T.

3.3.

1. Abbruchbedingung: 1. element = 0
2. adermann n 0: weil n > n-1 (↳ n läuft näher 0)

3. adermann n m: n > n-1, m > m-1 (laufen beide gegen 0)

↳ Abbruchbedingung wird erreicht

3.1 1. Abbruchbedingung 1 Element in Liste oder 0
-> bubbleSort wird mit list rekursiv aufgerufen.
*1 D.h., die Liste wird immer mit einem Element weniger aufgerufen.
↳ bubbleSort terminiert

2. Abbruchbedingung bubble: 1 Element oder leere Liste
*2 -> bubble wird immer rekursiv mit der restListe aufgerufen, also 1 element weniger als vorher
↳ terminiert

*1 + *2 -> bubbleSort terminiert

3.2. minimum:

1. Abbruchbedingung: Länge Liste = 1
2. Liste verliert immer 1 Element
   (Liste vorher) < (Liste vorher − 1)
   ↳ Terminiert

loesche:

1. Abbruchbedingung: Kopf el entspricht x
2. loesche wird im rekursiven Aufruf aufgerufen mit einem Element weniger als vorher.
   Liste davor < Liste davor − 1.

2. Abbruchbedingung ist leere Liste.

- ↳ irgendwann wird leere Liste, oder das gesuchte Element erreicht
  ↳ terminiert

selectionSort: 1. Abbruchbedingung ist leere Liste

2. Es wird das kleinste El. genommen und vorn rangehängt. Im rekursiven Aufruf dieses Element gelöscht und die Liste mit gelöschtem Element aufgerufen. Hier gilt dann Liste < Liste−1. → Abbruchbed. wird erreicht → terminiert.

