleatorio

ACTITUDES

- › Interés por conocer la realidad al trabajar con información cuantitativa de diversos contextos
- › Actitud crítica frente a la información gráfica presente en los medios de comunicación
- › Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos

Aprendizajes Esperados

APRENDIZAJES ESPERADOS

Se espera que los estudiantes sean capaces de:

INDICADORES DE EVALUACIÓN SUGERIDOS

Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:

AE 01

Analizar información presente en diversos tipos de tablas y gráficos.

- › Leen e interpretan información a partir de datos organizados en diversos tipos de tablas. Por ejemplo, tablas de frecuencia donde se incorpora la frecuencia relativa porcentual.
- › Comparan información extraída de diversos tipos de gráficos y tablas y comunican sus conclusiones.
- › Leen e interpretan información a partir de datos organizados en gráficos que usualmente aparecen en los medios de comunicación. Por ejemplo, gráficos de barras, circulares, de líneas y pictogramas.
- › Comparan información gráfica, que usualmente aparece en los medios de comunicación, con las descripciones o textos que les acompañan y evalúan la coherencia entre ambas.
- › Evalúan si las conclusiones presentadas en los medios de comunicación son pertinentes apoyándose en la información gráfica.

AE 02

Seleccionar formas de organización y representación de datos de acuerdo al tipo de análisis que se quiere realizar.

- › Resuelven problemas que involucren la construcción de tablas de frecuencias, seleccionando el tipo de frecuencia¹⁰ según el análisis que se requiera hacer.
- › Organizan un conjunto de datos en diferentes tipos de gráficos, por ejemplo de barras, circular o líneas y seleccionan aquel que les permita responder mejor las preguntas planteadas.
- › Seleccionan la representación gráfica más adecuada para la representación de un conjunto de datos y justifican su elección basándose en el tipo de datos involucrados.
- › Resuelven problemas, en diversos contextos, que involucren la comparación de dos o más conjuntos de datos seleccionando la representación gráfica más adecuada.
- › Evalúan si una tabla o tabla de frecuencia es suficiente para organizar un conjunto de datos o si es necesario construir un gráfico para comunicar información.

10 Frecuencia absoluta, relativa, porcentual o acumulativa.

APRENDIZAJES ESPERADOS

Se espera que los estudiantes sean capaces de:

INDICADORES DE EVALUACIÓN SUGERIDOS

Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:

AE 03

Reconocer que la naturaleza y el método de selección de muestras inciden en el estudio de una población.

- › Establecen estrategias para escoger muestras de un determinado tamaño desde una población específica.
- › Señalan las ventajas y desventajas de las estrategias establecidas para escoger muestras de un determinado tamaño desde una población específica.
- › Deciden y argumentan acerca del número y las formas de extraer muestras, de modo que las conclusiones se generalicen a la población.
- › Identifican elementos que caracterizan a una muestra representativa.
- › Argumentan si una muestra es o no representativa a partir de diferentes ejemplos.
- › Identifican la muestra tomada desde estudios y encuestas publicadas en medios de comunicación, y evalúan la pertinencia sobre las conclusiones obtenidas en el estudio.

AE 04

Predecir la probabilidad de ocurrencia de eventos a partir de la frecuencia relativa obtenida en la realización de experimentos aleatorios simples.

- › Realizan diferentes experimentos aleatorios simples (con dados, monedas, ruletas, etc.) para identificar los resultados posibles y los registran en tablas de frecuencia que involucren una gran cantidad de iteraciones¹¹.
- › Determinan eventos que tienen mayor ocurrencia a partir del registro de los resultados de un experimento aleatorio en tablas de frecuencias.
- › Señalan si un suceso es más o menos probable, a partir de la interpretación de información entregada en una tabla de frecuencia.
- › Predicen acerca de la probabilidad de ocurrencia de un evento, a partir de la simulación (un número grande de iteraciones) de un experimento aleatorio usando tecnología.

11 Sobre 100 para que el análisis tenga sentido.

Aprendizajes Esperados en relación con los OFT

Actitudes de interés por conocer la realidad al trabajar con información cuantitativa de diversos contextos

- › Buscar información cuantitativa por iniciativa propia.
- › Formular preguntas sobre los temas implicados en la información trabajada.

Una actitud crítica frente a la información gráfica presente en los medios de comunicación

- › Verificar las fuentes de información.
- › Evaluar las formas de representación de los datos (gráficos, tablas y medidas de tendencia central y de dispersión).
- › Evaluar las conclusiones enunciadas.

Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos

- › Participan de manera propositiva en actividades grupales.
- › Demuestran responsabilidad en la tarea asignada.
- › Toman la iniciativa en actividades de carácter grupal.
- › Proponen alternativas de solución a problemas matemáticos en actividades grupales.

Orientaciones didácticas para la unidad

Tal como lo sugieren los Aprendizajes Esperados, esta unidad se conecta naturalmente con los Objetivos Fundamentales Transversales. A través del trabajo propuesto en Datos y Azar, se puede incentivar el interés por conocer la realidad y la búsqueda de la información en diversas fuentes. Por otra parte, el terreno es propicio para promover una actitud crítica frente a la información presente en los diferentes medios de comunicación, y el trabajo en equipo en la resolución de problemas que involucren el análisis de datos.

Se sugiere trabajar la parte estadística (Datos) con contextos de interés para los estudiantes, tomados de diarios, revistas o internet, de modo que vean que la Estadística está en conexión con la vida cotidiana y es una herramienta para interpretar y modelar la realidad, a través de representaciones como tablas y gráficos. Se sugiere seleccionar situaciones en que los alumnos resuelvan problemas que impliquen interpretar información presentada en diversos tipos de tablas y gráficos. También pueden evaluar la coherencia de los gráficos presentes en los medios de comunicación y los textos asociados con los datos del estudio en cuestión.

