Kinematics - গতিবিদ্যা

Bengali - বাংলা

Written by Jaan Kalda

Partially translated to English by Taavi Pungas

Bengali by Ahmed Saad Sabit

For a majority of physics problems, solving can be reduced to using a relatively small number of ideas (this also applies to other disciplines, e.g. mathematics). In order to become good at problem solving, one must learn these ideas. However, it is not enough if you only *know* the ideas: you also need to learn how to *recognize* which ideas are to be used for a given problem With experience it becomes clear that usually problems actually contain hints about which ideas need to be used.

This text attempts to summarise the main ideas encountered in solving kinematics problems (though, some of these ideas are more universal, and can be applied to some problems of other fields of physics). For each idea, there are one or several illustrative problems. First you should try to solve the problems while keeping in mind those ideas which are suggested for the given problem. If this turns out to be too difficult, you can look at the hints — for each problem, rather detailed hints are given in the respective section. It is intentional that there are no full solutions: just reading the solutions and agreeing to what is written is not the best way of polishing your problem solving skills. However, there is a section of answers — you can check if your results are correct. There are also revision problems for which there are no suggestions provided in the text: it is your task to figure out which ideas can be used (there are still hints).

Problems are referred simple, normal and difficult by *,**,***. Problems marked as difficult may be simple for you, and vice versa. As a rule of thumb, a problem has been classified as a simple one if it makes use of only one idea (unless it is a really tricky idea), and a difficult one if the solution involves three or more ideas.

It is assumed that the reader is familiar with the concepts of speed, velocity and acceleration, radian as the measure for angles, angular speed and angular acceleration, trigonometric functions and quadratic equations. In few places, derivatives and differentials are used, so a basic understanding of these concepts is also advisable (however, one can skip the appropriate sections during the first reading).

বেশির ভাগ পদার্থবিজ্ঞান সমস্যাকে ছোট সংখক "আইডিয়ায়" রুপান্তর করে নেয়া যায়। অন্যান্য বিষয়ের সমস্যাতেও একি নিয়ম খাটে। প্রব্লেম সল্ভিং এ পারদর্শী হয়ে উঠতে অবশ্যই এসব আইডিয়া ব্যবহার করতে হয়, একটা কঠিন সমস্যাকে আগে করা সমাধান এর সাথে মিলিয়ে সহজ করে নিতে হয়। তবে ভাল করতে হলে এসব আইডিয়া জানলেই হবে না, তাদেরকে কখন ব্যবহার করতে হবে তাও মাথায় রাখতে হয়, এবং তা করার সবচাইতে ভাল উপায় প্র্যাকটিস। সময়ের সাথে সাথে বোঝা যায় কোথায় কোন আইডিয়া ব্যবহার করতে হবে।

এই বুকলেট এর মাধ্যমে আমরা "কাইনেমেটিক্স" (গতিবিদ্যার) সমস্যার আইডিয়াগুলোর "সামারি" করব, তাদের মধ্যে কিছু আইডিয়া কে আবার পদার্থবিজ্ঞানের অন্যান্য ক্ষেত্রেও ব্যবহার করে যায়। আমদের উদ্দেশ্য প্রব্লেম এর একটা **ড্যটাবেজ** তৈরি করে যেকোনো প্রব্লেম কে একটা জানা উপায়ে সল্ভ করা। প্রত্যেক আইডিয়ার সাথে সাথে বেশ কয়েকটি প্রব্লেম আছে, চেষ্টা করবে প্রব্লেম গুলোর আইডিয়া পড়ে সেগুলো সল্ভ করার। যদি মনে হয় যে প্রব্লেমটা কঠিন, তাহলে হিন্ট দেখতে পারো। প্রত্যেক হিন্ট যথেষ্ট ডিটেইল্ড, এবং ইচ্ছা করেই সমাধান সরাসরি দিয়ে দেওয়া হয়নি যাতে তোমার নিজের মতো চিন্তা করতে পারার স্কিল টা বাড়ে। শেষের দিকে কিছু "রিভিশন প্রব্লেম" রয়েছে যাতে তোমরা নিজেরাই কোন আইডিয়া দিয়ে প্রব্লেম টা সল্ভ করা যায় তা বের করতে পারো।

প্রব্লেম গুলো "সহজ" *, "নরমাল" ** ও "কঠিন" *** হিসেবে ভাগ করা হয়েছে। মুলত কালার কোড এর মাধ্যমে তা বোঝানো হবে। তবে মাথায় রাখবে, কিছু কঠিন প্রব্লেম তোমার কঠিন মনে হতে পারে, আবার কতগুলো সহজ প্রব্লেম কঠিন ও মনে হতে পারে। নিয়ম অনুসারে, একটা প্রব্লেম তখন সহজ বলা হবে যখন সেটা ১টা আইডিয়া ব্যবহার করবে (যদিনা সেই আইডিয়াটা "ট্রিকি" হয়!), এবং একটি কঠিন প্রব্লেম একসাথে (simultaneously) ২ ৩টা আইডিয়া ব্যবহার করবে।

আমি ধরে নিচ্ছি যে তোমার সাধারন গতি, দ্রুতি, ত্বরণ ও রেডিয়ান ইত্যাদি "টার্ম" গুলোর সাথে পরিচিতি আছে। তার সাথে কোণ, কৌণিক গতি, কৌণিক ত্বরণ, ত্রিকোণোমিতিক ফাংশন ও "কয়াড্রিক সমীকরণের" ইত্যাদির সাথেও পরিচিতি আছে। কিছু কিছু জায়গায় ডেরিভেটিভ ও ডিফারেনশিয়াল এর ব্যবহার আছে, তাই কিছু বেসিক আলোচনাও তা সম্পর্কে করা হয়েছে। তবে আবশ্যক না হলেও, পদার্থবিজ্ঞানে এর ব্যবহার অনেক। প্রথম পড়ায় ক্যালকুলাস অংশ বাদ দেয়া যেতে পারে।

Idea 1. Choose the most appropriate frame of reference. You can choose several ones, and switch between them as needed. Potentially useful frames are where:

⋆ some bodies are at rest;

⋆ some projections of velocities vanish;

⋆ motion is symmetric.

