

আমার ইশকুল

ক্লাস ১৫

একমাত্রিক গতিবিদ্যা



ইন্সট্রাক্টর

কে. এম. শরীয়াত উল্লাহ,
ইলেকট্রিক্যাল এন্ড ইলেকট্রনিক ইঞ্জিনিয়ারিং বিভাগ,
শাহজালাল বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয়, সিলেট।

Email: cast.shariat@gmail.com

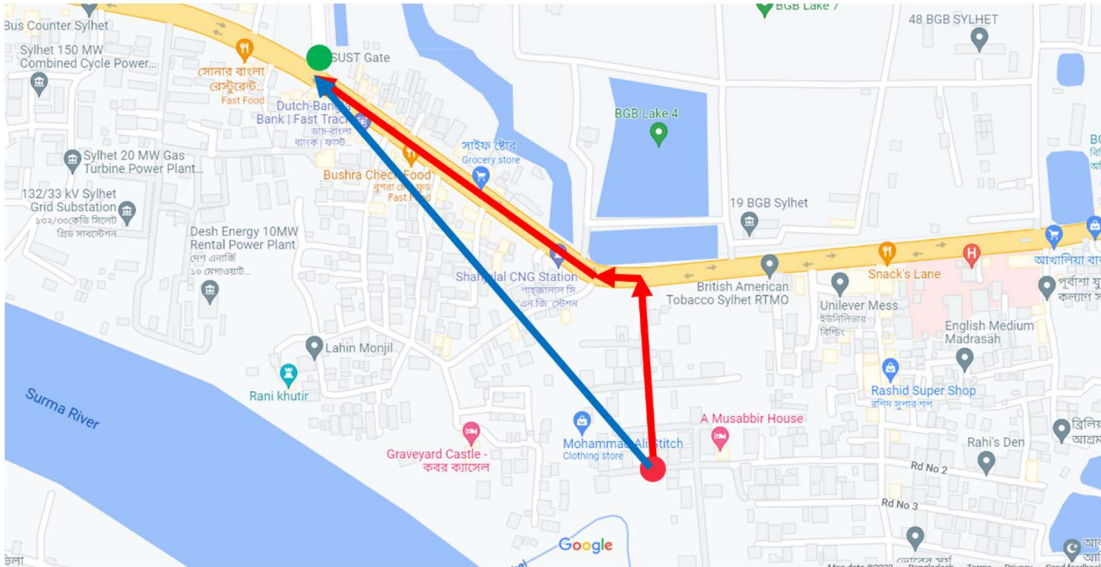
প্রসঙ্গ বিন্দু ও প্রসঙ্গ কাঠামো

ধরুন আপনি একটি গাড়ির রেইস প্রতিযোগিতা দেখছেন। ৩... ২... ১... স্টার্টিং এর আওয়াজ আর ধুমছে ছুটে চলল গাড়ি দুইটি। আচ্ছা ... ওয়েট ... আপনি বুঝলেন কীভাবে যে গাড়ি দুইটি ছুটে চলেছে? আসলে আপনি দেখছেন যে যেই রাস্তা দিয়ে গাড়ি দুইটি যাচ্ছে, অই রাস্তা স্থির। আর রাস্তার উপরে গাড়িগুলো চলছে। তাই গাড়িকে আপনি গতিশীল বলছেন। যদি স্থির রাস্তার সাপেক্ষে গাড়ির কোনো বেগ না থাকত তাহলে আপনি বলতেন, গাড়িগুলো স্থির আছে। তাই না?

