

# 北京师范大学 2021 ~2022 学年第 二 学期期末考试试卷

课程名称： 人工智能数学基础 任课教师姓名： 张家才

卷面总分： 100 分 考试时长： 100 分钟 考试类别： 闭卷 ☒ 开卷 ☐ 其他 ☐

院（系）： 专业： 年级： 2020

姓 名： 学 号：

题号	第一题	第二题	第三题	第四题	第五题	总分
得分						

阅卷教师（签字）：

## 一、选择题（每题 2 分，共 10 分）

(1) Pandas 是 Python 数值计算的扩展包，能够高效处理高维数组或矩阵。Numpy 是 python 的另一个数据分析包，主要是以处理二维表格为主。Pandas 只能存储相同类型的数据，Numpy 能处理不同类型的数据。 ( )

(2) 人工智能建模通常需要将数据表示为适合计算机处理的格式（如向量或矩阵），而模型通常描述数据间的联系，常见的学习任务是优化模型中的参数。 ( )

(3) 如果总体分布不是常见的典型分布，有时很难写成某些参数的函数。在此情况下，提出了直接用样本来估计总体分布的方法，这就是非监督参数法估计。 ( )

(4) 对于 N 阶单位矩阵 I，它的特征值的代数重数和几何重数都是 N，且 N 维空间中任意非零向量都是它的特征向量。 ( )

(5) 函数  $z = f(x, y)$  二阶混合偏导数  $f''_{xy}(x, y) = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial z}{\partial x} \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right)$ ,  $f''_{yx} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{\partial z}{\partial y} \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)$ , 如果在某个区域内两个二阶混合偏导数都连续，则在该区域内两个混合偏导数相等。 ( )

## 二、填空题（每题 3 分，共 15 分）

(1) 已知一组数据集  $\{x_i, t_i\}, i = 1, \dots, N$ 。假定回归函数表达式为  $y=f(x, w)$ ，请写出基于误差平方和的目标函数  $E(w) =$  \_\_\_\_\_。

(2) 假定对称矩阵  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & -3 \end{pmatrix}$  为二次型 f 对应的矩阵，则  $f(x_1, x_2, x_3) =$  \_\_\_\_\_。

(3) 从 52 张扑克牌（无大小王）中随机抽出 2 张，已知抽到黑桃 A，抽到两张 A 的概率：\_\_\_\_\_。

(4) 针对二次函数  $f(x) = \frac{x^T Q x}{2} + b^T x + c$ ，其中 Q 是正定矩阵，试写出最速下降法求函数最小值的搜索方向：\_\_\_\_\_。

(5)  $f(x) = 2x_1^2 + 2x_1x_2 - x_1 + 5x_2$ 对应的海塞矩阵为:

\_\_\_\_\_。

### 三、简答题（每题 5 分，共 30 分）

(1) 文本挖掘中涉及词向量和文档向量，请简述独热编码表示词向量的要点，及这种数学表示方法的优缺点。

(2) 写出下面线性规划问题的对偶形式。

$$\min z = 5x_1 + 6x_2 + 3x_3$$

$$s. t. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 5 \\ -x_1 + 5x_2 - x_3 \geq 3 \\ 4x_1 + 7x_2 + 3x_3 \leq 8 \\ x_2 \geq 0, x_3 \leq 0 \end{cases}$$

(3) 随机变量服从指数分布，密度函数  $p(x|\theta) = \begin{cases} \theta e^{-\theta x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad \theta > 0$ ，根据这个概率密度抽取

了  $n$  个样本  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ，请用最大似然法估计参数  $\theta$ 。

(4) 矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 & 5 \\ 0 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ ，请写出 A 的零空间的一组基

(5) 已知两个向量  $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$  及  $B = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}$ ，以及以基  $e_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  及基  $e_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$  为坐标轴的新坐标系，求 A 和 B 两个向量在新坐标系下的向量表示：

