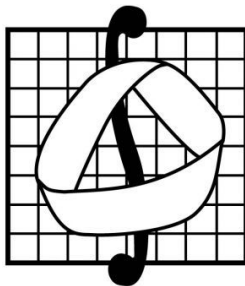


Московский Государственный Университет
имени М.В. Ломоносова

Механико-математический факультет



Схемы численного решения дифференциального
уравнения

Отчёт
Студента 4 курса 409 группы
Шемякина Сергея Владимировича

Семинарист
Доктор физико-математических наук
Корнев Андрей Алексеевич

г. Москва
2025

Содержание

1	Постановка задачи	3
2	Численные схемы	3
2.1	Схема 1: Явная схема Эйлера	3
2.2	Схема 2: Неявная схема Эйлера	3
2.3	Схема 3	3
2.4	Схема 4: Двухшаговая схема	3
3	Экспериментальные результаты	3
3.1	Команды для воспроизведения	3
3.2	График сходимости	4

1 Постановка задачи

Рассматривается дифференциальное уравнение:

$$y' = -Ay(x), \quad A = 1000$$

с точным решением:

$$y(x) = y_0 e^{-Ax}$$

2 Численные схемы

2.1 Схема 1: Явная схема Эйлера

$$y_{k+1} = y_k(1 - Ah)$$

Порядок сходимости = $O(h)$

2.2 Схема 2: Неявная схема Эйлера

$$y_{k+1} = \frac{y_k}{1 + Ah}$$

Порядок сходимости = $O(h)$

2.3 Схема 3

$$y_{k+1} = y_k \frac{2 - Ah}{2 + Ah}$$

Порядок сходимости = $O(h^2)$

2.4 Схема 4: Двухшаговая схема

$$y_{k+1} = y_{k-1} - 2Ahy_k$$

Порядок сходимости = $O(h^2)$

3 Экспериментальные результаты

3.1 Команды для воспроизведения

```
make && ./proga && python3 plot.py
```

3.2 График сходимости

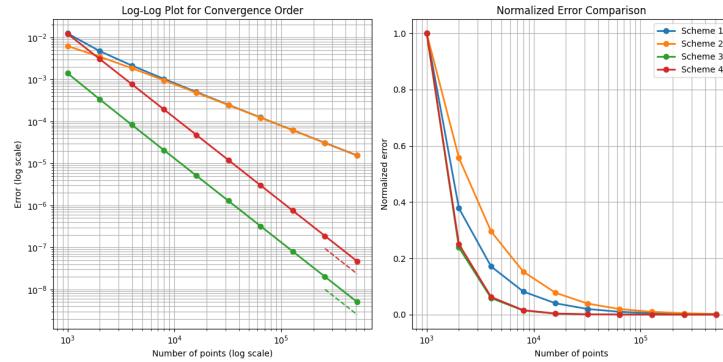


Рис. 1: Зависимость логарифма ошибки от числа точек

Из Рис. 1 можно сделать следующие выводы:

- Левый график в логарифмических координатах позволяет чётко видеть наклон линий, соответствующий порядку сходимости:
 - Схемы 1 и 2 (синяя и оранжевая) следуют вдоль теоретической линии с наклоном 1
 - Схемы 3 и 4 (зелёная и красная) следуют вдоль теоретической линии с наклоном 2
- Правый график с нормированными ошибками показывает:
 - Схемы 1 и 2 уменьшают ошибку более линейно с ростом числа точек
 - Схемы 3 и 4 демонстрируют более квадратичное поведение уменьшения ошибки

Таблица 1: Порядки сходимости схем

Схема	Порядок сходимости
Явный Эйлер	1
Неявный Эйлер	1
Схема 3	2
Двухшаговая	2