কোনো বস্তু গতিশীল কি না তা যাচাই করতে সবসময় একটি স্থির বস্তুর সাথে তার অবস্থানের পরিবর্তন তুলনা করা লাগে। তুলনা ছাড়া কোনো বস্তু স্থিতিশীল না গতিশীল তা বুঝা যায় না। যেই বস্তুটিকে স্থির ধরে আমরা বাকিসব বস্তুর গতি তুলনা করছি তাকে আমরা বলি প্রসঙ্গ বিন্দু। যেমন গাড়ির রেইস প্রতিযোগিতায় ফিনিশিং লাইনটি স্থির। এটিকে আমরা আমাদের প্রসঙ্গ বিন্দু হিসেবে বলতে পারি। অন্য কোনো কিছু গতিশীল কি না তা যাচাই করতে শুধু দেখব, অই বস্তুটির সময়ের সাথে সাথে অই ফিনিশিং লাইন থেকে দূরত্বের পরিবর্তন হচ্ছে কি না! দূরত্বের পরিবর্তন হলে তাকে আমরা বলব গতিশীল বস্তু, দূরত্বের পরিবর্তন না হলে তাকে আমরা বলব স্থিতিশীল বস্তু। প্রসঙ্গ বিন্দুকে মূল বিন্দু ধরে যদি আমরা একটি ত্রিমাত্রিক কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক^১ ব্যবস্থা কল্পনা করি তাকে বলব প্রসঙ্গ কাঠামো।

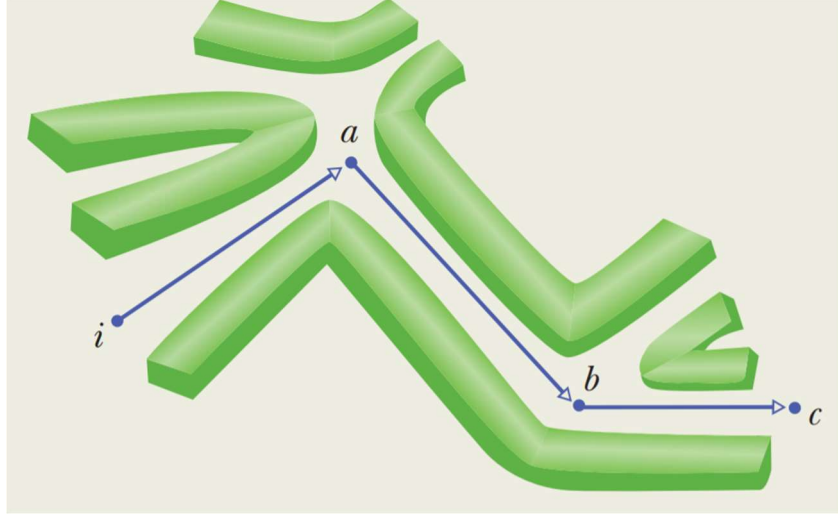
দূরত্ব ও সরণ

নিচে সিলেট শহরের একটা অঞ্চলের ম্যাপ দেওয়া আছে। লাল ডটটি হচ্ছে আমার বর্তমান অবস্থান আর সবুজ ডটটি হচ্ছে আমার গন্তব্যস্থান। তো আমি রাস্তা ধরে ধরে (লাল তীর চিহ্ন) অই সবুজ গন্তব্যে পৌঁছে গেলাম। এইযে লাল রাস্তা ধরে গেলাম, এইটা কিন্তু আমার অবস্থান থেকে গন্তব্য স্থানের মাঝে সবচেয়ে ক্ষুদ্রতম দূরত্ব না। সবচেয়ে ক্ষুদ্রতম দূরত্ব হবে এখানে নীল তীরচিহ্নটি, একটি সরলরেখা। আমি যদি নীল তীরচিহ্ন বরাবর যাই তাহলে সবচেয়ে দ্রুত আমার গন্তব্যে পৌঁছাতে পারব। যেই পথে গেলে সবচেয়ে দ্রুততম সময়ে পৌঁছানো যাবে তাকে বলা হয় সরণ। আর যাকি যত পথে পৌঁছানো যায় (হোক অনেকগুলো সরলরেখার যোগফল বা বক্ররেখা) সবই হবে দূরত্ব।



^১ কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা ছাড়াও আরো অনেক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা আছে। চাইলে সেগুলোও ব্যবহার করা যেতে পারে।

অর্থাৎ লাল পথটি হচ্ছে আমাদের দূরত্ব আর নীল পথটি হচ্ছে আমাদের সরণ। দূরত্ব একটি স্কেলার রাশি আর সরণ একটি ভেক্টর রাশি। দূরত্বকে আমরা সাধারণত d দিয়ে আর সরণকে x দিয়ে প্রকাশ করে থাকি।



