

## 1. 信心疊加原理 (Precision Additivity)

- 關鍵詞：Precision ( $\lambda$  or  $\beta$ ) =  $\frac{1}{\sigma^2}$
- 公式：Post. Precision = Prior Precision +  $n \times$  Data Precision
- 直覺：「資訊是加法，方差是減法」。數據越多 ( $n \uparrow$ )，Precision 越高，代表 **Epistemic Uncertainty**（對參數的無知）正在減少。
- **Mean 更新**：新預測是 Prior Mean 和 Data Mean 的「信心加權平均」。誰的 Precision 大，結果就向誰傾斜。

## 2. 指數族與「魔法函數」 (Exponential Family)

- **Sufficient Statistics  $T(x)$** ：數據的「濃縮精華」。一旦算出來，原始數據就可以丟掉 (Data Compression)。
- **Log-partition Function  $A(\eta)$** ：這是矩生成器 (Moment Generator)。
  - **1<sup>st</sup> Derivative  $A'(\eta) = \text{Mean}$**  (預測位置)。
  - **2<sup>nd</sup> Derivative  $A''(\eta) = \text{Variance}$**  (預測不確定性)。
- 意義：框架（如 PyTorch）幫你計導數，其實就是在幫你更新模型對「位置」和「信心」的判斷。

## 3. 消滅不確定性的藝術 (Marginalization)

- **Marginal Likelihood (Evidence)**：
  - N=0 時：基於 Prior 對第一個數據點的預測。
  - 作用：用於 **Model Selection**。越簡單且能解釋數據的模型，Evidence 越高 (Occam's Razor)。
- **Posterior Predictive Distribution (PPD)**：
  - 原理：透過積分 **Marginalize** 掉參數  $\Theta$ 。
  - 直覺：「加權平均所有專家的意見」。
  - 效果：確保模型在沒看過數據的區域會「自發擴張」不確定性區間，避免過度自信。

## 4. 健壯性與重尾 (Robustness & Heavy Tails)

安全性問題。

- 已知  $\sigma^2$ : 後驗是 **Gaussian** (輕尾) → 對離群值 (Outliers) 極其敏感，容易被拉偏。
- 未知  $\sigma^2$ : 後驗是 **Student-t** (重尾) → 承認自己不確定環境噪聲有多大。
- **UQ 價值**: Student-t 的重尾為極端事件留了空間，讓模型在面對髒數據時更 **Robust**。

看到這個項...	腦中要浮現...	對應 UQ 類型
$n \cdot \beta$	數據帶來的總信心	減少 Epistemic
$A''(\Theta)$	函數的平坦程度	衡量 Uncertainty
$\int \dots d\Theta$	考慮所有可能的參數路徑	Marginalization
<b>Heavy Tail</b> Student-T	黑天鵝事件、異常值容忍度	Robustness