Se sugiere crear situaciones en las que los estudiantes decidan la manera de organizar un conjunto de datos y

el tipo de gráfico que mejor comunique la información. También se puede discutir sobre si, para determinada situación, basta con organizar un conjunto de datos en una tabla (de frecuencia, por ejemplo) o si es necesario emplear algún gráfico. En cuanto a los conceptos de población y muestra, se recomienda proponer a los alumnos discusiones relacionadas con las formas de seleccionar una muestra, con el concepto de representatividad y respecto de si las conclusiones de un estudio pueden ser o no generalizables a la población.

En la parte de probabilidades (Azar) se sugiere proponer a los estudiantes diversas situaciones y experimentos aleatorios, a través de los cuales puedan registrar los resultados en tablas de frecuencia y establecer comparaciones entre los distintos eventos. Por ejemplo, se puede considerar el lanzamiento de dos monedas o dos dados unas 200 veces por lo menos. El énfasis debe estar en el registro de la frecuencia relativa para los diferentes eventos y en las regularidades observadas a medida que se aumenta el número de lanzamientos.

Cabe señalar que en esta unidad es importante el trabajo con herramientas tecnológicas que permitan realizar simulaciones de los experimentos aleatorios (1.000, 5.000 o más repeticiones). De este modo será posible

observar con más claridad las regularidades de ciertos eventos, algo que es muy difícil de percibir con pocos lanzamientos (por ejemplo, al lanzar dos monedas, el evento “cara y sello” es más frecuente que los eventos “cara-cara” o “sello-sello”). Es importante que los estudiantes conjeturen acerca de los resultados y luego los verifiquen o refuten, por medio de experimentos.

Es importante dejar que los alumnos lean, analicen e interpreten situaciones expresadas a través de tablas y gráficos, que respondan preguntas y resuelvan problemas de manera grupal e individual, y que observen y busquen regularidades en la información.

Se debe ser cuidadoso con cualquier situación de sesgo cultural, socioeconómico o de género.

Ejemplos de Actividades

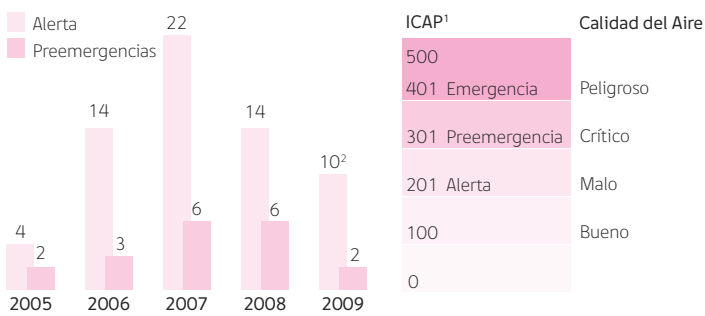
AE 01

Analizar información presente en diversos tipos de tablas y gráficos.

1 Observan tablas y gráficos de interés obtenidos desde distintos medios de comunicación y escriben información relevante en el contexto. Comunican las conclusiones. Por ejemplo, discuten acerca de cierta información presentada en un gráfico, extraída desde un diario local¹².

Baja de días críticos

Los días de altas concentraciones de esmog bajaron a niveles de 2005, en que también hubo buenas condiciones climáticas.



1 Índice de calidad de aire por partículas
2 Episodios constatados en 2009
Fuente Conama RM, La Tercera.

- › Responden preguntas, cuyas respuestas se extraen del gráfico. Por ejemplo: ¿Qué significa cada barra?, ¿qué representa el eje X?, ¿qué se está comparando?
- › Responden preguntas más específicas respecto del gráfico, como: ¿en qué años las concentraciones de smog fueron más bajas? ¿En qué año las condiciones del aire fueron más críticas? ¿Qué sucedió con la calidad del aire en el 2009? El profesor debe evaluar las respuestas entregadas por los estudiantes y llegar a una interpretación correcta en conjunto con ellos.
- › Proponen otras preguntas que puedan ser respondidas desde el gráfico.

Observaciones al docente: Es importante motivar a los estudiantes para que observen los gráficos, comprendan el contexto y entiendan los números que aparecen. Se sugiere orientar el trabajo mediante preguntas del tipo ¿qué significa cada barra?, ¿qué representa el eje X?, ¿qué se está comparando? Luego, introducirlos a situaciones más específicas que se pueden extraer desde el gráfico. Se recomienda que los estudiantes, con el apoyo del profesor, puedan analizar a fondo la información presentada, evalúen la pertinencia de las conclusiones entregadas por los medios de comunicación y las contrasten con sus propias conclusiones.

¹² El gráfico aquí presentado fue extraído del diario La Tercera del jueves 13 de agosto de 2009. El docente podría utilizar este mismo gráfico u otro para la actividad.

2

Recopilan información en diferentes medios de comunicación, mencionando la fuente. Se aseguran de que aparezca organizada en tablas y en distintos tipos de gráficos para compararla con la hallada por otros estudiantes u otros grupos.

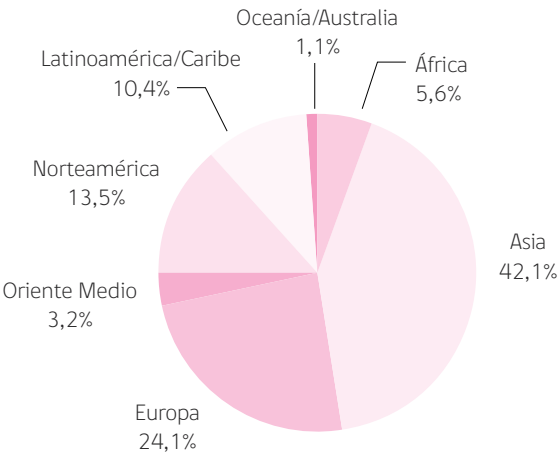
Por ejemplo:

- Observan una tabla y gráfico como los siguientes.

