

一、填空题（每空 1 分，共 10 分） $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\frac{2}{3}\pi} = \frac{6}{2} = 3$

1、已知周期序列 $x(n) = 2\cos(\frac{2}{3}\pi n - \frac{\pi}{4})$ ，则该序列的周期 $N = 3$ 。

2、已知某线性时不变系统 $y(n] = x(n) + x(n-2)$ ，其中 $x(n)$ 、 $y(n)$ 分别表示系统的输入、输出，则 $y(n-2) = x(n-2) + x(n-4)$ 。

3、已知某线性时不变因果系统的系统函数为 $H(z) = \frac{1}{(z-0.5)(z-2)}$ ，则该系统为 不稳定（填“稳定” / “不稳定”）系统。

4、任一非最小相位的因果稳定系统均可由一个全通系统和一个 最小相位系统 级联而成。

5、已知一个长度为 N 的序列 $x(n)$ ，其 FT 为 $X(e^{j\omega})$ ，则序列 $x(n)$ 的 N 点 DFT 等于 $X(e^{j\omega})$ 在区间 $[0, 2\pi]$ 上的 H 点等间隔采样。

6、对长度为 $N=32$ 的序列采用时域基 2FFT 算法进行频谱分析，则该基 2FFT 算法共需要 5 级蝶形运算。 $2^n = 32, n=5$

7、已知一个滤波器的 $H(z) = \frac{1+z^{-1}}{1-0.9z^{-1}}$ ，试判断滤波器的类型（低通，高通，带通，带阻）低通。如不改变其幅频特性只改变相位，可以级联一个 全通 系统。

8、已知 FIR 滤波器 $H(z) = 1 + 5z^{-1} + 4z^{-2} + az^{-3} + z^{-4}$ 具有线性相位，则 $a = 5$ ，相位 $\theta(\omega) = -2\omega$ 。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

1、若一模拟信号为带限的基带信号，且对其采样满足奈奎斯特采样定理，则只要将采样信号通过 (A) 即可无失真恢复原信号。

- A. 理想低通滤波器 B. 理想高通滤波器
C. 理想带通滤波器 D. 理想带阻滤波器

2、已知某系统 $y(n] = 2x(n) + 3$ ，其中 $x(n)$ 、 $y(n)$ 分别表示系统的输入、输出，则该系统为 (D) 系统。

- A. 线性时变 B. 线性时不变
C. 非线性时变 D. 非线性时不变

3、已知序列 $x(n] = \frac{1}{2}\delta(n+1) + \delta(n) + \frac{1}{2}\delta(n-1)$ ，则其时域离散傅里叶变换的 直流分量

$X(e^{j\omega})|_{\omega=0}$ 为 (C)。 $\{\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}\}$

- A. -1 B. 0.5
C. 2 D. 1

4、已知序列 $x(n]$ 的 Z 变换为 $X(z) = \frac{1}{1-3z^{-1}}$ ，收敛域为 $|z| > 3$ ，通过求解 $X(z)$ 的逆 Z 变换，可求得序列 $x(n]$ 为 (A)。

- A. $3^n u(n)$ B. $3^n u(-n-1)$
C. $(-3)^n u(n)$ D. $(-3)^n u(-n-1)$

5、已知序列 $x_1(n]$ 、 $x_2(n]$ 的 N 点 DFT 分别为 $X_1(k)$ 、 $X_2(k)$ ， N 大于序列 $x_1(n]$ 、 $x_2(n]$ 的长度，则循环卷积 $x_1(n] \textcircled{N} x_2(n]$ 的 N 点 DFT 为 (D)。

- A. $X_1(k) \cdot X_2(k)$ B. $X_1(k) - X_2(k)$
C. $X_1(k) + X_2(k)$ D. $X_1(k) \textcircled{N} X_2(k)$

6、对于序列的 傅立叶变换 而言，其信号的特点是 (D)。

- A. 时域连续非周期，频域连续非周期 B. 时域离散居
C. 时域连续非周期，频域连续非周期 D. 时域离散非

7、已知实连续信号 $x(t)$ 为 60Hz 的余弦信号，现用 $f_s = 120\text{Hz}$ 的采样频率对其进行采样，并利用 $N = 1024$ 点 DFT 分析该信号的频谱，则得到的频谱峰值出现在幅频特性曲线的 (D) 谱线附近。

A. $k=0$

B. $k=60$

C. $k=120$

D. $k=512$

8、 $x_1(n) = R_{10}(n)$, $x_2(n) = R_7(n)$, 用 DFT 计算二者的线性卷积，为使计算量尽可能的少，应使 DFT 的长度 N 满足 (B)。

