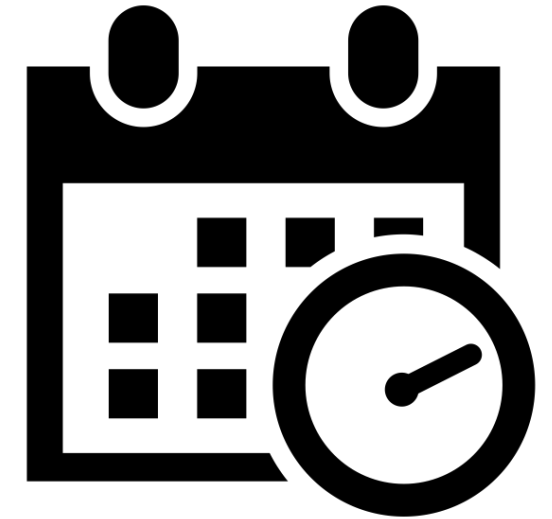


# Projekt modelu optymalizującego plan zajęć



Autorzy: Kacper Motyka  
Marek Lechowicz

# Krótkie wprowadzenie

Problem, którym chciałbym się zająć to ułożenie optymalnego planu zajęć. Korzystając z dostępności nauczycieli, dostępności sal a także rozpiski zajęć, które należy przydzielić, algorytm miałby znajdować najbardziej optymalny rozkład zajęć tak, aby nie nastąpiła żadna kolizja ale także tak, żeby usatysfakcjonować największą liczbę klientów i generować największe zyski dla instytucji prowadzącej zajęcia. Moją motywacją jest ułożenie harmonogramu zajęć grupowych na siłowni. Chciałbym, aby model łatwo można było przenosić na układanie zajęć dla grup tanecznych, harmonogramów dla pracowników pracujących na różne zmiany i wielu innych problemów.

# Co podlega optymalizacji: jedno czy wielokryterialna?

Optymalizacji podlega tygodniowa liczba zajęć, która musi zostać zorganizowana, żeby zarobki siłowni były jak największe.

Jeśli odpowiednio zdefiniujemy model matematyczny to będzie to optymalizacja **jednokryterialna**, ponieważ będziemy mieli jedną funkcję celu – minimalizację tygodniowej liczby zajęć.

# Istotne uwarunkowania i zależności

- Nie może dojść do sytuacji, gdy dwa różne zajęcia odbywają się w tej samej Sali w tym samym czasie.
- Nie można doprowadzić do sytuacji, gdzie nauczyciel prowadzi w jednym momencie różne zajęcia.
- Pomędzy zajęciami muszą być przerwy dla uczniów i nauczycieli.

# Zastosowane uproszczenia zachowujące istotę problemu – uzasadnienie

- Sale traktuje jako równoważne, nie przewiduję sal „do Zumby”, „do crossfitu” itp.
- Warto pominąć także fakt minimalnej liczby godzin przydzielonych dla danych instruktorów. Zakładam, że mogą oni organizować zajęcia także w innych siłowniach a w naszej tylko dorabiać.
- Pomijam także fakt występowania świąt i innych przerw w ciągu roku i przepadania zajęć z tego powodu.

# Jaka informacja (dane) są konieczne do rozwiązania problemu

- Lista instruktorów,
- Lista zajęć, które na danej siłowni mogą być realizowane,
- Lista sal, w których mogą być prowadzone zajęcia,
- Lista interwałów czasowych, w których mogą być prowadzone zajęcia (zakładam, że zajęcia na danej siłowni mogą być prowadzone w godzinach 16 – 22, od poniedziałku do niedzieli oraz że trwają 45 minut i jest po nich 15 minut przerwy – więc wszystkie zajęcia zaczynają się o równych godzinach).
- Lista preferencji użytkowników siłowni – ankieta.

# Struktury danych

- D – day – dni tygodnia  $D = \{1, 2, \dots, 7\}$
- S – slot – okna czasowe na przeprowadzenie zajęć  $S = \{1, 2, \dots, 6\}$  gdzie 1 to czas od 16:00 do 17:00, 2 to czas od 17:00 do 18:00 itd.
- C – classroom – sala, w której prowadzone będą zajęcia  $C = \{1, 2, \dots, 4\}$
- T – type – rodzaj prowadzonych zajęć  $T = \{1, 2, \dots, t_{max}\}$  gdzie na przykład 1 – Zumba, 2 – Zumba Advanced, 3 – Crossfit itd.
- I – instructor – osoba prowadząca zajęcia  $I = \{1, 2, \dots, i_{max}\}$
- N – numer – ID osoby, która za pomocą ankiety wyraziła chęć udziału w zajęciach  $N = \{1, 2, \dots, n_{max}\}$

# Postać rozwiązania

Rozwiązanie będzie miało postać **macierzy** o wymiarach  **$d \times s = 7 \times 6$**  (dni tygodnia x ilość slotów w każdym dniu). Elementami macierzy będą **wektory  $[c, i, t, N]$**  przechowujące informacje o:

- $c$  – klasa, w której odbywają się zajęcia,
- $i$  – instruktor prowadzący zajęcia,
- $t$  – typ zajęć,
- $N$  – liczba uczestników.