Usuarios de Internet por Países y Regiones¹³

Regiones	Población (2010)	Usuarios, dato más reciente
África	1.013.779.050	110.948.420
Asia	3.834.792.852	828.930.856
Europa	813.319.511	475.121.735
Oriente Medio	212.336.924	63.240.946
Norteamérica	344.124.450	266.224.500
Latinoamérica / Caribe	592.556.972	205.097.470
Oceanía / Australia	34.700.201	21.272.470
Total Mundial	6.845.609.960	1.970.836.397

Usuarios de Internet por Zonas Geográficas



13 © 2000-2010, Miniwatts Marketing Group, www.exitoexportador.com/stats.htm (consultado el 03/10/2010)

- › Comparan la información de la tabla con la información del gráfico. Verifican cada uno de los porcentajes que muestra el gráfico circular.
- › Discuten la manera en que la información de la tabla pueda ser representada en un gráfico de barras múltiples u otras representaciones.
- › Responden preguntas como: ¿qué región es la que tiene mayor población?, ¿qué región es la que tiene menor población?, ¿qué región tiene una mayor cantidad de usuarios conectados?, ¿qué regiones tienen una cantidad similar de usuarios conectados? En relación con su población total, ¿qué región tiene mayor cantidad de usuarios conectados?

❗ **Observaciones al docente:** Se sugiere al profesor trabajar con tablas que incluyan, además de la frecuencia, la frecuencia relativa y la frecuencia relativa porcentual, de modo que los estudiantes visualicen su importancia.

La presentación de información proveniente de diversas fuentes genera inquietudes en los alumnos y ellos formulan preguntas. Se sugiere al docente propiciar el intercambio de la información e investigación individual, con el objeto de motivar la búsqueda por iniciativa propia en los alumnos.

Estas actividades apuntan a que verifiquen las fuentes de información, evalúen las conclusiones enunciadas y participen de manera propositiva en actividades grupales.

AE 02

Seleccionar formas de organización y representación de datos de acuerdo al tipo de análisis que se quiere realizar.

- 1** Realizan un estudio¹⁴ en el colegio con respecto al uso de Facebook en relación con dos aspectos:
- › Frecuencia de uso: ¿Cuán a menudo se conecta usted a Facebook?

Alta	Todos los días
	2 a 3 veces por semana
Media	1 vez por semana
Baja	Cada 2 a 3 semanas
	1 vez al mes o menos

- › Red de amigos: ¿Cuántos amigos tiene en Facebook?
3 a 19
20 a 37
38 a 70
70 a 300
Más de 300

¹⁴ Para esta actividad, los estudiantes se pueden apoyar en otros estudios anteriores, como www.iccom.cl/html/difusion/estudios_difusion/Uso%20de%20Facebook/Uso%20de%20Facebook%20-%20ICCOM%202008.pdf

2

A partir de los datos no organizados, recogidos a través de la encuesta anterior, construyen una tabla de frecuencias que incluya las columnas de frecuencia, frecuencia relativa y frecuencias relativas porcentuales.

3

Determinan la mejor forma de organizar los datos (información básica, tabla de frecuencias simple o diferentes tipos de gráficos), realizando la construcción en el cuaderno.

AE 03

Reconocer que la naturaleza y el método de selección de muestras inciden en el estudio de una población.

1

Realizan una encuesta de un tema de interés, categorizando las respuestas.

Por ejemplo:

Encuestar a 40 personas sobre su preferencia de equipo de fútbol de primera división de Chile con el siguiente espacio muestral: Colo-Colo, U. de Chile, U. Católica, Cobreloa, U. Española, otros.

2

Escriben los criterios que utilizaron para escoger la muestra (encuestados).

3

Responden preguntas sobre la idoneidad de la muestra escogida, como:

- › ¿estos resultados son representativos de la realidad de su barrio? ¿comuna? ¿región? ¿país?
- › ¿qué elementos aseguran que la muestra sea o no representativa?

4

Describen en su cuaderno experimentos y encuestas en los cuales los resultados no son representativos de la población, porque la muestra tampoco lo es.

5

A partir de distintos estudios extraídos de medios de comunicación, realizan un análisis crítico sobre la validez o pertinencia de las conclusiones que se enuncian.

- ❶ **Observaciones al docente:** Se sugiere al profesor que este tipo de actividades sean desarrolladas en grupos de trabajo a fin de promover la discusión entre los estudiantes.

AE 04

Predecir la probabilidad de ocurrencia de eventos a partir de la frecuencia relativa obtenida en la realización de experimentos aleatorios simples.

1
En grupos de 3 o 4 estudiantes realizan una actividad de repetición de un experimento aleatorio y uno de ellos registra los resultados obtenidos.

Por ejemplo:
Dos miembros del grupo deben lanzar un dado 50 veces cada uno. Un tercer integrante debe registrar los resultados en la siguiente tabla:

Nº de Lanzamiento	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Dado 1										
Dado 2										

Nº de Lanzamiento	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Dado 1										
Dado 2										

Nº de Lanzamiento	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Dado 1										
Dado 2										

Nº de Lanzamiento	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Dado 1										
Dado 2										

Nº de Lanzamiento	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Dado 1										
Dado 2										

Con esta información, completan una tabla de frecuencias simple que incluye la frecuencia absoluta y la frecuencia relativa de cada resultado.

2
Consideran para el lanzamiento de dos dados como resultados, por ejemplo, los relativos a:

- › la suma de los puntajes de los dados
- › el producto de los puntajes de los dados

3
Observan la columna de frecuencias relativas y determinan qué resultados tienen mayor y menor probabilidad de ocurrencia.

4

Conjeturan acerca de la probabilidad a priori de obtener un determinado resultado.

5

Utilizan alguna herramienta tecnológica para simular los resultados del lanzamiento de dos dados y elevar el número de lanzamientos, por ejemplo, a 5 mil o 10 mil. Buscan regularidades.

6

Analizan la existencia de tendencias de datos representados en tablas de frecuencias o gráficos de barras. Por ejemplo, con respecto al lanzamiento de dados o monedas con ayuda de la tecnología. Responden preguntas del tipo:

- › Si se lanza una moneda, ¿qué resultado es más probable, cara o sello?
- › Si se lanzan dos monedas, ¿cómo podrían ser representados los posibles resultados? ¿a qué resultado apostarían, cara-cara, sello-sello o mezclado?