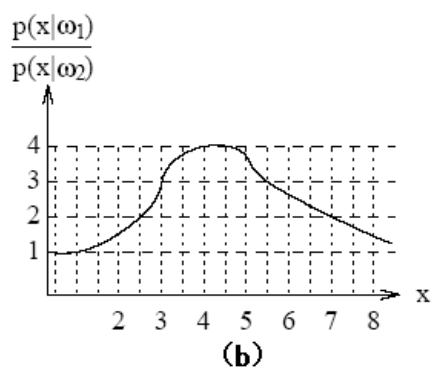
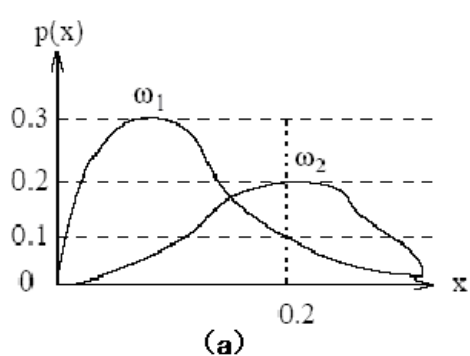
(6) 设任意相继两天中，雨转晴的概率为  $1/3$ （雨转雨的概率  $2/3$ ），晴转雨的概率为  $1/2$ （晴转晴概率为  $1/2$ ），如果今天是晴天，那么 n 天后天气为晴天和雨天的概率分别是多少，请利用 Markov 模型和矩阵运算设计解决方案。

#### 四、计算分析题（每题 10 分，共 30 分）

(1) 如果  $P(w_1)=1/3$ ,  $P(w_2)=2/3$ 。

(a) 图(a)分别为两类的概率密度。当  $x=0.2$  时，依据最小错误率准则，该样本判为哪类？

(b) 图(b)为两个类的概率密度似然比，请写出分类区间。



(2) 求矩阵  $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$  的 4 次幂  $A^4$

(c) 求以上 3 个降维后的样本投影回 2 维空间后的新向量，原始空间中的恢复数据与原始数据有什么区别。(3 分)

(c) 请在图中数字标注处填入适当内容(每空 1 分)



(2) 下面是用 HMM 实现中文分词的维特比算法的 Python 代码片断，其中 `text` 变量存放文本字符串，`states` 存放四个状态(“B” “S” “E” “M”)，`start_p`, `trans_p`, `emit_p` 分别存放起始概率，转移概率和发射概率，请回答下面问题。

```
def viterbi(self, text, states, start_p, trans_p, emit_p):
    V = [{}]; path = {}

    for y in states:
        V[0][y] = start_p[y] * emit_p[y].get(text[0], 0)
        path[y] = [y]

    for t in range(1, len(text)):
        V.append({}); newpath = {}

        for y in states:
            emitP = emit_p[y].get(text[t], 0)
            (prob, state) = max([(V[t - 1][y0] * trans_p[y0].get(y, 0), y0)
                                for y0 in states if V[t - 1][y0] > 0]) # question (b)

            V[t][y] = (1) # question (a)

            newpath[y] = path[state] + [y]

        path = newpath
    (prob, state) = max([(V[len(text) - 1][y], y) for y in states])
    return (prob, path[state])
```

(a) 请在代码中标有数字处填入适当内容完成算法 (2 分)。

(b) 请简述带下划线的代码的功能 (2 分)。

(c) 代码运行过程中变量 `path` 可看作状态串组成的二维数组，`path` 会随着文本字符串的处理而发生变化。假定当处理长度为  $L$  的文本串 `text` 第  $n$  个字符时，`path` 变量结果为 `path1`；当处理文本串 `text` 中第  $m$  ( $L > m > n$ ) 个字符时，`path` 变量结果为 `path2`。请问 `path2` 中的前  $n$  个列向量是否是 `path1` 中的列向量，并说明原因 (2 分)。