আইডিয়া ০১: সবচাইতে সুবিধাজনক "ফ্রেমে অফ রেফারেন্স"টা ব্যবহার করো। বেশ কিছু চয়েস আছে এক্ষেত্রে, এবং প্রয়োজনে এক ফ্রেম থেকে আরেকটাতেও যাওয়া যেতে পারে। কিছু ভালো ফ্রেম হলো,

১। যেটাতে কোনো বস্তু স্থির আছে;

২। যেটাতে গতির "প্রোজেকশন" বা "কম্পোনেন্ট" কমে যায় (নাইলে শুন্য হয়ে যায়)।

৩। যেটাতে গতি সিমেট্রিক বা প্রতিসম/দুটি দিকে সাঞ্জস্যপুর্ন।

It is recommended to investigate process in all potentially useful frames of reference. As mentioned above, in a good frame of reference, some velocity or its component (or acceleration or its component) vanishes or two velocities are equal. Once a suitable frame of reference has been found, we may change back into the laboratory frame and transform the now known velocities-accelerations using the rule of adding velocities (accelerations). NB! the accelerations can be added in the same way as velocities *only if* the frame's motion is translational (i.e. it does not rotate).

সবসময় সবচাইতে সুবিধাজনক ফ্রেমে কাজ করা উচিত, যেমনটা বলা হলো, কিছু ফ্রেমে গতি বা ত্বরণ শুন্য হয়ে যায় অথবা দুদিকে সমান হয়ে যায়। যখন এরকম কোনো ফ্রেম পাওয়া যাবে তখন কাজ শেষে আমরা আবার আগের ফ্রেমে ফিরে যেতে পারি, যাকে আমরা ল্যাব ফ্রেম বলি। তা করতে আমরা সাধারন গতি-ত্বরণ ভেক্টর যোগ করবো। তবে অবশ্যই সেক্ষেত্রে ফ্রেম কে সোজা চলতে হবে, সেটা ঘুরলে (rotate) করলে হবে না, তার অংক ভিন্ন।

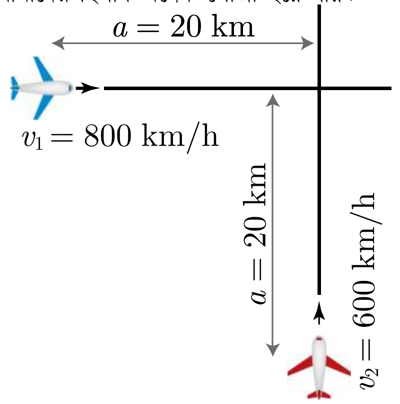
Pr. 1. On a river coast, there is a port; when a barge passed the port, a motor boat departed from the port to a village at the distance $s_1 = 15km$ downstream. It reached its destination after $t = 45min$, turned around, and started immediately moving back towards the starting point. At the distance $s_2 = 9km$ from the village, it met the barge. What is the speed of the river water, and what is the speed of the boat with respect to the water? Note that the barge did not move with respect to the water.

প্রবলেম: নদীর পাড়ে একটা বন্দর আছে, যখন একটা বোতল নদীর উপর ভেসে ভেসে বন্দর অতিক্রম করলো, ঠিক তখনি একটা নৌকা নদীর স্রোতের সাথে

চলা শুরু করলো। সেটা $s_1 = 15km$ দূরে একটা গ্রামে $t_1 = 45min$ পরে পৌছালো। তারপর অনেকটা সাথে সাথেই মোড় ঘুরিয়ে পিছে আসা শুরু করলো এবং গ্রাম থেকে $s_2 = 9km$ দূরে এসে নৌকাটি বোতলটার সাথে মিলিত হলো। যদি নদীর স্রোতের সাথেই বোতলটি চলে, তাহলে স্রোতের গতি এবং নদীর সাপেক্ষে নৌকার গতি কত?

Here, the motion takes place relative to the water, which gives us a hint: let us try solving the problem when using the water frame of reference. If we look at things closer, it becomes clear that this is, indeed, a good choice: in that frame, the speed of the boat is constant, and barge is at rest, i.e. the motion of the bodies is much simpler than in the coastal frame of reference.

এখানে, নৌকার গতি এবং নাড়াচাড়া হয় স্রোতের সাপেক্ষে, তাই আমরা একটা হিন্ট পাই, আমরা আইডিয়া ০১ ব্যবহার করে বুঝতে পারি যে রেফারেন্স ফ্রেম স্রোতের সাপেক্ষে নিয়ে গেলেই হয়, খুটিয়ে দেখলে এটা পরিস্কার যে সত্যি এটা ভাল উপায়। বোতলের সাপেক্ষে নৌকার গতি সবসময় সমান ই থাকে। তাই, স্রোতের ফ্রেমে আমাদের হিসাব অনেক সোজা হয়ে যায়।



Pr. **2.** Two planes fly at the same height with speeds $v_1 = 800km/h$ and $v_2 = 600km/h$, respectively. The planes approach each other; at a certain moment of time, the plane trajectories are perpendicular to each other and both planes are at the distance $a = 20km$ from the intersection points of their trajectories.

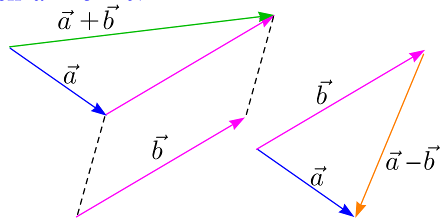
Find the minimal distance between the planes during their flight assuming their velocities will remain constant.

প্রবলেম:দুইটা বিমান একি উচ্চতায় $v_1 = 800km/hr$ এবং $v_2 = 600km/hr$ গতিতে উড়ে। তাদের "ট্রেজেক্টরি" একে অপরের "পারপেনডিকুলার"। এবং সময়ের শুরুতে তাদের দুরত্ব a=20km তাদের "ট্রেজেক্টরি" এর ছেদ বিন্দু থেকে। দুটি বিমানের সবচাইতে কম সম্ভব দুরত্ব বের কর।

The idea 1 advises us that we should look for a frame where some bodies are at rest; that would be the frame of one of the planes. However, here we have a two-dimensional motion, so the velocities need to be added and subtracted vectorially.