A. $N > 16$

B. $N = 16$

C. $N < 16$

D. $N \neq 16$

9、下列关于用脉冲响应不变法设计 IIR 滤波器的论述中正确的是 (B)。

A. 无混频，线性频率关系

B. 有混频，线性频率关系

C. 无混频，非线性频率关系

D. 有混频，非线性频率关系

10、利用窗函数法设计 FIR 滤波器，为了减小通带内波动以及加大阻带衰减，可通过改变 (C) 有效实现。

A. 主瓣宽度

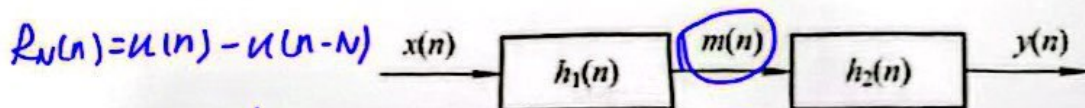
B. 过渡带宽度

C. 窗函数形状

D. 滤波器阶数

三、计算题 (共 30 分)

1、已知一系统由系统 $h_1(n)$ 与系统 $h_2(n)$ 级联而成，如图所示，设 $x(n] = u(n)$ ， $h_1(n) = \delta(n) - \delta(n-4)$ ， $h_2(n) = \delta(n-2)$ ，试求系统的输出 $y(n)$ 。(8 分)



$$m(n) = x(n) * h_1(n)$$

$$= u(n) * [\delta(n) - \delta(n-4)]$$

$$= u(n) - u(n-4) = R_4(n)$$

$$y(n) = m(n) * h_2(n)$$

$$= [u(n) - u(n-4)] * \delta(n-2)$$

$$= R_4(n) * \delta(n-2)$$

$$= R_4(n-2)$$

2、已知序列 $x(n) = 2^{-n}u(n)$ ，试求序列的 Z 变换及其收敛域。(7 分)

$$x(n) = 2^{-n}u(n)$$

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)z^{-n}$$

$$= \sum_{n=0}^{+\infty} 2^{-n}u(n)z^{-n}$$

$$= \frac{1}{1-0.5z^{-1}} \quad |z| > 0.5$$

3、已知序列 $x(n]$ 的 Z 变换为 $X(z) = \frac{5z^{-1}}{1+z^{-1}-6z^{-2}}$ ，其收敛域为 $2 < |z| < 3$ ，试求序

列 $x(n]$ 。(8 分)

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{5z}{z^2+z-6} z^{-1} = \frac{5}{z^2+z-6} = \frac{5}{(z-2)(z+3)} = \frac{A_1}{z-2} + \frac{A_2}{z+3}$$

$$A_1 = \frac{5}{(z-2)(z+3)} (z-2) \Big|_{z=2} = 1$$

$$A_2 = \frac{5}{(z-2)(z+3)} (z+3) \Big|_{z=-3} = -1$$

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{1}{z-2} - \frac{1}{z+3}$$

$$X(z) = \frac{1}{1-2z^{-1}} - \frac{1}{z+3z^{-1}}$$

$$x(n) = 2^n u(n) - (-3)^n u(n)$$

4、已知实序列 $x(n]$ 的 8 点 DFT 的前 5 个值为: 30.0000、-2.5858 + j14.4853、-2.0000

+ j2.0000、-5.4142 + j2.4853、-2.0000，求 $X(k)$ 的其余 3 点的值。(7 分)

$$X(k) = X^*(N-k), \quad k=0,1,2,\dots,N-1$$

$$x(0) = 30, \quad x(1) = -2.5858 + j14.4853$$

$$x(2) = -2.0 + j2.0, \quad x(3) = -5.4142 + j2.4853, \quad x(4) = -2.00$$

$$N=8, \quad x(0) = X^*(8) \text{ (不取)}$$

$$x(1) = X^*(7) = -2.5858 + j4.4853$$

$$x(4) = -2 - j2$$

$$x(5) = -5.4142 - j2.4853$$

四、应用分析题 (共 40 分)

1、对某线性因果二端口网络测试发现, 其输入、输出关系满足:

$$y(n) = -0.8y(n-1) - 0.15y(n-2) + x(n-1)$$

其中 $x(n]$ 、 $y(n]$ 分别表示该网络的输入、输出。试分析如下问题:

(1) 求解该网络的系统函数 $H(z)$, 并判定其稳定性: (7 分)

(2) 求解该网络的频率响应函数 $H(e^{j\omega})$: (5 分)

$$(1) \quad y(n) = -0.8y(n-1) - 0.15y(n-2) + x(n-1)$$

$$Y(z) = -0.8Y(z)z^{-1} - 0.15Y(z)z^{-2} + X(z)z^{-1}$$

$$Y(z) + 0.8Y(z)z^{-1} + 0.15Y(z)z^{-2} = X(z)z^{-1}$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z^{-1}}{1 + 0.8z^{-1} + 0.15z^{-2}} = \frac{1}{z + 0.8 + 0.15z^{-1}} \quad \text{稳定}$$

$$(2) \quad H(e^{j\omega}) = \frac{z^{-1}}{1 + 0.8z^{-1} + 0.15z^{-2}} \Big|_{z=e^{j\omega}} \\ = \frac{e^{-j\omega}}{1 + 0.8e^{-j\omega} + 0.15e^{-j2\omega}}$$