❗ **Observaciones al docente:** Se sugiere al docente que este tipo de actividades sea desarrollado en grupos de trabajo a fin de promover la discusión entre los estudiantes.

Se sugiere incorporar el uso de tecnología, que permita la simulación de experimentos aleatorios y una gran cantidad de iteraciones.

Ejemplo de Evaluación

AE 04

Predecir la probabilidad de ocurrencia de eventos a partir de la frecuencia relativa obtenida en la realización de experimentos aleatorios simples.

INDICADORES DE EVALUACIÓN SUGERIDOS

- Realizan diferentes experimentos aleatorios simples (con dados, monedas, ruletas, etc.) para identificar los resultados posibles y los registran en tablas de frecuencia que involucren una gran cantidad de iteraciones¹⁵.
- Determinan eventos que tienen mayor ocurrencia a partir del registro de los resultados de un experimento aleatorio en tablas de frecuencias.
- Señalan si un suceso es más o menos probable, a partir de la interpretación de información entregada en una tabla de frecuencia.
- Predicen acerca de la probabilidad de ocurrencia de un evento, a partir de la simulación (un número grande de iteraciones) de un experimento aleatorio usando tecnología.

ACTIVIDAD

La siguiente actividad se realizará en grupos de 5 personas. Cada grupo recibe 5 dados, uno por integrante.

Cada integrante del grupo debe lanzar 25 veces su dado y registrar los resultados en una tabla. Finalizados los lanzamientos, se deben resumir los resultados totales —resultados de los 125 lanzamientos— en la siguiente tabla.

Resultados Posibles	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa Porcentual
1		
2		
3		
4		
5		
6		

De acuerdo a los resultados obtenidos y registrados en la tabla, responda las siguientes preguntas:

- 1 ¿Cuál de los siguientes eventos tiene mayor ocurrencia?
- “que salga un número mayor o igual a 3”
 - “que salga un número par”

¹⁵ Sobre 100 para que el análisis tenga sentido.

- 2 Al lanzar nuevamente un dado, ¿qué es más probable: “que salga un número mayor que 2 o que salga un número menor que 5”? Justifique.
- 3 Si lanza nuevamente un dado, ¿qué cree que ocurrirá?, ¿con qué probabilidad? Una vez que haya respondido a la pregunta anterior, lance el dado y contraste el resultado con su predicción. Explique lo ocurrido.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Se sugiere considerar los siguientes aspectos:

- 1 Realiza el experimento aleatorio.
- 2 Construye la tabla de frecuencia con los resultados.
- 3 Compara eventos de acuerdo a la ocurrencia según la tabla de frecuencias.
- 4 Compara eventos de acuerdo a su probabilidad de ocurrencia.
- 5 Predice acerca de la probabilidad de ocurrencia.

BIBLIOGRAFÍA PARA EL DOCENTE

- ALEKSANDROV, A., KOLMOGOROV, A., LAURENTIEV, M. Y OTROS. (1976). *La matemática: su contenido, métodos y significado*. Tres volúmenes. Madrid: Alianza Universidad.
- ALSINA CATALÁ, C. Y OTROS. (1990). *Simetría dinámica*. Síntesis.
- ALSINA CATALÁ, C., BURGUÉS FLAMERICH, C., FORTUNY AYMENY, J. M. (1988). *Materiales para construir la geometría*. Síntesis.
- ALSINA CATALÁ, C., FORTUNY AYMENI, J. M., BURGUÉS FLAMERICH, C. *Invitación a la didáctica de la geometría*. Madrid: Síntesis.
- ALSINA, BURGUÉS, FORTUNY, GIMÉNEZ Y TORRA. (1996). *Enseñar matemáticas*. Madrid: Graó.
- ARAYA S., ROBERTO Y MATUS, CLAUDIA. (2008). *Buscando un orden para el azar*. Santiago: Centro Comenius, Universidad de Santiago de Chile.
- ARIAS, NAFRÍA, DOMÍNGUEZ, SANTISO, DÍEZ, Y OTROS. (1992). *Hoja de Cálculo en la enseñanza de las matemáticas en Secundaria*. Madrid Universidad Autónoma de Madrid.
- ARTIGUE, M. (1994). "Una introducción a la didáctica de la matemática". En *Enseñanza de la Matemática*. MCyE.
- ARTIGUE, MICHELLE Y OTROS. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. México: Iberoamericana.
- BRESSAN, A. M., BOGISIC, B., CREGO, K. (2006). *Razones para enseñar Geometría en la Educación Básica*. México: Novedades Educativas.
- CALLEJO, LUZ. (1994). *Un club de Matemática para la diversidad*. Madrid: Narcea.
- CEDILLO, TENOCH. (1997). *Calculadoras: Introducción al Álgebra*. México: Iberoamericana.
- CENTENO, JULIA. (1997). *Números Decimales ¿Por qué? ¿Para qué?* Síntesis.
- COFRÉ, ALICIA, TAPIA, LUCILA. (1995). *Cómo desarrollar el razonamiento lógico matemático. Manual para Kinder a Octavo básico*. Santiago: Universitaria.
- CORBALÁN, FERNANDO. (1995). *La matemática aplicada a la vida cotidiana*. Barcelona: Graó.
- D'AMORE, BRUNO. (2006). *Didáctica de la Matemática*. Colombia. Magisterio.
- DE MELLO E SOUZA, JULIO CÉSAR (MALBA TAHAN) (2002). *El hombre que calculaba*. Buenos Aires: Limusa.
- DÍAZ, J. Y OTROS. (1987). *Azar y probabilidad*. Madrid: Síntesis.
- DICKSON, L., BROWN, M. GIBSON, O. (1991). *El aprendizaje de las Matemáticas*. Barcelona: Labor.
- DUHALDE, M. E., GONZÁLEZ, M. T. (2003). *Encuentros cercanos con la matemática*. Argentina: AIQUE.
- GOÑI, J. M. (COORD.). (2000). *El Currículo de Matemática en los inicios del siglo XXI*. Barcelona: Graó.
- GOVINDEN L., PORTUS. (1998). *Introducción a la Estadística*. Mc Graw Hill.
- HONSBERGER, R. (1994). *El ingenio en las Matemáticas*. Madrid: DLS-Euler.
- JOHSUA, S., DUPIN, J. (2005). *Introducción a la didáctica de las ciencias y la matemática*. Buenos Aires: Colihue.
- KOSTOVSKY, A. N. (1984). *Construcciones Geométricas Mediante un Compás*. Moscú: Mir.
- MALILA C., GHYKA. (1968). *Estética de las proporciones en la naturaleza y en las artes*. Buenos Aires: Poseidón.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN DE CHILE. (2009). *Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios, Matemática*.
- PLANAS, NURIA, ALSINA, ÁNGEL. (2005). *Educación Matemática y buenas prácticas*. Barcelona: Graó.
- REVISTA UNO. (1997). *Las Matemáticas en el entorno*. Barcelona: Graó.
- RODRIGUEZ, JOSÉ Y OTROS. (1997). *Razonamiento Matemático*. Internacional. México: Thompson.
- SAAVEDRA G., EUGENIO. (2005). *Contenidos Básicos de Estadística y Probabilidad*. Santiago: Universidad de Santiago.
- SADOVSKY, P. (2005). *Enseñar Matemática Hoy*. Argentina: Libros del Zorzal.
- SERRANO, J. M. Y OTROS. (1997). *Aprendizaje Cooperativo en Matemática*. Universidad de Murcia.
- VILLANUEVA Y OTROS. (1993). *Geometría elemental*. Santiago: Universidad Católica de Chile.
- VILLELA, JOSÉ. (2001). *Uno, Dos, Tres... Geometría otra vez*. Argentina: AIQUE.
- WINSTON, H., ELPHICK, D. (2001). *101 Actividades para implementar los Objetivos Fundamentales transversales*. Santiago: Lom.