আমাদের আইডিয়া 1 অনুযায়ী এই প্রব্লেম টাকে সহজ করে নিতে হবে। একটু ভাবলে বোঝা যাবে যে যে ফ্রেমে কোনো একটা বিমান স্থির থাকবে, সেটাই দরকারি ফ্রেম। তাই কৌশল হিসাবে আমরা সেই ফ্রেম নিব যেটা সুবিধার হয়। তবে, এখানে দ্বি-মাত্রিক গতি থাকায় আমাদেরকে ভেক্টর দিয়ে অংক করতে হবে।

Def **1.** A scalar quantity is a quantity which can be fully described by a single numerical value only; a vector quantity is a quantity which needs to be described by a magnitude (also referred to as modulus or length), and a direction. The sum of two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ is defined so that if the vectors are interpreted as displacements (the modulus of a vector gives the distance, and its direction — the direction of the displacement) then the vector $\vec{a} + \vec{b}$ corresponds to the net displacement as a result of two sequentially performed displacements $\vec{a}$ and $\vec{b}$. This corresponds to the triangle rule of addition, see figure. Subtraction is defined as the reverse operation of addition: if $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ then $\vec{a} = \vec{c} - \vec{b}$.



Def01 যা কিছুকে শুধু মাত্র একটা সংখা দিয়ে প্রকাশ করা যাবে, তা একটা "স্কেলার"। একটা "ভেক্টর" এ সবসময় একটা সংখা এবং দিক(direction) থাকে। দুইটা $\vec{a}$ ও $\vec{b}$ ভেক্টরের যোগফল === অসমাপ্ত

After having been introduced the concept of vectors, we can also fix our terminology. ভেক্টর সম্পর্কে আমাদের ধারনা পরিষ্কার করার পর আমরা বেগ এবং অন্যান্য জিনিস বুঝতে পারব।

Def **2.** *Velocity* is a vectorial quantity which can be defined by the projections to the axes $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$; *speed* is the modulus of a vector, $v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$. Similarly, *displacement* is a vector pointing from the starting point of a body to its final position; travelled *distance* is the sum of the moduli of all the elementary displacements (the curve length).

বেগ হচ্ছে একটা ভেক্টর যার আক্সিসের উপর কম্পোনেন্টগুলো কে $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।; *দ্রুতি* হচ্ছে বেগের মডুলাস, যাকে গাণিতিকভাবে আমরা বলি, $v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$। ঠিক সেভাবে আমরা *সরণকেও* একটি ভেক্টর হিসেবে ধরে নিই। যে ভেক্টর কিনা পথের শুরুথেকে শেষ পর্যন্ত তাক করে। *দুরুত্ব* হচ্ছে সেই সরণের মডুলাস।

For vectorial addition, there are two options. First, we can select two axes, for instance x and y, and work with the respective projections of the velocity vectors. So, if our frame moves with the velocity $\vec{u}$ and the velocity of a body in that frame is $\vec{v}$ then its velocity in the lab frame is $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$, which can be found via projections $w_x = v_x + u_x$ and $w_y = v_y + u_y$. Alternatively, we can approach geometrically and apply the triangle rule of addition, see above.

ভেক্টর যোগ করার জন্যে আমরা দুটি উপায় ব্যবহার করতে পারি। প্রথম, আমরা দুটি অক্ষ নির্বাচন করে তাদের উপরে ভেক্টরগুলোর কম্পোনেন্ট নিতে পারি। তাই, যদি আমাদের বেগের মান ভেক্টর হয়, যেমন $\vec{u}$ হয়, এবং অন্য একটি বস্তুর বেগ যদি আমাদের সাপেক্ষে $\vec{v}$ হয়, তাহলে আমারা বলতে পারি যে ল্যাব ফ্রেমে বেগ হচ্ছে $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$, যেটা আমরা কম্পোনেন্টগুলোর যোগফল থেকে পেতে পারি, যথা $w_x = v_x + u_x$ ও $w_y = v_y + u_y$। দ্বিতীয় উপায়টি ত্রিভুজ নিয়ম ব্যবহার করে আমরা করতে পারি, উপরে ছবিতে দেওয়া আছে।

Once we have chosen the reference frame of one of the planes, the problem **??** can be solved by using the following idea.

Idea **2.** For problems involving addition of vectors (velocities, forces), the problems can be often reduced to the application of simple geometrical facts, such as (a) the shortest path from a point to a line (or plane) is perpendicular to the line (plane); (b) among such triangles ABC which have two fixed side lengths $|BC| = a$ and $|AC| = b < a$, the triangle of largest $\angle ABC$ has $\angle BAC = 90°$.

যেসব প্রব্লেমে ভেক্টরের ব্যবহার করতে হবে, সেখানে কতগুলো সহজ বিষয় লক্ষ্য করে যায়। যেমন a) একটা বিন্দু থেকে আরেকটা রেখা পর্যন্ত সবচাইতে ছোট পথ হলো লাইনের উপর লম্ব।; b) যদি কোনো ত্রিভুজ ABC থাকে, তাহলে তার দুটো বাহু $|BC| = a$ এবং $|AC| = b < a$ হয় (এবং তা যদি না কমে বাড়ে)ঃ তবে $\angle ABC$ সবচাইতে বেশি হবে যদি $\angle BAC = 90°$।

The next problem requires the application of several ideas and because of that, it is classified as a difficult problem. When switching between reference frames, the following ideas will be useful.