BRUNNEN

1.1 1. $T^{best}_{fun1}(n) = c_{(:)} = T^{worst}_{fun1}(n)$

$\Rightarrow O(n)$

- hängt Element vorne an die Liste

2. $T^{best}_{fun2}(0) = 1$

$T^{worst}_{fun2}(n) = c_{(:)} + T^{worst}_{fun2}(n-1)$

$= n \cdot c_{(:)} + T^{worst}_{fun2}(c_{(:)}) = n+1 = T^{best}_{fun2}(n)$

$\Rightarrow O(n)$

- hängt Element am Ende der Liste an

3. $T^{best}_{fun3}(m,n) = c_{(>)} + c_{(>)} + c_{(==)} = 3$

$T^{worst}_{fun3}(x,y) = 3 \cdot c_{(>)} + T^{worst}_{fun3}((x-y),y)$

$= \frac{x}{y}$

$\Rightarrow O(n)$

- reduziert solange $x-y$, bis $x < y$

4. $T^{worst}_{fun4}(n) = 4 \cdot \frac{n}{2} + c_{(==)}$

$= 4 \frac{n}{2} + 1 = T^{best}_{fun4}$

$\Rightarrow O(n)$

- ruft funktion 3 mit 2 als y-Wert auf und prüft, ob diese 0 ist

5. $T^{best}_{fun5}(0) = 1$

$T^{worst}_{fun5}(n) = c_{(:)} + T^{worst}_{fun5}(n-1) + c_{(-)}$

$= n \cdot c_{(:)} + n \cdot c_{(-)} + T^{worst}_{fun5}(n-1)$

$= n + 2$

$\Rightarrow O(n)$

- verwirft die Elemente nach eingegebener Zahl

6. $T^{best}_{fun6}(0, m) = 1$

$T^{best}_{fun6}(m, 0) = 1 \quad T^{best}_{fun6} = 1$

$T^{worst}_{fun6}(m, n) = 1 + 1 + T^{worst}_{fun6}(m-1, n-1)$

$= 2 + \left(\frac{n+m}{2}\right)$

$= 2 + \frac{n}{2} + \frac{m}{2}$

$\Rightarrow O(n)$

- bildet Tupel, bis eine Liste leer ist

7. $T^{best}_{fun7}(1) = 1$

$T^{worst}_{fun7}(n) = T_{fun7}(n-1) + n \cdot c_{(>)} + n$

$= 3n$

$\Rightarrow O(n)$

- gibt höchstes Element der Liste zurück

8. $T_{pop}^{best}(0) = 1$

$T_{pop}^{worst}(n) = n \cdot c_{(=)} + n \cdot c_{(1)} + T(n-1)$

$= 2n + 1$

$\Rightarrow O(n)$

- löscht Element aus Liste

9. $T_{pop}^{best}(n) = 1 + 2 + T_{kon?}^{best}(n) + T_{pop}^{best}(n)$

$= 1 + 2n + 1 + 1$

$= 5n$

$T_{pop}^{worst}(n) = 1 + c_{(=)} \cdot n + (T_{pop?}^{worst}(n) + T_{pop}^{worst}(n))$

$= (3n + 2n + 1)$

$= 5n^2 + n$

$\Rightarrow O(n^2)$

- ordnet die Liste absteigend

2.1 1)

a) $(n+1)^2 \in O(n^2)$

$(n^2+2n+1) \in O(n^2)$?

$O(n^2+2n+1) = O(n^2) + O(2n) + O(1)$

$O(1) \in O(n^2)$ ✓, $O(n^2) \in O(n^2)$ ✓

$O(2n) \in O(n^2)$ $\Rightarrow$ $O(2) \cdot O(n) = O(n)$

~~alla~~

$\Leftrightarrow$ $O(2) \in O(1) \in O(n)$

b) $\log(n) + n^2 + n^4 \in O(n^5)$

$O(\log(n) + n^2 + n^4) = O(\log(n)) + O(n^4) + O(n^2)$

$O(n^4) \in O(n^5)$ ✓

$O(n^2) \in O(n^5)$ ✓

$O(\log(n)) \leq O(n) < O(n^5)$

$\Leftrightarrow$ $O(\log(n)) \in O(n^5)$

$\log(n) \leq c \cdot n^5$

$\lim_{n \to \infty} \frac{\log(n)}{n^5} = 0$

$\Leftrightarrow O(\log(n)) \in O(n^5)$

Also $O(\log(n) + n^2 + n^4) \in O(n^5)$

c) $3n \cdot \log(n) + 7n \in O(n \cdot \log n)$

$3n \cdot \log(n) + 7n \leq c \cdot n \cdot \log(n)$ $\quad | : (n \cdot \log(n))$

~~$\frac{3n \cdot \log(n) + 7n}{n \cdot \log(n)}$~~ $\leq c$

$\lim_{n \to \infty} \left(3n \log(n) + \frac{7n \log(n)}{n} \right) = \infty$ ↯

↯

läuft gegen 0, also nicht kein Element

d) $|\sin(n)| \in O(1)$

da Sinuswerte zw. Werte -1 & 1 annehmen können, und der Betrag von $\sin$ ist, ist es auch immer $|\sin(n)| \leq 1$

$\hookrightarrow |\sin(n)| \in O(1)$

e) $3^n \in O(2^n)$

$3^n \leq c \cdot 2^n$

$\frac{3^n}{2^n} \leq c$

$\left(\frac{3}{2}\right)^n \leq c$

$n \cdot \log\left(\frac{3}{2}\right) \leq \log(c)$

$n \leq \frac{\log(c)}{\log\left(\frac{3}{2}\right)}$

∞

$\hookrightarrow c, \infty \lightning \quad 3^n \notin O(2^n)$

f) $3^n \in 2^{O(n)}$

$3^{10(n)} \notin 2^{O(n)}$

da $3 > 2$

2. $21 \leq \log n \leq \sqrt{n} \leq n \leq n \log n \leq n^2 \log n \leq n^2 \leq n^3 \leq e^n$