Sitios web

Ministerio de Educación de Chile: www.mineduc.cl
Instrumentos Curriculares (Mapas de Progreso, Programas de estudio, etc.): www.curriculum-mineduc.cl
Instituto Nacional de Estadísticas: www.ine.cl
Red Maestros de Maestros (Mineduc): www.rmm.cl
Sitio Key Currículum Press de textos de matemática: Geometría: www.keypress.com/x19850.xml (Ver capítulos de lecciones en español).
Álgebra: www.keypress.com/x19578.xml (Ver capítulos de lecciones en español).
Textos para docentes y estudiantes, educación secundaria México: www.reformasecundaria.sep.gob.mx/matematicas/recdidactico.html
http://telesecundaria.dgme.sep.gob.mx/mat_ed/mat_ed_01.php

Recursos digitales interactivos en la web

Portal Educar Chile: www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/verContenido.aspx?ID=186119
Enlaces: www.catalogored.cl/recursos-educativos-digitales?nivel_educativo=50&subsector_basica=65

Proyecto Descartes, España: <http://recursostic.educacion.es/descartes/web>

Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales, applets de la Universidad de UTAH: <http://nlvm.usu.edu/es/nav/vlibrary.html>

EduTEKA, Portal Educativo, Colombia: www.eduteka.org/directorio, luego elegir la carpeta “Matemáticas” o bien desde el enlace directo: www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=204

Actividades sugeridas por temas: www.eduteka.org/MI/master/interactivate

BIBLIOGRAFÍA PARA EL ESTUDIANTE

ARAYA S., ROBERTO Y MATUS, CLAUDIA. (2008). *Buscando un orden para el azar*. Santiago: Centro Comenius, Universidad de Santiago de Chile.

ARGÜELLES RODRÍGUEZ, J. (1989). *Historia de la matemática*. Akal.

ARIAS, NAFRÍA, DOMÍNGUEZ, SANTISO, DÍEZ, Y OTROS. (1992). *Hoja de Cálculo en la enseñanza de las matemáticas en Secundaria*. Madrid: Universidad Autónoma de Madrid.

AZCÁRATE GIMÉNEZ, C., DEULOFEU PIQUET, J. (1990). *Funciones y gráficas*. Síntesis.

DE MELLO E SOUZA, JULIO CÉSAR (MALBA TAHAN). (2002). *El hombre que calculaba*. Limusa.

GOVINDEN L., PORTUS. (1998). *Introducción a la Estadística*. Mc Graw Hill.

HONSBERGER, R. (1994). *El ingenio en las Matemáticas*. Madrid: DLS-Euler.

Sitios web

Textos para el docente y el estudiante de educación secundaria, México: www.reformasecundaria.sep.gob.mx/matematicas/recdidactico.html
http://telesecundaria.dgme.sep.gob.mx/mat_ed/mat_ed_01.php

Recursos digitales interactivos en la web

Proyecto Descartes, España: <http://recursostic.educacion.es/descartes/web/aplicaciones.php>

Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales, applets de la Universidad de UTAH: El enlace genérico es <http://nlvm.usu.edu/es/nav>, o bien puede escoger los enlaces directos:

Números y operaciones: http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_1.html

Álgebra: http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_2.html

Geometría: http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_3.html http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_4.html

Análisis de Datos y Probabilidad: http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_5.html

Portal Educar Chile: www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/verContenido.aspx?ID=186119

Enlaces: www.catalogored.cl/recursos-educativos-digitales?nivel_educativo=50&subsector_basica=65

EduTEKA, Portal Educativo, Colombia:

Actividades sugeridas: www.eduteka.org/MI/master/interactivate/

El enlace genérico de las unidades temáticas es www.eduteka.org/directorio o bien puede escoger los enlaces directos:

Números y operaciones: www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=362

Geometría: www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=363 www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=364

Probabilidad y Estadística: www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=365

Álgebra: www.eduteka.org/directorio/index.php?t=sub_pages&cat=366

BIBLIOGRAFÍA CRA

A continuación se detallan publicaciones que se puede encontrar en las bibliotecas de los Centros de Recursos para el Aprendizaje (CRA) en cada establecimiento:

Unidad 2

VARIOS AUTORES. *Juegos de naipes ingleses*, s.d.