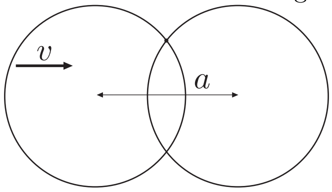
পরের প্রব্লেম কয়েকটা আইডিয়া ব্যবহার করতে হবে, তাই এটা একটা কিঠিন প্রব্লেম হিসেবেই বিবেচনা করে হলো। ফ্রেম বদলিয়ে কিছু বিশেষ অবস্থায় আনা যায়

Idea 3. Try to reveal hidden symmetries, and make the problem into a symmetric one.
প্রব্লেম কে যতোটা সম্বব "সিমেট্রিক" করে নিতে হবে। সেটা না থাকলে একটা খুজে নেওয়া ভাল।

Idea 4. It is possible to figure out everything about a velocity or acceleration once we know one of its components and the direction of the vector.
একটা গতি ভেক্টর সম্পর্কে সব জানা যায় যদি তার "কম্পোনেন্ট" এবং ভেক্টরের দিক আমরা জানতে পারি। যেকোনো ভেক্টরের ক্ষেত্রে তা কাজে লাগানো যায়।

Mathematicians' way of stating it is that a right-angled triangle is determined by one angle and one of its sides. For example, if we know that velocity is at angle α to the horizontal and its horizontal component is w then its modulus is $w/\sin\alpha$.
গাণিতিক ভাবে আমরা এভাবে বলতে পারি যে যদি ভুমির সাথে α কোণ তৈরি করে, তাহলে ভুমির উপরের কম্পোনেন্ট যদি W হয়, তাহলে পুরো ভেক্টরের মান হবে $w/sinalpha$ ।

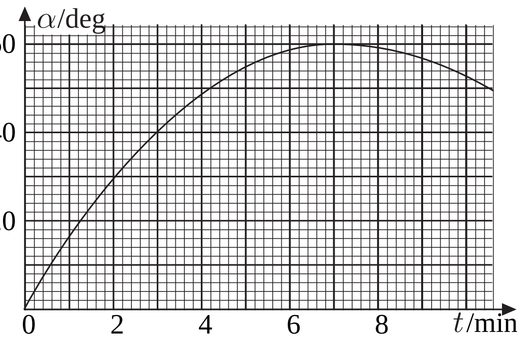
Pr. 3. One of two rings with radius r is at rest and the other moves at velocity v towards the first one. Find how the velocity of the upper point of intersection depends on a, the distance between two rings' centres.



দুটি রিং আছে, একটা V গতিতে এগোচ্ছে এবং আরেকটা স্থির আছে। রিংগুলোর ব্যসার্ধ r । একটা রিং যখন আরেকটা রিঙের সামনে দিয়ে যায় তখন তাদের উপরের ছেদ বিন্দুর গতি দুটো রিঙের কেন্দ্রের a দূরত্বের সাপেক্ষে প্রকাশ কর।

The idea 4 can be used again in the following problem. আইডিয়া 4 পরের সমস্যার জন্য ব্যবহার করে যেতে পারে।

Pr. 4. Balloons with constant ascending velocity can be used to investigate wind velocities at various heights. The given graph of elevation angle against time was obtained by observing a such balloon. The balloon was released at distance $L = 1km$ from the point of observation and it seemed to be rising directly upwards. Knowing that wind velocity near the ground was zero, find the balloon's height at time $t = 7min$ after its start and wind velocity at this height.



সমগতিতে উপরে উঠতে থাকে একটা বেলুনের মাধ্যমে আমরা যেকোনো উচ্চতায় বাতাসের গতি সম্পর্কে ধারনা পাই।$L = 1km$ দূর থেকে একটা বেলুন কে ছেড়ে দিয়ে আমরা বেলুন ও ভূমির মধ্যকার কোণ মাপতে থাকি। দেয়া গ্রাফে আমরা সেই ডাটা পাই, যেখানে কোণকে সময়ের ফাংশন হিসেবে প্রকাশ করা হয়েছে। আমরা জানি যে ভূমির কাছে বাতাসের গতি শূন্য। তবে উপরে বাতাসের গতি আছে। $t = 7min$ পরে বেলুনের উচ্চতা এবং সেখানকার বাতাসের গতি বের কর। অবশ্যই ধরে নিবে যে বেলুনের উপরে উঠবার গতি সমান থাকে।

In order to answer to the first question here, we need also the following idea.
প্রথম প্রশ্ন সমাধান করতে হলে আমাদের আরো কিছু আইকিয়া প্রয়োজন হবে।

Idea 5. If a graph of y versus x is given, quite often some tangent line and its slope $\frac{dy}{dx}$ turn out to be useful. In such cases, unless it is obvious, you have to show that the derivative $\frac{dy}{dx}$ is related to a physical quantity z relevant to the solution of the problem. To this end, you need to express z in terms of small (infinitesimal) increments dx and dy, and manipulate mathematically until these increments enter the expression only via the ratio $\frac{dy}{dx}$.
যদি কোন গ্রাফে y ও x অক্ষ এবং y বনাম x এর কোনো ফাংশন দেয়া থাকে, তাহলে সেই গ্রাপের ফাংশনের স্লোপ বা ট্যাঞ্জেন্ট (স্পর্শক) dy/dx খুব কাজের হয়ে উঠে। (ফাংশনের মধ্যকার ক্ষেত্রফল এর জন্যেও হতে পারে, তবে আমরা তা পরে আলোচনা করব)। তখন আমাদের বাকি থাকে যে এই dy/dx আমাদের কোনো দরকারি ভ্যারিয়েবল (অজানা) এর মধ্যে আছে, এবং গ্রাফ থেকে আমরা তথ্য নিয়ে অংকটা করতে পারি। এই dy/dx কে ছোটো ছোটো Δy ও Δx দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

Idea 6. There are calculations which cannot be done in a generic case, but are relatively easy for certain special values of the parameters. If some unusual coincidence stands out in the problem (in this case the slope of the tangent is zero at the given time) then it is highly probable that this circumstance has to be used.
যাদের হিসাব নিকাশ সহজে বা একদম যথাযথভাবে করা যাউ না, বিশেষ মান বসিয়ে দিলে সেসব সমস্যা সহজে সমাধান করা যায়। যদি একটা সমস্যায় বিশেষ বা অস্বাভাবিক কোনও মিল বা প্রতিসমটা পাওয়া যায়, তবে খুব সম্ভবত সেই সমস্যার সমাধান তাতেই আছে, যেমন এই সমস্যায় স্পর্শকের স্লোপ ০ হয়ে গেছে। অবশ্যই এমন সব প্রতিসমটা ব্যবহার করে এগোতে হবে।

Idea 7. If friction affects the motion then usually the most appropriate frame of reference is that of the environment causing the friction.
ঘর্ষনের ফলে গতিতে প্রভাব পড়লে ঘর্ষনের পরিবেশটি অন্যতম ভাল আপেক্ষিক ফ্রেম।

Pr. 5. A white piece of chalk is thrown onto a black horizontal board moving at constant velocity. Initially, the chalk's velocity was perpendicular to the board's direction of motion. What is the shape of the chalk's trace on the board?