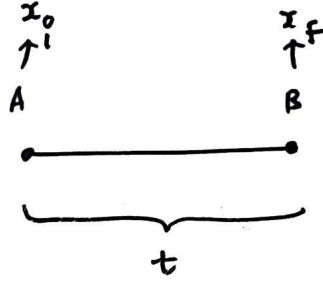
উপরের চিত্রে একটি গোলকধাধা দেওয়া আছে। একজন লোক i অবস্থান থেকে প্রথমে a পরে b এরপর c অবস্থানে গেল। i থেকে a এর দূরত্ব ৬ মিটার, a থেকে b এর দূরত্ব ৪ মিটার আর b থেকে c এর দূরত্ব ৫ মিটার। bc এর সাথে ia ৪০ ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে আর ab ৩০ ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে। লোকটির দূরত্ব ও সরণ কত?

বেগ

ধরেন যে একজন লোক A থেকে B তে গিয়েছে। ধরলাম AB হচ্ছে আমাদের x অক্ষ বরাবর একটি সরলরেখা। লোকটা এই অক্ষ বরাবরই যাত্রা করেছে। যেহেতু লোকটি এই অক্ষ ছাড়া অন্য কোনো অক্ষ বরাবর সরণ ঘটায় নি, তাই এটি একমাত্রিক গতির উদাহরণ। এখন ধরলাম লোকটির প্রথমে অবস্থান ছিল x_i আর পরে অবস্থান হয়েছে x_f । তাহলে সরণ হচ্ছে

$$s = \Delta x = x_f - x_i$$

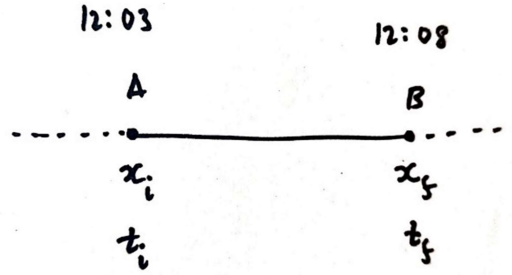
লোকটা যখন যাত্রা শুরু করল ঠিক অই সময়ে আমরা ঘড়ি ধরলাম। দেখলাম লোকটার A থেকে B তে যেতে t পরিমাণ সময় লেগেছে। তাহলে আমরা বলতে পারি –



t সময়ে লোকটির সরণ হয় Δx

তাহলে ১ সেকেন্ডে (একক সময়) সরণ হবে $\frac{\Delta x}{t}$

একক সময়ে যেই সরণ হয় সেটাকে বলা হয় বেগ। তাহলে এখানে বেগ হচ্ছে $v = \frac{\Delta x}{t}$



এবার আমরা আরেকটু ভিন্ন জিনিস কল্পনা করি। লোকটি আগে থেকেই চলছিল। যখন 12:03 বাজে তখন আমরা দেখলাম লোকটা x_i অবস্থানে আছে। আর যখন লোকটা x_f অবস্থানে গিয়েছে তখন ঘড়িতে বাজে 12:08। এইসে সময়েরও এখানে একটা পার্থক্য দেখা দিচ্ছে। ধরি 12:03 এর সময় হচ্ছে আমাদের t_i আর 12:08 এর সময় হচ্ছে আমাদের t_f । তাহলে সরণ হচ্ছে

$$s = \Delta x = x_f - x_i$$

আর সময়ের পার্থক্য হচ্ছে

$$\Delta t = t_f - t_i$$

Δt সময়ে লোকটির সরণ হয় Δx

তাহলে ১ সেকেন্ডে (একক সময়) সরণ হবে $\frac{\Delta x}{\Delta t}$

এই একক সময়ে সরনকেই আমরা বেগ বলছি $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