Unidad 3

VARIOS AUTORES. *Tangramas*, s.l., s.n., s.f.

VARIOS AUTORES. *Sólidos geométricos*, Learning Resources.

VARIOS AUTORES. *Cubos en base dos*. Santiago de Chile, s.n., s.f.

VARIOS AUTORES. *Cuerpos geométricos*, s.l., s.n., s.f.

Todas las Unidades

BLUM, RAYMOND. (2008). *Festival de ingenio*. Santiago de Chile: RIL.

COLLANTES, J., PÉREZ, A. (2006). *Matecuentos 3: cuentos con problemas*. Madrid: Nivola.

GARDNER, MARTIN. *El idioma de los espías*. Santiago de Chile, RIL.

MOSCOVICH, IVAN. (2006). *Imaginación geométrica*. México: La Vasija.

SIERRA I FABRA, JORDI. (2000). *El asesinato del profesor de matemáticas*. Madrid: Anaya.

SNAPE, CHARLES; SCOTT HEATHER. (2005). *¿Sal si puedes!* México: Limusa.

VARIOS AUTORES. (2007). *Apuntes de matemáticas*. Barcelona: Parramón.

VARIOS AUTORES. *Calculadora*. Dallas, Texas, s.f.

VARIOS AUTORES. (2005). *Usa las matemáticas: soluciona desafíos de la vida real*. Madrid: Alfaguara.

Anexos

Anexo 1

Uso flexible de otros instrumentos curriculares

*Orientan sobre la
progresión típica de
los aprendizajes*

Existe un conjunto de instrumentos curriculares que los docentes pueden utilizar de manera conjunta y complementaria con el programa de estudio. Estos se pueden usar de manera flexible para apoyar el diseño e implementación de estrategias didácticas y para evaluar los aprendizajes.

Mapas de Progreso¹⁶. Ofrecen un marco global para conocer cómo progresan los aprendizajes clave a lo largo de la escolaridad.

Pueden usarse, entre otras posibilidades, como un apoyo para abordar la diversidad de aprendizajes que se expresa al interior de un curso, ya que permiten:

- › caracterizar los distintos niveles de aprendizaje en los que se encuentran los estudiantes de un curso
- › reconocer de qué manera deben continuar progresando los aprendizajes de los grupos de estudiantes que se encuentran en estos distintos niveles

*Apoyan el trabajo
didáctico en el aula*

Textos escolares. Desarrollan los Objetivos Fundamentales y los Contenidos Mínimos Obligatorios para apoyar el trabajo de los alumnos en el aula y fuera de ella, y les entregan explicaciones y actividades para favorecer su aprendizaje y su autoevaluación.

Los docentes también pueden enriquecer la implementación del currículum, haciendo uso de los recursos entregados por el Mineduc a través de:

- › Los **Centros de Recursos para el Aprendizaje (CRA)** y los materiales impresos, audiovisuales, digitales y concretos que entregan
- › El **Programa Enlaces** y las herramientas tecnológicas que ha puesto a disposición de los establecimientos

16 En una página describen, en 7 niveles, el crecimiento típico del aprendizaje de los estudiantes en un ámbito o eje del sector a lo largo de los 12 años de escolaridad obligatoria. Cada uno de estos niveles presenta una expectativa de aprendizaje correspondiente a dos años de escolaridad. Por ejemplo, el Nivel 1 corresponde al logro que se espera para la mayoría de los niños y niñas al término de 2º básico; el Nivel 2 corresponde al término de 4º básico, y así sucesivamente. El Nivel 7 describe el aprendizaje de un alumno que, al egresar de la Educación Media, es “sobresaliente”; es decir, va más allá de la expectativa para IV medio descrita en el Nivel 6 en cada mapa.

Anexo 2

Objetivos Fundamentales por semestre y unidad

OBJETIVO FUNDAMENTAL	SEMESTRE 1	SEMESTRE 2
OF 01 Comprender que los números enteros constituyen un conjunto numérico en el que es posible resolver problemas que no tienen solución en los números naturales.	unidad 1	
OF 02 Establecer relaciones de orden entre números enteros, reconocer algunas de sus propiedades, y efectuar e interpretar adiciones y sustracciones con estos números y aplicarlas en diversas situaciones.	unidad 1	
OF 03 Emplear proporciones para representar y resolver situaciones de variación proporcional en diversos contextos.	unidad 1	
OF 04 Interpretar potencias de exponente natural cuya base es un número fraccionario o decimal positivo y potencias de 10 con exponente entero, conjeturar y verificar algunas de sus propiedades, utilizando multiplicaciones y divisiones y aplicarlas en situaciones diversas.		unidad 3
OF 05 Comprender el significado de la raíz cuadrada de un número entero positivo, calcular o estimar su valor y establecer su relación con las potencias de exponente dos.		unidad 3
OF 06 Resolver problemas en diversos contextos que impliquen plantear y resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números enteros ¹⁷ , fracciones o decimales positivos, identificando términos semejantes y estrategias para su reducción.	unidad 1	
OF 07 Construir triángulos a partir de la medida de sus lados y ángulos, caracterizar sus elementos lineales y comprobar que algunas de sus propiedades son válidas para casos particulares, en forma manual y usando procesadores geométricos.		unidad 2
OF 08 Comprender el teorema de Pitágoras y aplicarlo en situaciones concretas.		unidad 3

17 Es importante que las ecuaciones involucradas tengan procesos de resolución que no contemplen la multiplicación y división de enteros negativos, ya que estas operaciones no corresponden a este nivel.