একটা সাদা চকের টুকরো একটা ব্ল্যাক বোর্ডের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। ব্ল্যাক বোর্ডটি একটি ধ্রুবক বেগে এগিয়ে যাচ্ছে, এবং চকটি এভাবে নিক্ষেপ করা হলো যাতে চকের বেগ বোর্ডের বেগের সাথে লম্ব থাকে, তাহলে ব্ল্যাক বোর্ডে চকটি কী ধরনের দাগ কাটবে?

To solve the next problem, in addition to the previous idea we also need to use 2, which can be rephrased in a slightly more general (but less specific) way: some minima and maxima can be found without taking any derivatives, in fact the solution without a derivative can turn out to be much simpler. For this problem, an even more narrowed down formulation would be the following.
পরের সমস্যা সমাধান করার জন্যে আমরা আইডিয়া 2 এর সাথে একটা নতুন আইডিয়া ব্যবহার করবো, যার মুল বক্তব্য কিনা ম্যাক্সিমা বা মিনিমা কোন প্রকার ডেরিভেটিভ (ব্যবকলন) ছাড়া সম্ভব। এবং এমন সমাধান ক্যালকুলাসের চাইতে সহজ হয়। আইডিয়াটিকে আমরা এভাবে প্রকাশ করি,

Idea 8. If one of two vectors is constant and the direction of the other is fixed then the modulus of their sum is minimal if they form a right-angled triangle.
যদি দুটি ভেক্টরের মধ্য থেকে একটি ভেক্টর ধ্রুবক থাকে, এবং আরেকটির শুধু দিক ধ্রুবক থাকে, তাহলে এই দুই ভেক্টরের যোগ ফল সবচাইতে কম হবে যে পর্যায়ে দুটি ভেক্টর একটি সমকোণী ত্রিভুজ তৈরি করবে।

Idea 9. A block is pushed onto a conveyor belt. The belt is moving at velocity $v_0 = 1m/s$, the block's initial velocity $u_0 = 2m/s$ is perpendicular to the belt's velocity. During its subsequent motion, what is the minimum velocity of the block with respect to the ground? The coefficient of friction is large enough to prevent the block from falling off the belt.
একটি ব্লককে একটা কনভেয়র বেল্টের সম্মুখে ধাক্কা দিয়ে এগিয়ে নিয়ে যাওয়া হচ্ছে, বেল্টের বেগ $v_0 = 1m/s$. ব্লকের বেগ $u_0 = 2m/s$ এবং এটি বেল্টের বেগের সাপেক্ষে লম্ব। পরবর্তী গতিশীল অবস্থায়, ব্লকের বেগ ভূমির সাপেক্ষে কখন সবচাইতে কম (মিনিমা - Minima) হবে? ধরে নাও যে ঘর্শন সহগ ব্লকটিকে বেল্টে ধরে রাখার মত যথেষ্ট বেশি।

The next problem is slightly unusual, specific comments will be given after the problem. To tackle such situation one can give seemingly trivial but very often an overlooked advice.
পরের সমস্যাটি একটু ভিন্ন ধরনের, যথার্থ মন্তব্য সমস্যার শেষে দেয়া হবে, এ ধরনের সমস্যা সমাধানের ক্ষেত্রে আমাদেরকে একটি সহজ অথচ দরকারি একটি আইডিয়া মাথার রাখতে হয়।

Idea 10. Read carefully the problem text, try to understand the meaning of every statement, don't make hasty assumptions by yourself.
মনোযোগ সহকারে সমস্যাটি পড়বে, বোঝার চেষ্টা করবে সত্যিকারে হচ্ছেটা কী। অধৈর্য হয়ে উলটা পালটা কিছু ধরে নিবে না।

For a well-written problem, there are no redundant sentences. Things become more troublesome if that is not the case. Sometimes the problem author wants to educate you more than just by giving you the very problem, and tells you many things (such as historical background) which are definitely interesting but unrelated to the solution of the problem. It is OK if you are solving the problem as an exercise at home and you have plenty of time. However, you need to develop skills of parsing fast through such paragraphs at competitions under time pressure: you need to make sure that there are really no important hints hidden inside.
একটি ভালো করে লেখা সমস্যায় কখনো অপ্রয়োজনীয় কোনো কিছু থাকে না। তবে সমস্যা তখন হয় যখন অবস্থা সেটা নয়। প্রায়ই প্রবলেম সেটার (problem author) প্রবেলেম্‌এর সাথে সাথে কিছু বহিরাগত তথ্য শুধু আগ্রহের সাথে পড়ার জন্যই দিয়ে থাকেন। যেমনটা তত্তের ইতিহাস বা এমন কিছু; যা সরাসরি সমস্যার সমাধানের সাথে কোনো সম্পর্ক রাখে না। অবশ্য ঘরে প্র্যাকটিস করার সময় কোনো সমস্যা নেই, তবে একটা প্রতিযোগিতার সময়ের স্বল্পতার মধ্যে অবশ্যই এমন কিছু না পড়ে এগিয়ে যাওয়া উচিত। এসব প্যারাগ্রাফ থেকে হিন্ট বের করে নেওয়ার মত পারদর্শিতা অর্জন করে খুব ভাল।

Pr. 6. After being kicked by a footballer, a ball started to fly straight towards the goal at velocity $v = 25m/s$ making an angle $\alpha = \arccos 0.8$ with the horizontal. Due to side wind blowing at $u = 10m/s$ perpendicular the initial velocity of the ball, the ball had deviated from its initial course by $s = 2m$ by the time it reached the plane of the goal. Find the time that it took the ball to reach the plane of the goal, if the goal was situated at distance $L = 32m$ from the footballer.
একজন দক্ষ ফুটবলারের পায়ে লাথি খাবার পর একটি ফুটবল $v = 25m/s$ বেগে ভূমির সাথে $\alpha = \arccos 0.8$ কোণ তৈরি করে গোলপোস্টের দিকে এগিয়ে যায়। তবে পাশের থেকে বাতাসের কারণে প্রাথমিক অবস্থান থেকে বলটি সরে যায়, বাতাসের দ্রুতি $u = 10m/s$ । আমাদের জানা আছে যে বাতাসের দিক u বেগের সাপেক্ষে লম্ব। বলটি $s = 2m$ পাশে সরে গিয়ে গোলপোস্টে ঢুকে যায়। বের করো বলটির গোলপোস্টে যেতে কতক্ষণ লাগলো, যদি তা ফুটবলারের থেকে $L = 32m$ দূরে অবস্থান করে।

