

1. 信心疊加原理 (Precision Additivity)

- **關鍵詞**: Precision (λ or β) = $\frac{1}{\sigma^2}$
- **公式**: Post. Precision = Prior Precision + $n \times$ Data Precision
- **直覺**: 「資訊是加法，方差是減法」。數據越多 ($n \uparrow$)，Precision 越高，代表 **Epistemic Uncertainty** (對參數的無知) 正在減少。
- **Mean 更新**: 新預測是 Prior Mean 和 Data Mean 的「信心加權平均」。誰的 Precision 大，結果就向誰傾斜。

2. 指數族與「魔法函數」 (Exponential Family)

- **Sufficient Statistics $T(x)$** : 數據的「濃縮精華」。一旦算出來，原始數據就可以丟掉 (Data Compression)。
- **Log-partition Function $A(\eta)$** : 這是矩生成器 (Moment Generator)。
 - **1st Derivative $A'(\eta)$ = Mean** (預測位置)。
 - **2nd Derivative $A''(\eta)$ = Variance** (預測不確定性)。
- **意義**: 框架 (如 PyTorch) 幫你計導數，其實就是在幫你更新模型對「位置」和「信心」的判斷。

3. 消滅不確定性的藝術 (Marginalization)

- **Marginal Likelihood (Evidence)**:
 - $N=0$ 時: 基於 Prior 對第一個數據點的預測。
 - 作用: 用於 **Model Selection**。越簡單且能解釋數據的模型，Evidence 越高 (Occam's Razor)。
- **Posterior Predictive Distribution (PPD)**:
 - 原理: 透過積分 **Marginalize 掉參數 θ** 。
 - 直覺: 「加權平均所有專家的意見」。
 - 效果: 確保模型在沒看過數據的區域會「自發擴張」不確定性區間，避免過度自信。

4. 健壯性與重尾 (Robustness & Heavy Tails)

安全性問題。

- 已知 σ^2 ：後驗是 **Gaussian** (輕尾) → 對離群值 (Outliers) 極其敏感，容易被拉偏。
- 未知 σ^2 ：後驗是 **Student-t** (重尾) → 承認自己不確定環境噪聲有多大。
- **UQ 價值**：Student-t 的重尾為極端事件留了空間，讓模型在面對髒數據時更 **Robust**。

看到這個項...	腦中要浮現...	對應 UQ 類型
$n \cdot \beta$	數據帶來的總信心	減少 Epistemic
$A''(\theta)$	函數的平坦程度	衡量 Uncertainty
$\int \dots d\theta$	考慮所有可能的參數路徑	Marginalization
Heavy Tail Student-T	黑天鵝事件、異常值容忍度	Robustness