OBJETIVO FUNDAMENTAL		SEMESTRE 1	SEMESTRE 2
OF 09	Utilización de estrategias para la obtención del volumen en prismas rectos y pirámides en contextos diversos, expresar los resultados en las unidades de medida correspondiente y formular y verificar conjeturas, en casos particulares, relativas a cambios en el perímetro de polígonos y al volumen de dichos cuerpos al variar uno o más de sus elementos lineales.		unidad 3
OF 10	Analizar información presente en diversos tipos de tablas y gráficos, y seleccionar formas de organización y representación de acuerdo a la información que se quiere analizar.		unidad 4
OF 11	Reconocer que la naturaleza y el método de selección de muestras inciden en el estudio de una población.		unidad 4
OF 12	Predecir acerca de la probabilidad de ocurrencia de un evento a partir de resultados de experimentos aleatorios simples.		unidad 4
OF 13	Emplear formas simples de modelamiento matemático, aplicar las habilidades propias del proceso de resolución de problemas en contextos diversos y significativos, utilizando los contenidos del nivel, y analizar la validez de los procedimientos utilizados y de los resultados obtenidos fomentando el interés y la capacidad de conocer la realidad.	unidad 1	unidad 2 unidad 3 unidad 4

Anexo 3

Contenidos Mínimos Obligatorios por semestre y unidad

CONTENIDOS MÍNIMOS OBLIGATORIOS		SEMESTRE 1	SEMESTRE 2
NÚMEROS			
CMO 01			
Identificación de situaciones que muestran la necesidad de ampliar el conjunto de los números naturales al conjunto de los números enteros y caracterización de estos últimos.	unidad 1		
CMO 02			
Interpretación de las operaciones de adición y sustracción en el ámbito de los números enteros, empleo de procedimientos de cálculo de dichas operaciones, argumentación en torno al uso del neutro e inverso aditivo y su aplicación en la resolución de problemas.	unidad 1		
CMO 03			
Representación de números enteros en la recta numérica y determinación de relaciones de orden entre ellos, considerando comparaciones de enteros negativos entre sí y de enteros positivos y negativos, utilizando la simbología correspondiente.	unidad 1		
CMO 04			
Interpretación de potencias que tienen como base un número natural, una fracción positiva o un número decimal positivo y como exponente un número natural, establecimiento y aplicación en situaciones diversas de procedimientos de cálculo de multiplicación de potencias de igual base o igual exponente, formulación y verificación de conjeturas relativas a propiedades de las potencias utilizando multiplicaciones y divisiones.			unidad 3
CMO 05			
Caracterización de la raíz cuadrada de un número entero positivo en relación con potencias de exponente 2, y empleo de procedimientos de cálculo mental de raíces cuadradas en casos simples o de cálculo, utilizando herramientas tecnológicas, en situaciones que impliquen la resolución de problemas.			unidad 3
CMO 06			
Interpretación de una proporción como una igualdad entre dos razones cuando las magnitudes involucradas varían en forma proporcional, y su aplicación en diversas situaciones, por ejemplo, en el cálculo de porcentajes.	unidad 1		
CMO 07			
Elaboración de estrategias de cálculo mental y escrito que impliquen el uso de potencias de 10 con exponente entero y su aplicación para representar números decimales finitos como un producto de un número natural por una potencia de 10 de exponente entero.			unidad 3

CONTENIDOS MÍNIMOS OBLIGATORIOS	SEMESTRE 1	SEMESTRE 2
---------------------------------	------------	------------

CMO 08

Resolución de problemas en contextos diversos y significativos en los que se utilizan adiciones y sustracciones con números enteros, proporciones, potencias y raíces como las estudiadas, enfatizando en aspectos relativos al análisis de las estrategias de resolución, la evaluación de la validez de dichas estrategias en relación con la pregunta, los datos y el contexto del problema.	unidad 1	unidad 3
---	----------	----------

ÁLGEBRA

CMO 09

Caracterización de expresiones semejantes, reconocimiento de ellas en distintos contextos y establecimiento de estrategias para reducirlas considerando la eliminación de paréntesis y las propiedades de las operaciones.	unidad 1	
--	----------	--

CMO 10

Traducción de expresiones en lenguaje natural a lenguaje simbólico y viceversa.	unidad 1	
---	----------	--

CMO 11

Resolución de problemas que implican el planteamiento de una ecuación de primer grado con una incógnita, interpretación de la ecuación como la representación matemática del problema y de la solución en términos del contexto.	unidad 1	
--	----------	--

GEOMETRÍA

CMO 12

Transporte de segmentos y ángulos, construcción de ángulos y bisectrices de ángulos, construcción de rectas paralelas y perpendiculares, mediante regla y compás o un procesador geométrico.		unidad 2
--	--	----------

CMO 13

Análisis y discusión de las condiciones necesarias para construir un triángulo a partir de las medidas de sus lados y de sus ángulos. Determinación del punto de intersección de las alturas, transversales de gravedad, bisectrices y simetrales ¹⁸ en un triángulo, mediante construcciones con regla y compás o un procesador geométrico.		unidad 2
---	--	----------

CMO 14

Verificación, en casos particulares, en forma manual o mediante el uso de un procesador geométrico del teorema de Pitágoras, del teorema recíproco de Pitágoras y su aplicación en contextos diversos.		unidad 3
--	--	----------