উল্লেখ্য, এখানে আমরা যেই বেগ বের করেছি সেটাকে আলাদা করে গড় বেগ বলে। এটি দিয়ে একটি ঘটনা (Event) এর বেগ মাপা যায়। তবে কোনো একটি নির্দিষ্ট সময়ে বেগ কত তা মাপা যায় না। সেই বেগ মাপার জন্য আমরা ক্যালকুলাস ব্যবহার করে লিখি

$$v = \frac{dx}{dt}$$

এই বেগকে বলা হয় তাৎক্ষণিক বেগ।

ত্বরণ

প্রতি একক সময়ে বেগের যে পরিবর্তন হয় তাকে বলা হয় ত্বরণ। ধরলাম যে আগে কোনো একটি ইভেন্টের আদি অবস্থায় বেগ ছিল u আর পরে শেষ বেগ হয়েছে v । আর এই ইভেন্ট t সময় ধরে স্থায়ী ছিল। তাহলে ওই ইভেন্টে ত্বরণ

$$a = \frac{v - u}{t}$$

যদি আমরা ইভেন্টের স্টার্টিং আর এন্ডিং এ দুইটা আলাদা আলাদা সময় t_i ও t_f দ্বারা চিহ্নিত করে থাকি আর আদি অবস্থায় বেগ যদি v_0 আর শেষ অবস্থায় বেগ যদি v হয় তাহলে

$$\text{বেগের পরিবর্তন } \Delta v = v - v_0$$

$$\text{সময়ের পরিবর্তন } \Delta t = t_f - t_i$$

$$\text{ত্বরণ } a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

এখানে যেই ত্বরণ আমরা লিখেছি সেটাকে আসলে গড় ত্বরণ বলে। এটা দিয়ে একটি ইভেন্টের ত্বরণ বের করা গেলেও কোনো একটি নির্দিষ্ট সময়ে ত্বরণ কত সেটি বের করা যায় না। সেটি বের করার জন্য আমাদেরকে ক্যালকুলাসের সাহায্য নিতে হয়। তখন আমরা লেখি

$$a = \frac{dv}{dt}$$

বেগের মান বসালে এখানে ত্বরণের আরেকটি সমীকরণ পাওয়া যাবে

$$a = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

এধরণের ত্বরণকে বলা হয় তাৎক্ষণিক ত্বরণ।

ত্বরণ আবার দুই প্রকার হতে পারে। (১) পজিটিভ ত্বরণ [ত্বরণ] আর (২) নেগেটিভ ত্বরণ [মন্দন]

এখন প্রশ্ন হচ্ছে ত্বরণ পজিটিভ বা নেগেটিভ হবে এইটা কীসের উপর নির্ভর করে? Δt কখনও নেগেটিভ হতে পারবে না। তার মানে ত্বরণের মান পজিটিভ না নেগেটিভ এইটা শুধুই Δv এর উপর নির্ভর করে। এখন

সিচুয়েশন ১ যদি $v > v_0$ হয় তাহলে Δv পজিটিভ হবে। মানে ত্বরণও পজিটিভ হবে। অর্থাৎ, যদি বেগ বৃদ্ধি পায় তাহলে ত্বরণ হয় পজিটিভ।

সিচুয়েশন ২ যদি $v < v_0$ হয় তাহলে Δv নেগেটিভ হবে। মানে ত্বরণও নেগেটিভ হবে। অর্থাৎ, যদি বেগ হ্রাস পায় তাহলে ত্বরণ হয় নেগেটিভ।

গতিবিদ্যার চারটি সূত্র আছে। মোটামুটি এগুলোই আমাদের গতিবিদ্যার ভিত্তি।

	একভাবে	অন্যভাবে
1	$v = u + at$	$v = v_0 + at$
2	$s = \frac{u + v}{2} \times t$	$x - x_0 = \frac{v_0 + v}{2} \times t$
3	$s = ut + \frac{1}{2}at^2$	$x - x_0 = v_0t + \frac{1}{2}at^2$
4	$v^2 = u^2 + 2as$	$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$

অনুশীলনী

[ক] একটি গাড়ি প্রথম x মিনিটে y km এবং পরবর্তী y মিনিটে x km যায়। গাড়িটির গড় দ্রুতি কত?

[খ] 9.8 m/s বেগে খাড়া উপরের দিকে একটি পাথরকে ছোড়া হলে কত সময় পর এটি ভূ পৃষ্ঠে ফিরে আসবে?

[গ] স্থিরাবস্থা থেকে 5 kg ভরের একটি বস্তু মুক্তভাবে ছেড়ে দিলে প্রথম সেকেন্ডে সেটি কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?

