# 循環証明体系における準カット除去可能性について

早乙女 献自(名古屋大学) 中澤巧爾(名古屋大学)

#### こんな話です

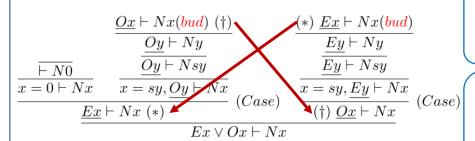
- 循環証明体系[Brotherston 2006]においてカット除去定理は成立しないと考えられている
  - 分離論理についてはカット除去不可能性が証明済み[Kimura+2018]
- 除去まではできなくとも、カットを特定の形に限定できるのではないかと予想(=準カット除去可能性)

## 本研究では局所的なカット除去手続きを提案

#### 循環証明体系

# シークエント計算+循環構造

**数学的帰納法**に対応



帰納的述語の例 NxOx $\overline{N0}$  $\overline{E0}$ NsxEsxOsx自然数N 偶数 E 奇数 O

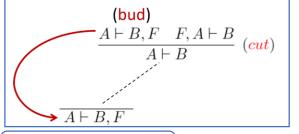
パス: 推論規則を辿ったシークエントの列 budからは対応するシークエントへ 遷移(赤の矢印)

トレース:パスの左にある帰納的述語を 辿ったもの(下線のある述語)

- ○規則(Case)は左辺の述語に関する場合分けに対応
- ○任意の無限長のパスについて、規則(Case)による展開が無限に行われるトレースが存在するという条件を Global Trace Condition(GTC)という
- ○GTCを満たす証明図を循環証明体系における証明とする

### 準カット除去可能性

budに対するカットに制限しても 証明能力が変わらないという性質



### カットの拡張

拡張ミックス規則 = カット + 構造規則 + 等号規則

#### 拡張ミックス規則

$$\frac{\Gamma, \vdash \Delta, [F]_L \quad [F]_R, \Gamma, \vdash \Delta}{\Gamma, \vdash \Delta}$$

#### 等号規則(右辺の代入も同様)

$$\frac{t = s, \Gamma, A[s/x] \vdash \Delta}{t = s, \Gamma, A[t/x] \vdash \Delta}$$

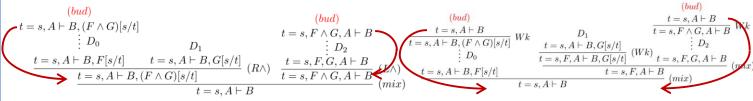
- ullet 拡張ミックス規則において $[F]_L$ ,  $[F]_R$  はカット論理式Fに任意回 の構造規則と等号規則を適用した多重集合
- カット除去手続きでは拡張ミックス規則を持ち上げる

### カット除去手続き

LKに対するカット除去手続きを循環証明体系に対するものに拡張

### 変形前

## 变形後



図はカット除去手続きの例として右辺のカット論理式に等号規則を1度だけ適用したもの

GTCを満たしたまま、カット論理式が簡単になった証明図に変形

手続きを繰り返し適用することでbudに対するカットに制限できるか確かめることが今後の課題

**今後の課題:**カットを一番上まで持ち上げられるかどうか

- カット除去手続きで発生するごみがGTCに影響
- 単純にWeakeningで除去すると、カットの上にある推論規則が減らない