18 También conocidas como mediatrices.

CONTENIDOS MÍNIMOS OBLIGATORIOS		SEMESTRE 1	SEMESTRE 2
CMO 15			
Establecimiento de estrategias para la obtención del volumen de prismas rectos de base rectangular o triangular y de pirámides, cálculo del volumen en dichos cuerpos expresando el resultado en milímetros, centímetros y metros cúbicos y aplicación a situaciones significativas.	unidad 3		
CMO 16			
Formulación de conjeturas relativas a los cambios en el perímetro de polígonos y volumen de cuerpos geométricos, al variar la medida de uno o más de sus elementos lineales, y verificación, en casos particulares, mediante el uso de un procesador geométrico.	unidad 3		
DATOS Y AZAR			
CMO 17			
Análisis de ejemplos de diferentes tipos de tablas y gráficos, argumentando en cada caso acerca de sus ventajas y desventajas en relación con las variables representadas, la relación de dependencia entre estas variables, la información a comunicar y el tipo de datos involucrado.	unidad 4		
CMO 18			
Establecimiento y aplicación de criterios para la selección del tipo de tablas o gráficos a emplear para organizar y comunicar información, obtenida desde diversas fuentes, y construcción de dichas representaciones mediante herramientas tecnológicas.	unidad 4		
CMO 19			
Caracterización de la representatividad de una muestra, a partir del tamaño y los criterios en que esta ha sido seleccionada desde una población. Discusión acerca de cómo la forma de escoger una muestra afecta las conclusiones relativas a la población.	unidad 4		
CMO 20			
Discusión acerca de la manera en que la naturaleza de la muestra, el método de selección, y el tamaño de ella, afectan los datos recolectados y las conclusiones relativas a una población.	unidad 4		
CMO 21			
Predicción con respecto a la probabilidad de ocurrencia de un evento en un experimento aleatorio simple y contrastación de ellas mediante el cálculo de la frecuencia relativa asociada a dicho evento e interpretación de dicha frecuencia a partir de sus formatos decimal, como fracción y porcentual.	unidad 4		

Anexo 4

Relación entre Aprendizajes Esperados, Objetivos Fundamentales (OF) y Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO)

APRENDIZAJES ESPERADOS	OF	CMO
Unidad 1		
Números y álgebra		
AE 01	1	1
Identificar problemas que no admiten solución en los números naturales y que pueden ser resueltos en los números enteros.		
AE 02	2	3
Establecer relaciones de orden entre números enteros y ubicarlos en la recta numérica.		
AE 03	2	2
Sumar y restar números enteros e interpretar estas operaciones.		
AE 04	2	2
Reconocer propiedades relativas a la adición y sustracción de números enteros y aplicarlas en cálculos numéricos.		
AE 05	3	6
Reconocer una proporción como una igualdad entre dos razones.		
AE 06	6	10 - 11
Caracterizar expresiones semejantes y reconocerlas en contextos diversos.		
AE 07	6	9
Establecer estrategias para reducir términos semejantes.		
AE 08	6 - 13	2 - 6 - 8 - 11
Resolver problemas que impliquen plantear y resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números enteros y fracciones o decimales positivos, y problemas que involucren proporcionalidad.		

APRENDIZAJES ESPERADOS	OF	CMO
------------------------	----	-----

Unidad 2

Geometría

AE 01	7	12
Construir rectas perpendiculares, paralelas y bisectrices de ángulos, usando regla y compás o procesadores geométricos.		
AE 02	7	13
Comprobar propiedades de alturas, simetrales, bisectrices y transversales de gravedad de triángulos, utilizando regla y compás o procesadores geométricos.		
AE 03	7	13
Construir triángulos a partir de la medida de sus lados y/o ángulos, usando regla y compás o procesadores geométricos.		
AE 04	7	12
Construir ángulos, utilizando regla y compás o un procesador geométrico.		

APRENDIZAJES ESPERADOS	OF	CMO
------------------------	----	-----

Unidad 3

Números y Geometría

AE 01	4	4
Interpretar potencias de exponente natural cuya base es un número fraccionario o decimal positivo.		
AE 02	4	7
Interpretar potencias de base 10 y exponente entero.		
AE 03	4	4
Conjeturar y verificar algunas propiedades ¹⁹ de las potencias de base y exponente natural.		
AE 04	4	4
Calcular multiplicaciones y divisiones de potencias de base y exponente natural.		
AE 05	4	7
Calcular multiplicaciones y divisiones de potencias de base 10 y exponente entero.		
AE 06	5	5
Comprender el significado de la raíz cuadrada de un número entero positivo.		
AE 07	5	5
Determinar y estimar el valor de raíces cuadradas.		
AE 08	8	14
Comprender el teorema de Pitágoras y el teorema recíproco de Pitágoras.		
AE 09	9	15
Utilizar estrategias para obtener el volumen en prismas rectos y pirámides en contextos diversos, y expresar los resultados en las unidades de medida correspondiente.		
AE 10	9	16
Formular y verificar conjeturas, en casos particulares, relativas a cambios en el perímetro de polígonos al variar uno o más de sus elementos lineales.		

19 Se refiere, por ejemplo, a las propiedades de multiplicación y división de potencias de igual base, multiplicación de potencias de igual exponente, potencia de una potencia. Solo para el caso de base 10 se trabaja el exponente entero.

APRENDIZAJES ESPERADOS	OF	CMO
------------------------	----	-----

AE 11	9	16
Formular y verificar conjeturas, en casos particulares, relativas a cambios en el volumen de prismas rectos y pirámides al variar uno o más de sus elementos lineales.		
AE 12	4 - 8 - 13	4 - 7 - 8 - 14
Resolver problemas en contextos diversos: <ul style="list-style-type: none"> › Aplicando propiedades de las potencias de base y exponente natural, y las potencias de base 10 y exponente entero › Utilizando el teorema de Pitágoras y el teorema recíproco de Pitágoras 		

Unidad 4

Datos y Azar

AE 01	10	17
Analizar información presente en diversos tipos de tablas y gráficos.		
AE 02	10	17 - 18
Seleccionar formas de organización y representación de datos de acuerdo al tipo de análisis que se quiere realizar.		
AE 03	11	19
Reconocer que la naturaleza y el método de selección de muestras inciden en el estudio de una población.		
AE 04	12	21
Predecir la probabilidad de ocurrencia de eventos a partir de la frecuencia relativa obtenida en la realización de experimentos aleatorios simples.		

En este programa se utilizaron las tipografías **Helvetica Neue** en su variante **Bold** y **Digna** (tipografía chilena diseñada por Rodrigo Ramírez) en todas sus variantes.

Se imprimió en papel **Magnomatt** (de 130 g para interiores y 250 g para portadas) y se encuadernó en lomo cuadrado, con costura al hilo y hot melt.



Ministerio de
Educación

Gobierno de Chile