A typical problem gives all the parameter values describing a system and then asks about its behaviour. Here, the system might seem to be over-described: why do we need the value of s, couldn't we just use the initial velocity to determine the flight time to deduce $t = \frac{L}{v\cos\alpha}$? Such a question might arise, first of all, because you are used to ignoring air friction. However, no-one mentioned that you can neglect it here! Furthermore, it is even evident that the air drag cannot be neglected, because otherwise the ball would not depart from its free-fall trajectory! It would be a very difficult task (requiring a numerical integration of a differential equation) to estimate the trajectory of the ball subject to a turbulent air drag. However, this is not what you need to do, because the air drag is not described by a formula for the drag force, but instead, by the final departure from the corresponding free-fall-trajectory.

So, with the help of idea 10 we conclude that the air drag cannot be neglected here. Once we have understood that, it becomes evident that we need to apply the idea 7. However, even when equipped with this knowledge, you might run into mathematical difficulties as there is no direct way of expressing the flight time t in terms of the given quantities. Instead, you are advised to write down an equation containing t as an unknown, and then to solve it.
একটা সমস্যা একটা ঘটনার বৈজ্ঞানিক বিবরণ দেয়, তবে এ সমস্যা পড়লে এমনেই মনে হয় যে অতি বেশি তথ্য সমৃধ্য করা হয়েছে, কেনইবা আমাদের s এর মান লাগছে? আমরা তো বলতে পারতাম যে পুরো সময়টা হলো $t = \frac{L}{v\cos\alpha}$ । এটা তোমার মনে হতে পারে, কারণ তুমি বাতাসের ঘর্শনকে হিসাবে নিচ্ছ না। প্রশ্নে তো কেউ ঘর্শনকে অস্বীকার করতে বলেই নি! তা ছাড়া আমাদের পক্ষে বাতাসের কারণে ঘটে যাওয়া পরিবর্তন অস্বীকার করা সম্ভবই নয়, না হলে বলটি নিজের কক্ষপথ থেকে সরতই না! একদম সরাসরি এবং একদম সঠিকভাবে বলের trajectory (ট্রেজেক্টরি বা পথ) হিসাব করতে আমাদের অনেক সময় লাগবে, তাতে জটিল ডিফারেনশিয়াল এর নিউমারিকাল সল্যুশন বের করতে হবে, তা আবার টারবুলেন্ট অস্থতিশিল বাতাসের ঝাপটায়! তবে সত্যি বলতে কী আমাদের এত কিছু আমলে আনতে হবে না, কারণ বাতাসের ঘর্শনকে ফর্মুলা নয়, মোট নিজের কক্ষপথ থেকে

সরে যাওয়ার আলোকে আমাদের বিশ্লেষণ করতে হবে।

তাই আইডিয়া 10 থেকে আমরা এ সিদ্ধান্তে আসি যে বাতাসের ঘর্শনকে আমরা অগ্রাহ্য করতে পারব না। যদি সমস্যাটি আমরা ভালো করে বুঝতে পারি, আমরা আইডিয়া 7 দ্বারা আগাতে পারি। তবে এতে কিছু গাণিতিক ঝঞ্ঝাটে আটকাতে পারি, কারণ ফ্লাইট টাইম বা পুরো সময় t সরাসরি প্রকাশ করার কোনো সহজ উপায় নেই। তাই, তোমাকে কয়েকটি সমীকরণ লেখতে হবে সময় t কে অজানা ধরে, তারপর একে একে সমাধান বের করে t কে বের করতে হবে।

Idea 11. It is often useful first to write down an equation (or a system of equations) containing the required quantity as an unknown, instead of trying to express it directly (sometimes it is necessary to include additional unknowns that later get eliminated).
প্রায়শই সরাসরি একটা অজানা ভ্যরিয়াবলকে (চলনরাশি) বের না করে, অজানা ভ্যারিয়েবলকে (যেমন উপরের সমস্যায় t) কয়েকটি সমীকরণ দ্বারা প্রকাশ করতে হয়, এবং বীজগণিত করে অজানা ভ্যরিয়াবলকে বের করতে হয়। প্রয়োজনে আরো কিছু বহিরাগত ভ্যরিয়াবল ধরে নিতে হয়, যা নানা ধাপে বাদ পড়ে যাবে।

Furthermore, unlike the problems we had thus far, this problem deals with a 3-dimensional geometry, which makes it difficult to draw sketches on a 2-dimensional sheet of paper. Thus we need one more simple idea.

অনেক সমস্যাই আছে যেখানে 3-Dimension (৩য় মাত্রা) নিয়ে ভাবতে হয়। সেসব ক্ষেত্রে একটা 2-Dimensional কাগজে তা আঁকা যথেষ্ট কষ্টসাধ্য। তাই আমাদের আরো কিছু আইডিয়া চাই।

Idea 12. It is difficult to analyse three-dimensional motion as a whole, so whenever possible, it should be reduced to two dimensions (projecting on a plane, looking at planes of intersection).
3-Dimension এ চলন হিসাব করতে গেলে যতটুকু সম্ভব সমস্যাকে 2-Dimension এ নিয়ে আসতে হবে। যেমন একটা তলে ভেক্টর রাশিগুলোকে অভিক্ষিপ্ত করে বা তলগুলোর ছেদগুলোতে মনোযোগ দিয়ে।

The next problem illustrates,
পরের সমস্যায় দেখা যায়,

Idea 13. An elastic collision is analysed most conveniently in the centre of mass frame of the process.
একটি স্থিতিস্থাপক সঙ্ঘর্ষ সবচাইতে সহজে হিসাব করা যায় Center of Mass (ভরকেন্দ্রের) Reference frame (আপেক্ষিক ফ্রেমে)।

