UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO

CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

JOAQUIM SANTOS FREIRE

KAIO RIAN DE MORAIS

TERCEIRA ATIVIDADE AVALIATIVA DE CÁLCULO I

JUAZEIRO-BA

2025

MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS:

O método de diferenças finitas é um método matemático usado para calcular a aproximação de uma derivada quando não sabemos calcular de maneira exata de uma função ou mesmo a expressão completa da função. Quando isso acontece é preciso usar os valores da função próximos ao ponto de interesse. Existem várias formas de se obter essa aproximação, a mais simples delas é através do cálculo diferencial, onde se é calculado o limite entre o ponto desejado e um ponto posterior ou anterior ao ponto desejado.

Esse método de aproximação é chamado de diferenças finitas, na qual é dividido em três tipos de diferenças que são:

- Diferenças Progressivas: É preciso pegar um ponto a frente ao do valor desejado.

$$f'(x) \approx \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

- Diferenças Regressivas: É preciso pegar um ponto anterior ao do valor desejado.

$$f'(\mathrm{x}) \approx \lim_{\mathrm{h} \to 0} \frac{f(x) - f(x-h)}{h}$$

- Diferença Central: É preciso pegar o ponto anterior e o ponto posterior ao do valor desejado.

$$f'(x) \approx \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

Onde *h* é a distância entre os dois pontos, quanto menor o valor de *h* mais próxima do valor real será a aproximação sendo geralmente usada valores como *h*=0,01;0,001 e etc.

EXEMPLO: Calcular a velocidade de um carro no instante *t=5 s*, na qual se sabe a sua posição em metros em determinado tempo.

Tempo (s)	Posição (m)
4,9	24,01
5,0	25,00
5,1	26,01

- Sabemos que a velocidade é a derivada da posição:

V(t)= S'(t)

- Considerando *h=0,01*, iremos usar seguinte equação das diferenças finitas já que ela é a mais precisa:

$$s'(x) \approx \lim_{h \to 0} \frac{s(x+h) - s(x-h)}{2h}$$

- Substituindo os valores:

$$s'(x) \approx \lim_{h \to 0} \frac{26{,}01 - 24{,}01}{2(0{,}01)} = \frac{2{,}00}{0{,}2} = 10\,\frac{m}{s}$$

- Assim obtemos que a velocidade **V=*10m/s*** quando o ***t=5 s***.

SOMA DE RIEMANN:

A soma de Riemann é uma forma de se calcular a área aproximada abaixo da curva de uma função qualquer, esse método consiste em dividir essa área em varais áreas menos na qual são mais fáceis de serem calculadas (geralmente retângulos ou trapézios). Esse método é usado quando não conseguimos integrar simbolicamente a função. Sendo sua definição:

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=0}^{n-1} f(xi)\cdot \Delta x$$

Para usar a soma de Riemann primeiro deve se pegar o intervalo [a, b] na qual se deseja calcular a área e em seguida o dividir em *n* subintervalos iguais, representados por:

$$\Delta x = \frac{b-a}{n}$$

- Sendo Δx a base de cada retângulo (ou de qualquer outra figura);
- A função será válida em um ponto desse subintervalo para determinar a altura;
- A soma de todas essas áreas de retângulos é o valor aproximado da integral.

A soma de Riemann assim como as diferenças finitas pode ser calculada de três maneiras diferentes sendo elas:

- Soma pela Esquerda: A altura é o ponto inicial de cada subintervalo, usada quando a função é crescente

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \sum_{i=0}^{n-1} f(xi)\cdot \Delta x$$

- Soma pela Direita: A altura é o ponto final de cada subintervalo, usada quando a função é decrescente, tendendo a superestimar o valor da função se ela for crescente:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \sum_{i=1}^{n} f(xi)\cdot \Delta x$$

- Soma pelo ponto Médio: A altura é o ponto central de cada intervalo, é o mais preciso entre os métodos:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=0}^{n-1} f\left(\frac{xi + (xi + 1)}{2}\right) \cdot \Delta x$$

EXEMPLO: Calcular a integral aproximada da função *F(x)=x²:*

- Definimos o intervalo como [0,2] e a soma de Riemann terá 4 subintervalos;
- Calcular Δx:

$$\Delta x = \frac{2-0}{4} = 0,5$$

- Calcular os pontos iniciais de cada intervalo:

X_0=0; X_1=0,5; X_2=1,0; X_3=1,5

- Avaliar a função nos pontos encontrados:
-

$$f(0) = 0^2 = 0$$
$$f(0,5) = 0,5^2 = 0,25$$
$$f(1) = 1^2 = 1$$
$$f(1,5) = 1,5^2 = 2,25$$

- Calcular a Soma de Riemann:

$$S = \sum_{i=0}^{3} f(xi) \cdot \Delta x = (0 + 0,25 + 1 + 2,25) \cdot 0,5 = 1,75$$

- O valor da Soma de Riemann é:

$$\int_0^2 x^2 dx \approx 1,75$$

- Em comparação a integral exata:

$$\int_0^2 x^2 dx = \frac{x^3}{3}\int_0^2 = \frac{8}{3} = 2,667$$

- Pelo baixo número de intervalos a soma de Riemann não ficou tão próxima.