

Termín 23. 6. 2025

Konvexnost funkce

Rozhodněte, zda funkce

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^4 + x_2^2 + x_3^2 + x_1x_3$$

je konvexní.

Lineární programování a simplexová metoda

Mějme úlohu lineárního programování

$$\begin{aligned} \text{minimalisujte} \quad & x_1 - 3x_2 \\ \text{za podmíněk} \quad & -x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ & x_1 + x_2 \leq 5, \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

- (a) Převeďte tuto úlohu do standardního tvaru.
- (b) Sestrojte první fázi simplexové metody. Proveďte jednu iteraci a rozhodněte, zdali algoritmus končí (v takovém případě s jakým výsledkem), nebo zda bude pokračovat.

KKT podmínky

Mějme optimalizační úlohu

$$\begin{aligned} \text{minimalisujte} \quad & \alpha x_1 + 3x_2 \\ \text{za podmíněk} \quad & (x_1 + 2)^2 + x_2^2 \leq 4, \\ & x_1 + x_2 + 2 \geq 0, \\ & x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

- (a) Určete KKT podmínky této úlohy.
- (b) Diskutujte, jestli jsou podmínky splněny v bodě $\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$. Jsou splněny nutné a postačující podmínky pro bod minima?
- (c) Určete všechny hodnoty parametru α , pro která existují řešení úlohy.

Maticová hra

Je dána hra dvou hráčů s nulovým součtem $G = ((\sigma_1, \sigma_2), (\tau_1, \tau_2, \tau_3), u)$ a maticí hry

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 6 \end{bmatrix}.$$

- (a) Nalezněte horní a dolní cenu hry.
- (b) Ověřte, jestli (σ_1, τ_2) je Nashovým equilibriem. Řádně zdůvodněte!
- (c) Vytvořte smíšené rozšíření zadané maticové hry.