Let us derive from this idea a ready-to-use recipe when a ball collides with a moving wall. First, since the wall is heavy, the system's centre of mass coincides with that of the wall, hence we'll use the wall's frame.
আমরা আমাদের ভরকেন্দ্রের আইডিয়াকে ব্যবহার্য অবস্থায় উৎপন্ন করতে পারি। ধরে নিই যে দেয়াল অনেক ভারি এবং আমরা দেয়ালের আপেক্ষিক ফ্রেমে যাবো। In the frame of the centre of mass, if the collision is elastic and there is no friction then due to the energy and momentum conservation, the bodies will depart with the same speed as they approached, i.e. the normal component of the ball's velocity is reversed. If we apply the addition of velocities twice (when we move to the wall's frame, and when we switch back to the lab frame), we arrive at the following conclusion.
ভরকেন্দ্রের ফ্রেমে, যদি সংঘর্ষ স্থিতিস্থাপক ও ঘর্ষনহীন হয়, তাহলে শক্তি সংরক্ষণ নীতি এবং ভরবেগ সংরক্ষণ নীতি অনুযায়ী বস্তু গুলো যে দ্রুতিতে এসেছিল, ঠিক সে দ্রুতিতেই ফিরে যাবে। সহজে বলতে গেলে বস্তুগুলোর বেগের দিক উলটে যাবে শুধু। যদি আমরা ভেক্টর যোগফলের নিয়ম দুবার বসাই (দেয়ালের ফ্রেমে যাবার সময় এবং যখন ল্যাব ফ্রেমে আমরা ফিরে আসি), তাহলে আমরা আমাদের উপসংহারে পৌছাতে পারি।

Idea 14. For an elastic bouncing of a ball from a wall which moves with a velocity $\vec{u}$ in the direction of the surface normal, the normal component $\vec{v}_n$ of the ball's velocity $\vec{v}$ is increased by $2\vec{u}$, i.e. $\vec{v}_n' = -\vec{v}_n + 2\vec{u}$.
ধরি যে একটি বল একটি ভারি দেয়ালের দিকে আসছে এবং দেয়াল $\vec{u}$ বেগে চলছে। বলের বেগ যদি $\vec{v}$ এবং দেয়ালের উপর বলের বেগের লম্ব অভিক্ষেপ যদি $\vec{v_n}$ হয়, তাহলে সংঘর্ষনের পর দেয়ালের লম্বের উপর বলের বেগের অভিক্ষেপ $\vec{v_n}' = -\vec{v}_n + 2\vec{u}$ ।

For this problem we must also remember,
এসমস্যার জন্যে আমাদেরকে এও মনে রাখতে হবে যে,

Fact 1. Angle between velocity vectors depends on the frame of reference!
দুটি বেগ ভেক্টরের কোণ কিন্তু কোন দিক দিয়ে দেখা হচ্ছে তার উপর নির্ভর করে!

Pr. 7. A tennis ball falls at velocity v onto a heavy racket and bounces back elastically. What does the racket's velocity u have to be to make the ball bounce back at a right angle to its initial trajectory and not start spinning if it did not spin before the bounce? What is the angle β between $\vec{u}$ and the normal of the racket's plane, if the corresponding angle for $\vec{v}$ is α?
একটি টেনিস বল একটি ভারি রেকেটের উপর v বেগ নিয়ে স্থিতিস্থাপক সনঘর্ষন করে এবং পিছনে ফিরে যায়। বলটি যেভাবে রেকেটের দিকে এসেছিল, তার সাপেক্ষে সমকোণে ফেরাতে রেকেটের বেগ u কত হতে হবে?যদি v বেগ রেকেটের নেটের নরমাল রেখা (নরমাল রেখা বা Normal Line হলো সেই রেখা যা রেকেটের নেটের তলের উপর লম্ব) সাপেক্ষে কোণ α তৈরি করে, তাহলে রেকেটের বেগ u এবং রেকেটের নেটের নরমাল রেখা সাপেক্ষে কোণ β কত? কোনও সময় বলটি নিজের অক্ষে ঘোরে না।

If we keep in mind the idea 10 and read the text carefully, we notice that the racket is *heavy* so that we can use the idea 14. Also, pay attention that the ball will not rotate after the collision — this is important for finding the parallel (to the racket's plane) component of the velocity.
যদি আমরা আইডিয়া 10 মাথায় রাখি, এবং মনোযোগ সহকারে পুরো প্রশ্ন পড়ি, তাহলে আমরা দেখতে পাই যে আইডিয়া 14 আমরা ব্যবহার করতে পারি, কারণ রেকেটের ভর অনেক ভারি (বলা হয়েছে)। আবার যেহেতু বলটির কোনো ঘুর্নন নেই, তাই আমরা আরো সহজে আমাদের হিসাব নিকাশ কতে পারি। তবে মনে রাখবে, যদিও অন্য উপায়ে আরো সৃজনশীল সমাধান করা সম্ভব, এমনও হতে পারে যে সৃজনশীল সমাধানে আসা আরো জটিল।
Earlier we mentioned that vectors can be dealt with either geometrically (e.g. by applying the triangle rule for a sum of vectors and solving a trigonometrical problem), or algebraically using projections. Quite often, geometrical approach provides shorter solutions, but not always; this observation leads us to the following recommendation. শুরুর দিকেই আমরা পড়েছি যে ভেক্টরের হিসাব কে জ্যমিতি দ্বারা সহজে করা যায়, অথবা বীজগাণিতিকভাবে ভেক্টরগুলির অভিক্ষেপ দ্বারা একি হিসাব করা যায়। প্রায় সবসময় জ্যমিতিক সমাধান (অথবা হিসাব, একি কথা) সংক্ষিপ্ত এবং সরলভাবে সমাধান করে দেয়, তবে সবসময় নয়। তাই আমরা একটি সিধান্তে পৌছাই,

Idea 15. For vectorial calculations, prefer geometrical approach, but if it seems unreasonable (e.g. some of the conditions are formulated through the projections of the vectors) switch to the algebraic approach and write expressions down in terms of components.