2、用微处理器对实数序列作谱分析，要求谱分辨率 $F \leq 100 \text{ Hz}$ ，信号最高频率为 1 kHz ，试确定以下各参数：

- (1) 最小记录时间 $T_{p \text{ min}}$ ：(2 分)
- (2) 最大取样间隔 T_{max} ：(2 分)
- (3) 最少采样点数 N_{min} ：(2 分)
- (4) 在频带宽度不变的情况下，使频率分辨率提高 1 倍的 N 值。(2 分)

(1) $T_p \geq \frac{1}{F} = \frac{1}{100} = 0.01 \text{ s} \quad \therefore T_{p \text{ min}} = 0.01 \text{ s}$

(2) $F_s \geq 2f_c = 2 \text{ kHz}$

$T_{\text{max}} = \frac{1}{F_{\text{min}}} = \frac{1}{2 \times 1000} = \frac{1}{2000} = 0.5 \text{ ms} \quad \therefore T_{\text{max}} = 0.0005 \text{ s}$

(3) $N_{\text{min}} = \frac{2f_c}{F} = \frac{2 \times 1000}{100} = 20$

(4) 使用 FFT 的快速算法，希望 N 为 2 的整数幂，为此选 $N = 512$ 点，使频率分辨率提高一倍，即 $F = 50 \text{ Hz}$

3、采用巴特沃斯滤波器设计一个 IIR 低通数字滤波器，其中 3dB 截止频率 $\Omega_c = 2\text{rad/s}$ ，
 抽样频率 $\Omega_s = 2\pi \text{ rad/s}$ 。

(1) 请写出二阶巴特沃斯低通滤波器的幅度平方函数表达式 $|H_a(j\Omega)|^2$ ；(2 分)

(2) 由幅度平方函数 $|H_a(j\Omega)|^2$ 可求出，其 4 个极点分别为： $+\sqrt{2} \pm j\sqrt{2}$ 、 $-\sqrt{2} \pm j\sqrt{2}$ ，

试求稳定的二阶巴特沃兹低通滤波器系统函数 $H_a(s)$ ；(4 分)

(3) 试用双线性变换法将 $H_a(s)$ 转换为相应的数字滤波器 $H(z)$ 。(4 分)

$$(1) |H(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + (\frac{\Omega}{\Omega_c})^2}$$

(2) 选取左半平面极点作为 $H_a(s)$ 的根

$$\begin{aligned} H_a(s) &= \frac{\Omega_c^2}{(s-s_1)(s-s_2)} = \frac{4}{(s+\sqrt{2}-j\sqrt{2})(s+\sqrt{2}+j\sqrt{2})} \\ &= \frac{j\sqrt{2}}{s+\sqrt{2}+j\sqrt{2}} - \frac{j\sqrt{2}}{s+\sqrt{2}-j\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$(3) H(z) = \frac{j\sqrt{2}}{1 - e^{(-\sqrt{2}-j\sqrt{2})T} z^{-1}} - \frac{j\sqrt{2}}{1 - e^{(-\sqrt{2}+j\sqrt{2})T} z^{-1}}$$

4、设计一 FIR 滤波器，所得系统函数为 $H(z) = 0.5 \times (0.9 + 0.85z^{-1} - 0.85z^{-3} - 0.9z^{-4})$

(1) 求出该滤波器的单位脉冲响应 $h(n)$ 。(2 分)

(2) 试判断该滤波器是否具有线性相位特点。(2 分)

(3) 求出其幅频响应函数和相频响应函数。(6 分)

$$(1) H(z) = 0.5 \times (0.9 + 0.85z^{-1} - 0.85z^{-3} - 0.9z^{-4})$$

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)z^{-n} = 0.5 \times (0.9 + 0.85z^{-1} - 0.85z^{-3} - 0.9z^{-4})$$

$$\text{单位脉冲响应: } h(n) = 0.5(0.9 + 0.85 - 0.85 - 0.9)$$

由 $h(n)$ 的取值可知 $h(n)$ 满足 $h(n) = -h(N-1-n)$, $N=4$

(2) 具有线性相位特点

$$(3) H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)e^{-j\omega n}$$

$$= 0.5 \times (0.9 + 0.85e^{-j\omega} - 0.85e^{-3j\omega} - 0.9e^{-4j\omega})$$

$$= e^{j(\frac{\pi}{2} - 2\omega)} (0.9 \sin 2\omega + 0.85 \sin \omega)$$

$$H(\omega) = 0.9 \sin 2\omega + 0.85 \sin \omega$$

$$\theta(\omega) = \frac{\pi}{2} - 2\omega$$