[ঘ] একটি গাড়ি স্থিরাবস্থা থেকে 10 m/s² ত্বরণে চলা শুরু করলে 10 সেকেন্ড পর এটি কত দূর যাবে?

[ঙ] স্থিরাবস্থা থেকে যাত্রা শুরু করে একটি বস্তু প্রথম সেকেন্ডে 2 m দূরত্ব অতিক্রম করে, পরবর্তী 2 m দূরত্ব অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে?

[চ] স্থিরাবস্থা থেকে কোনো বস্তুকণা সুষ্ণ ত্বরণে আনুভূমিক সরলরেখা বরাবর যাত্রা শুরু করল। চতুর্থ ও তৃতীয় সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্বের অনুপাত কত?

[১] একটি ট্রেন 10 m/s আদিবেগে 3 m/s² সমত্বরণে চলছে। যখন 60 m পথ অতিক্রম করবে তখন ট্রেনটির বেগ কত হবে?

[২] একটি বন্দুকের গুলি একটি দেওয়ালের মধ্যে 0.04 m ভেদ করার পর অর্ধেক বেগ হারায়। গুলিটি দেওয়ালের মধ্যে আর কতদূর প্রবেশ করতে পারবে?

[৩] একটি ট্রেন 25 m/s বেগে একটি সিগন্যাল পোস্ট অতিক্রম করে 30 m যাওয়ার পর চালক ব্রেক প্রয়োগ করেন। এতে 5 m/s² মন্দন সৃষ্টি হয়। সিগন্যাল পোস্ট থেকে স্টেশনের দূরত্ব 80 m হলে ট্রেনটি স্টেশনে থামতে পারবে কি?

[৪] একটি গাছকে অতিক্রম করার পর একটি গাড়ি 6 m/s^2 সমত্বরণে চলতে থাকে। 10 s পর গাড়িটির 75 m/s বেগ হয়। গাছ অতিক্রমের সময় গাড়ির বেগ কত ছিল?

[৫] 125 m/s বেগে একটি বিমান বিধ্বংসী গোলা খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। 600 m উচ্চতায় থাকা কোনো বিমানকে কি তা আঘাত করতে পারবে?

[1] While driving a car at 90 km/h , how far do you move while your eyes shut for 0.50 s during a hard sneeze?

[2] Compute your average velocity (গড় বেগ) in the following two cases:

(a) You walk 73.2 m at a speed of 1.22 m/s and then run 73.2 m at a speed of 3.05 m/s along a straight track.

(b) You walk for 1.00 min at a speed of 1.22 m/s and then run for 1.00 min at 3.05 m/s along a straight track.

[3] A car moves uphill at 40 km/h and then back downhill at 60 km/h . What is the average speed for the round trip?

[4] The 1992 world speed record for a bicycle (human-powered vehicle) was set by Chris Huber. His time through the measured 200 m stretch was a sizzling 6.509 s , at which he commented, “Cogito ergo zoom!” (I think, therefore I go fast!). In 2001, Sam Whittingham beat Huber’s record by 19.0 km/h . What was Whittingham’s time through the 200 m ?

[5] Two trains, each having a speed of 30 km/h , are headed at each other on the same straight track. A bird that can fly 60 km/h flies off the front of one train when they are 60 km apart and heads directly for the other train. On reaching the other train, the (crazy) bird flies directly back to the first train, and so forth. What is the total distance the bird travels before the trains collide?

[6] At a certain time a particle had a speed of 18 m/s in the positive x direction, and 2.4 s later its speed was 30 m/s in the opposite direction. What is the average acceleration of the particle during this 2.4 s interval?

[7] An electron has a constant acceleration of 3.2 m/s^2 . At a certain instant its velocity is 9.6 m/s . What is its velocity (a) 2.5 s earlier and (b) 2.5 s later?

[8] On a dry road, a car with good tires may be able to brake with a constant deceleration of 4.92 m/s^2 . (a) How long does such a car, initially traveling at 24.6 m/s , take to stop? (b) How far does it travel in this time? (c) Graph x versus t and v versus t for the deceleration.

...