যদি সমস্যা সমাধানে ভেক্টরের প্রয়োজন হয়, তাহলে জ্যমিতিক সমাধানে আগানো উচিত, তবে যদি মনে হয় যে ভেক্টরের জ্যমিতিক হিসাবে সমাধানে আসা সহজ হচ্ছেনা, বা সম্ভব হচ্ছে না, তাহলে জ্যমিতিক ছেরে বীজগাণিতিক সমাধান করা উচিত। এ সময় ভেক্টরগুলোর প্রয়োজনীয় অভিক্ষেপ নিয়ে সমীকরণ লিখে এগোতে হবে।

For the algebraic approach, **optimal choice of axes** is very important. "Optimal" means that the conditions are written in the simplest possible way. Sometimes it may happen that the most useful coordinate axes are not even at right angles.
বীজগাণিতিক সমাধানের জন্যে **অনুকূল অক্ষের বাছাই** অনেক গুরুত্বপুর্ন, অনুকূল (Optimal) দ্বারা বোঝানো হচ্ছে যে অক্ষে সমীকরণগুলো সবচেয়ে সহজে বা সরল করে লেখা যাবে। এমন পর্যন্ত হতে পারে যে সবচাইতে অনুকূল অক্ষগুলো একে অপরের সাপেক্ষে সমকোণী প্ররযন্ত নয়!

For the problem 7, geometrical solution turns out to be simpler, but more difficult to come up with. This is quite typical: algebraic approach leads to a brute-force-solution when it is clear from the beginning what you need to do, but the calculations are mathematically long. Still, there are no fundamental difficulties and you just need to execute it. As long as the mathematical part will not be *unreasonably long* or leading to fundamental difficulties (such as unsolvable equations), brute force approach is still OK: figuring out an elegant solution can also take some time.
এ সমস্যার জন্যে (টেনিস বল) জ্যমিতিক সমাধানে আসা সত্যি একটু কষ্টকর, যদিও তা সমস্যাকে খুব সরলভাবে সমাধান করে। এটাই স্বাভাবিক, বীজগাণিতিক সমাধান Brute Force (জোর করে) এপ্রোচ, কারণ তুমি আগে থেকেই জানো যে কী হচ্ছে, তবুও গাণিতিক সমাধানটি যথেষ্ট লম্বা হয়। যতক্ষণ না অংকটি অসম্ভব লম্বা হয়ে যাচ্ছে, Brute Force Approach ঠিক আছে, কারণ সৃজনশীল সমাধানে আসতেও একটু সময় লাগে।

Typically, the geometrical solutions of physics problems represent very simple geometrical tasks and hence, finding these shorter-than-algebraic solutions is also quite easy. In this case, however, the geometrical task turns out to be quite a tricky problem. While the idea 15 suggests that the algebraic approach is good for problem 7 (the no-rotation-requirement gives us a condition for the parallel component of the velocity), it is recommended that you try both methods here. In both cases you need one more mathematical idea.
পদার্থবিজ্ঞানের জ্যমিতিক সমাধান সবসময় সহজ কিছু আইডিয়ার উপর ভিত্তি করে, এবং ভাগ্য ভালো হলে বীজগণিতের চাইতে সহজ সমাধানে আসাও সহজ হয়। কিন্তু মাঝে মধ্যেই জ্যমিতিক সমাধানে আরো কিছু কারচুপি প্রয়োজন হয়। টেনিস বল সমস্যায় আইডিয়া 15 বলে যে বিজগানিতিক সমাধানই ভাল, তবে চেষ্টা করবে জ্যামিতিক সমাধান বের করার। সুতরাং আমাদের আরো কিছু আইডিয়া দরকার।

Idea 16. Two vectors $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ and $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$ are perpendicular if their scalar product is zero, $a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0$. (This assumes that the axes x, y and z are perpendicular to each other.)
দুইটা ভেক্টর হলো $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ and $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$, এদের ডট প্রডাক্ট (scalar product) শূন্য যদি এরা পরস্পর লম্ব হয়। তখন, $a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0$। এখানে আমরা ধরে নিয়েছি (x, y, z) অক্ষ পরস্পর লম্ব।

Idea 17. For trigonometric problems involving right triangles keep in mind that the circumcentre of a right triangle is at the centre of the hypotenuse, hence the median drawn from the right angle divides the triangle into two isosceles triangles, and the right angle into the angles equal to the acute angles of the triangle.
ত্রিকোণমিতিক সমস্যায় সমকোণী ত্রিভুজ থাকলে আমাদের মনে রাখতে হবে যে সে ত্রিভুজের circumcenter হলো hypotenuse এর মধ্যাংশের বিন্দু। সমকোণ থেকে আঁকা median

SMALL DICTIONARY REFERENCE

- **Derive** - গাণিতিকভাবে কোনো ফলাফল উৎপন্ন করা বা উদ্ভূত করা।
- **Reference Frame** - প্রসঙ্গ কাঠামো, changing relativity (সাপেক্ষ) to a system that uses coordinates to establish position.
- **Elastic** - স্থিতিস্থাপক।
- **Intersection** - ছেদ।
- **Point** - বিন্দু।
- **Center of Mass** - ভরকেন্দ্র ।
- **Projection (vector related)**, also Vector Component - অভিক্ষেপ।
- **Dimension** - মাত্রা।
- **Trajectory** - চলনশীল একটি বস্তু যে পথ দ্বারা এগোয়। যেমন, একটা গাড়ি x থেকে x' পর্যন্ত সোজা গেলে Trajectory হচ্ছে xx' লাইন বা রেখা।
- **Variable** - চলনরাশি।

Pr. 8. A rigid lump has been squeezed between two plates, one of which is moving at velocity v_1 and the other at v_2. At the given moment, velocities are horizontal and the contact points of the lump and plates are aligned. In the figure, mark all points of the lump with velocity modulus equal to v_1 or v_2. একটা শক্ত বস্তুর টুকরোকে দুটি প্লেটের মধ্যেখানে বসানো হয়েছে। তাদের মধ্যে একটি প্লেট v_1 বেগে এবং আরেকটি v_2 বেগে সরে যাচ্ছে, একটি মুহূর্তে টুকরোটির প্লেটের সাথে মিলনস্থলগুলো একটি লম্ব রেখা বরাবর দাঁড়ায়। বের করো টুকরোটির কোন কোন যায়গায় গতি v_1 অথবা v_2 ।