# Zmienne decyzyjne

- $a_{d,s,c,t,i} \in \{0, 1\}$  – 1 jeśli typ zajęć  $t$  jest nauczany w klasie  $c$  w oknie czasowym  $s$  w dniu  $d$  przez instruktora  $i$ , w przeciwnym wypadku 0
- $x_{d,s,c,t,i,n} \in \{0, 1\}$  - 1 jeśli użytkownik  $n$  bierze udział w zajęciach typu  $t$  prowadzonych przez instruktora  $i$  w klasie  $c$  w dniu  $d$ , w przedziale czasowym  $s$ , w przeciwnym wypadku 0
- $y_{i,d} \in \{0, 1\}$  - 1 jeśli prowadzący  $i$  musi dnia  $d$  przyjść do pracy, w przeciwnym wypadku 0
- $z_{n,d} \in \{0, 1\}$  – 1 jeśli użytkownik  $n$  musi dnia  $d$  przyjść na trening, w przeciwnym wypadku 0

# Zmienne pomocnicze

- $Selected_{n,t} = 1$  jeśli użytkownik siłowni  $n$  wybrał dane zajęcia  $t$ , 0 w przeciwnym wypadku
- $Qualified_{i,t} = 1$  jeśli instruktor  $i$  ma kwalifikacje oraz chce uczyć dany typ zajęć  $t$

# Istotne warunki i ograniczenia

$$1) \sum_t \sum_i a_{d,s,c,t,i} \leq 1, \forall d \in D, \forall s \in S, \forall c \in C$$

Dla każdego konkretnego dnia, przedziału czasowego oraz sali lekcyjnej mogą być prowadzone tylko jedno zajęcia (zapobieganie odbywania się w tym samym momencie dwóch rodzajów zajęć w jednej sali) a także tylko jeden prowadzący może być dopasowany do danych zajęć.

$$2) \sum_t \sum_c a_{d,s,c,t,i} \leq 1, \forall d \in D, \forall s \in S, \forall i \in I$$

Każdy prowadzący może być przepisany w jednym przedziale czasowym do tylko jednych zajęć.

# Istotne warunki i ograniczenia

$$3) \sum_d \sum_s \sum_c \sum_t \sum_i x_{d,s,c,t,i,n} = \sum_t Selected_{n,t}, \quad \forall n \in N$$

$$4) \sum_d \sum_s \sum_c \sum_i x_{d,s,c,t,i,n} = \sum_t Selected_{n,t}, \quad \forall n \in N, \forall t \in T$$

**Sens powyższych wzorów:** każdy użytkownik siłowni musi mieć przydzielone tyle zajęć, ile wybrał oraz muszą to być dokładnie te typy zajęć, na które się zapisał

# Dodatkowe warunki i ograniczenia

Aby model działał zadowalająco dla osób uczęszczających na zajęcia, instruktorów prowadzących zajęcia, a także dla właścicieli siłowni, warto zdefiniować dodatkowe warunki, które zwiększą komfort korzystania z zajęć, ale także zminimalizują koszt organizacji zajęć.

# Dodatkowe warunki i ograniczenia

$$5) \sum_n x_{d,s,c,t,i,n} \leq 10, \forall d \in D, \forall s \in S, \forall c \in C, \forall t \in T, \forall i \in I$$

Dla zwiększenia komfortu ćwiczeń oraz ze względu na wymogi sanitarne wynikające z pandemii COVID-19 wprowadzono limit osób biorących udział w zajęciach równy 10.

# Dodatkowe warunki i ograniczenia

$$6) \sum_d y_{i,d} \leq 3, \forall i \in I$$

Aby zmniejszyć ponoszony przez firmę koszt oraz zapewnić komfort pracy instruktorów wprowadzono ograniczenie, które powoduje, że pracownik nie musi przychodzić do pracy więcej niż 3 razy tygodniowo (ilość dni można modyfikować zależnie od zapotrzebowania).

# Dodatkowe warunki i ograniczenia

$$7) \sum_d z_{n,d} > \sum_t Selected_{n,t} - 2, \forall n \in N$$

Powyższy warunek oznacza, że liczba dni, w które każda osoba ćwiczy powinna być większa niż liczba wybranych treningów minus 2. Jeśli ktoś wybrał 3 treningi, to liczba dni, w które się one odbywają powinna wynosić 2 lub 3. Wynika to z faktu, że w przeciwnym wypadku, organizm ćwiczącego byłby zbyt obciążony i trening nie byłby aż tak efektywny.



# Funkcja celu

$$f_{cel} = 150 \cdot \sum_d \sum_s \sum_c \sum_t \sum_i a_{d,s,c,t,i} + 50 \cdot \sum_t \sum_i y_{i,d}$$

Gdzie 150 to koszt opłacenia trenera oraz Sali na zajęcia, suma po 150 przedstawia liczbę tygodniowo zrealizowanych zajęć, 50 to koszt (startowy) tego, że trener danego dnia przychodzi w ogóle do pracy, suma to ilość przyjść do pracy wszystkich trenerów w tygodniu.